

ISSN impreso: 1390-9754

# PANORAMA

Revista Multidisciplinaria de la Universidad Católica de Cuenca



AÑO I • NÚMERO 1 • MARZO 2016



UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DE CUENCA  
COMUNIDAD EDUCATIVA AL SERVICIO DEL PUEBLO

Fecha de recepción: 4 de diciembre de 2015

Fecha de aceptación: 26 de febrero de 2016

# MATEMÁTICAS ESQUEMÁTICAS RAZONAMIENTO MATEMÁTICO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

## SCHEMATIC MATHEMATICS MATHEMATICAL REASONING FOR PROBLEM SOLVING

**Magdalena Guzmán Domínguez**  
**Maestra de Pedagogía Terapéutica**  
**CEIP Triana. Trigueros, Huelva, España**

Correspondencia:  
Jacris2ma@gmail.com

Maestra de Educación Especial (Pedagogía Terapéutica). Postgrado "Experto en TDAH, trastorno de aprendizaje y de conducta". Especialización en TDAH escuela Dr. Russell A. Barkley". "Intervención Psicoeducativa ante dificultades de aprendizaje". Universidad de Nebrija. Curso: "Identificación y atención del alumnado con superdotación intelectual en Infantil y Primaria" (100 horas). Coord. Juan A. Alonso. Coordinadora del proyecto de investigación "Necesidades, dificultades y problemas que manifiestan los niños y adolescentes con sobredotación intelectual". Coordinadora del curso: "Atención educativa al alumnado con sobredotación intelectual". Ponencias en la Universidad de Huelva: "Educar en las diferencias". "Alumnos superdotados: Una realidad encubierta" "El TDAH: Comprenderlo para servir de guía". "Superdotación: Ajustando expectativas". "Matemáticas esquemáticas". Coordinadora del primer "Taller de filosofía para niños y adolescentes con superdotación intelectual". Organizadora y coordinadora de ocho "Cursos de ampliación extracurricular para alumnos con sobredotación intelectual" impartidos por la Dra. Yolanda Benito y el Dr. Juan A. Alonso.

## RESUMEN

“Matemáticas esquemáticas” parte del conocimiento profundo de nuestros alumnos, de sus capacidades y procesos cognitivos, de sus fortalezas y debilidades, su autoestima, su ajuste emocional e interacción social. Todo ello formará parte del proceso educativo. Educamos en las diferencias.

Analizamos los procesos mentales que se ponen en funcionamiento cuando resolvemos un problema. A las operaciones aritméticas se les da un contenido que, desde lo manipulativo y visual, llegue a expresarse mediante gráficas y símbolos. Agrupamos los problemas según su significado: conjuntos que se relacionan entre sí (trileros), cantidades que se comparan (¡ojo, despista!) y cantidades que cambian.

Se desmitifica la mecánica de las operaciones pues terminarán haciéndola con calculadora, pero ninguna calculadora nos va a decir qué operación tenemos que hacer ni por qué. Ese es el objetivo.

**Palabras claves:** Pedagogía: Matemáticas esquemáticas, Autoestima e integración, conocimiento profundo del alumnado, conceptos de suma y resta: Gráficas y Símbolos; capacidades y procesos cognitivos en la resolución de problemas matemáticos.

## ABSTRACT

“Matemáticas esquemáticas” [Schematic Mathematics] arises from a deep knowledge of our students, their abilities and cognitive processes, their strengths and weaknesses, their self-confidence, emotional adjustment and social interaction. All these elements will be a part of the learning process. We are educating in diversity.

We analyze the mental processes that are activated when solving a problem. Arithmetic

operations are given a content such that, through manipulative and visual components, can be expressed by means of graphics and symbols. Problems are grouped together according to their meaning: interrelated sets (trileros [card sharps]), quantities that are compared (¡ojo, despista! [watch out! don't be misled!]) and quantities that change.

The mechanical aspects of the operations are exposed, because the students will end up using a calculator, but no calculator can tell us which operation we must use or why. That is our goal.

**Key words:** Pedagogy: Mathematics schematic, Self-esteem and integration, thorough knowledge of students, concepts of addition and subtraction: Graphics and Symbols; capabilities and cognitive processes in solving mathematical problems.

## INTRODUCCIÓN

Hay alumnos que año tras año ven con desesperación la resolución de problemas matemáticos como una meta inalcanzable, un galimatías confuso y complejo que nunca serán capaces de resolver.

Las operaciones, principalmente suma y resta, aparecen como grupos de números unos encima o al lado de otros cuya única diferencia estriba en que tengan una cruz o una raya. Vacías de contenido. Así, es fácil que las confundan e incluso que en una misma operación empiecen sumando y terminen restando o viceversa, que no les extrañe que en una resta el resultado sea el mayor de los tres números.

Para resolver correctamente las sumas y restas hay que realizar una serie de operaciones mentales: discriminar la parte y el todo, decodificar símbolos, agrupar por categorías, relacionar conceptos, etc. Entiendo que es el

desarrollo de esos procesos cognitivos y de esas capacidades lo que a nosotros como docentes nos interesa, más allá de que pongan o no el número correcto. De otra manera la operación pierde su significado, se convierte en algo mecánico, y no es raro que se den cualquiera de los errores mencionados.

Igualmente, en la resolución de problemas, es necesario ejercitar el razonamiento lógico, distinción entre lo fundamental y lo secundario, cierto nivel de comprensión lectora, de atención selectiva y sostenida, etc.

Nuestros alumnos han de ser conscientes de todo el trabajo mental que están realizando para encontrar la solución que es lo realmente importante. La operación es solamente un instrumento necesario, no el objetivo.

Tradicionalmente, a la hora de plantear la resolución de problemas, se le da demasiada importancia a la operación, quedando la respuesta, como un complemento para que el ejercicio quede bien terminado. Prueba de ello es que, normalmente, se clasifican en función de la operación que se necesite para resolverlos: de sumar y restar sin llevada, sumar y restar con llevada, de multiplicar, de una operación, de dos... Hay niños que ni siquiera leen el problema, buscan los números y realizan con ellos una operación para ver si aciertan, y si no, hacen la otra y aciertan seguro.

Los problemas han de agruparse no en función de la operación sino del concepto al que hagan referencia, como explicaré más adelante.

Algunos alumnos encuentran piedras en su camino: problemas de lectoescritura, comprensión lectora, TDAH, etc. que le impiden avanzar en ciertos contenidos curriculares mientras que el resto de sus capacidades siguen evolucionando a buen ritmo. A veces ni siquiera son conscientes de ello.

Algunos necesitan tres años o más para aprender a leer pero saben distinguir perfectamente un sustantivo de un verbo y separar sujeto y predicado, ¿qué hacemos entonces, nos llevamos todo el día enseñándoles a leer con las actividades del primer trimestre de 1º obviando su nivel de razonamiento o le ponemos ejercicios de 3º que no va a poder leer?

No podemos olvidar que algunos niños pueden tener dificultades (dislexia, discalculia...) que bloquean los caminos por los que, normalmente, se accede al aprendizaje: comprensión y manejo de letras y números o lectoescritura. Aunque sean muy buenos en todo lo demás, difícilmente resolverán los ejercicios con éxito, y es posible que ni ellos mismos sepan que tienen esas habilidades. Saben lo que hacen mal, pues sus maestros dedican mucho tiempo a intentar mejorarlo. Lo que no suelen tener tan claro es lo que hacen bien, pues es un sitio por el que sus maestros suelen pasar de largo, centrando todo su esfuerzo en recuperar lo que no tienen. Esto no debe ser así, no podemos frenar sus aprendizajes en el nivel que marcan sus dificultades.

Es bueno tener una visión esquemática del proceso de enseñanza-aprendizaje y trabajar a través de distintos apartados que pueden tener relación entre ellos o no tenerla. Es decir, la lectoescritura está relacionada con la comprensión lectora, pero la comprensión lectora no tiene por qué estarlo con el razonamiento lógico, la creatividad o el interés. Cada uno hay que trabajarlo de una manera específica, partiendo del nivel en el que se encuentre que, probablemente, será distinto. Así, si en alguno tiene un bloqueo, están los otros que pueden ayudarles a compensarlo. Es misión del maestro establecer las estrategias para que determinadas dificultades no frenen todo el proceso de aprendizaje. Es decir, si un niño con

dislexia encuentra la solución a un problema, no podemos penalizarlo si no la escribe correctamente. Tenemos que aprovechar al máximo todo aquello que puede hacer, enseñando lo que es capaz de aprender. Si no, él siempre tendrá una visión sesgada de sí mismo, la peor.

Algunos niños llevan demasiado tiempo sufriendo las consecuencias de un sistema que a ellos no les funciona. Esos niños merecen que se investiguen otras estrategias educativas, que se busque para ellos un “plan B”. Este programa pretende ser ese “plan B”.

## DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

En nuestra actividad docente es muy normal que encontremos alumnos que no conocen bien los números, pero saben ordenarlos y realizar operaciones, que solucionan problemas aunque no los saben leer, que resuelven de manera instintiva los problemas matemáticos apenas el maestro termine de leerlos, pero que son incapaces de copiarlos de la pizarra, etc.

Con ello debemos contar y estar preparados para que esas dificultades afecten lo menos posible al aprendizaje en los que tienen que usar aquellos aspectos que no tiene afectados.

Por ello, hemos de plantearnos el abordaje de la resolución de problemas de una manera esquemática, es decir, no como un camino único de dificultad ascendente sino pensar que hay distintos apartados que juntos confluyen en la meta final: encontrar la respuesta. Cada uno puede llevar distinto ritmo, incluso alguno puede estar bloqueado. Hemos de darles las herramientas necesarias para que puedan compensarlo con los demás y, si no es posible, ayudarles a construir un puente para que puedan saltarlo y seguir adelante.

El proceso de aprender a resolver problemas matemáticos ha de tener un gran componente lúdico que avive la motivación. El alumnado irá construyendo paso a paso sus aprendizajes de manera que para ellos tengan un significado, partiendo de sus experiencias y vivencias.

Aprenderán antes a inventar problemas que a resolverlos, partiendo siempre de situaciones que puedan darse en sus vidas o que ellos deseen que sucedan. Es bueno que aprendan a reconocer las situaciones problemáticas y se despierte su interés por saber cómo se resuelve.

La construcción de una imagen mental simbólica que represente la idea o el contenido de lo que se está haciendo, que resuma el concepto de todo lo trabajado, puede conseguir que nuestros alumnos dejen de preguntarse: ¿es de sumar o de restar? ¿Qué números elijo para hacer la cuenta? O que no les extrañe que en una resta el resultado sea un número mayor que los que restaba. Para resolver correctamente problemas matemáticos, es necesario trabajar conjuntamente en tres direcciones confluyentes:

### 1. CIMIENTOS:

A veces el motivo del fracaso no pertenece necesariamente al mundo de las matemáticas, puede ser un déficit de atención o impulsividad, dislexia, discalculia, problemas emocionales, etc. Y todo eso puede que les haga leer sin entender ni analizar, responder sin leer, etc. Por eso es necesario que a la vez que se trabaja sobre la resolución de operaciones y conceptos matemáticos, también se ejerciten otros aspectos

- Afianzar toda una serie de conceptos básicos (mayor, menor, igual, mitad, doble, la parte y el todo, etc.)

*Hay niños que pueden hacerlo aunque no sepan leer.*

- Ejercitar el razonamiento lógico: (seriaciones, emparejamientos, deducciones, categorizaciones, etc.)

*No es necesario saberse la tabla para eso.*

- Ejercitar la comprensión lectora, el entrenamiento para descifrar instrucciones escritas y el análisis de los enunciados de los ejercicios que van a resolver

*Sin ella no sabrán lo que tienen que hacer.*

- Trabajar aspectos emocionales: El miedo al fracaso y el bajo autoconcepto pueden bloquear el aprendizaje

*Si se convencen de que no pueden, fracasarán.*

Por otra parte, si encontramos elementos insalvables, hemos de tenderles puentes. Si un niño no sabe leer no podemos llevarnos la hora de matemáticas enseñándolo ni dejar de avanzar en la resolución de problemas por eso, le leemos el problema y continuamos. Igual pasa con los niños que no son capaces de realizar cálculos ni de aprenderse las tablas, se les ofrecerán métodos alternativos, desde el sistema de multiplicación maya hasta el uso de la calculadora. Lo importante es que sepan y entiendan lo que están haciendo.

## 2. INSTRUMENTOS, GRÁFICAS Y SÍMBOLOS

Antes de entrar de lleno en la resolución de problemas hemos de dominar algunas herramientas, entre otras, las operaciones de suma y resta.

Será mediante el ejercicio y desarrollo de estrategias cognitivas. El dominio del concepto es lo importante y no tiene porqué ir unido a una operación correcta. Hay niños que pueden entender el concepto de suma, saber cuándo se usa y distinguirla perfectamente de otras operaciones de manera razonada pero que, a la hora de realizar la opera-

ción, otras “dificultades” ajenas a la cuestión, estropeen el resultado. Hay que valorarles todo lo que hacen bien y ayudarles a superar esas trabas y, si no es posible, a convivir con ellas.

Es necesario enseñarles a realizar las operaciones matemáticas pero como un apartado más del proceso, no el único ni el más importante. Si alguno no puede aprenderlo, tenemos que desdramatizar el asunto pues, al ritmo que van avanzando las nuevas tecnologías, hacer las operaciones serán algo que solamente harán en la escuela, lo normal es que todos usen la calculadora, sepan resolverlas o no. Por eso, lo importante es el concepto, que sepan por qué, cuándo y dónde tienen que usarla. Si además saben el cómo, mejor para ellos, pero si no pueden aprenderlo, tendremos que ser flexibles y tenderles puentes.

Estas operaciones se presentan como instrumentos necesarios para averiguar cuánto vale todo (suma) o una parte (resta).

Es conveniente que en todos los ejercicios haya una instrucción arbitraria que no afecte el resultado. Con ellos pretendemos, por una parte trabajar la atención y por otra que vayan interiorizando que a veces los problemas incluyen información innecesaria.

Si se sientan bien las bases trabajando sobre la suma y la resta, cuando se realicen ejercicios que impliquen dos operaciones pueden hacerse de manera menos manipulativa y visual, pues ya deben tener adquiridos ciertos esquemas.

### Trabajo manipulativo sobre la suma

Entregamos trozos iguales de papeles de colores y tiras adhesivas; unas en forma de cruz (+), otras en forma de cuchillo (-) y otras muy finitas de dos en dos (=).



Mediante la manipulación de los papeles de colores, han de ver de manera gráfica que pueden encontrar trozos pequeños (dos o más) que, unidos con la tira adhesiva (+), sean igual de grandes que uno que está entero. Les explicamos que, en vez de escribir la palabra “igual”, como estamos en matemáticas, ponemos el signo “=” que significa lo mismo.

Se asignarán números en relación al tamaño de los trozos partidos (número más grande, trozo más grande...), comprobando que efectivamente es irrelevante que pongamos el número más alto o la suma de los otros números, el resultado será el mismo.

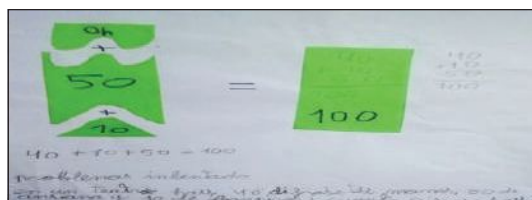
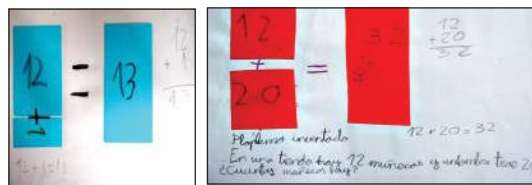
A la vez se trabajarán los conceptos del todo y las partes como una misma cosa presentada de distinta manera. También los de doble, triple, mitad y tercio, porque algunas tiras se van a cortar en partes iguales y deben deducir que hay que poner el mismo número.

Es muy importante que entiendan el significado del signo “=” como un dibujo que relaciona dos cantidades iguales (una a su derecha y otra a su izquierda), con la única diferencia de que en un lado está expresada con un solo número (trozo entero) y en la otra con la unión (suma) de dos o más números (trozos partidos).

La actividad manipulativa se trasladará al papel donde pegarán los trozos partiendo del signo “=”. En un lado pegarán el trozo entero y en el otro los trozos partidos que unirán con el signo “+” como si fueran tiritas de pegamento. Después lo repasarán con rotulador para que les quede más bonito.

Debajo de los trozos pegados se expresará la operación a la manera tradicional de forma horizontal, al lado de los trozos se expresará también de forma tradicional pero en vertical.

La instrucción arbitraria es que los signos hay que repasarlos de negro.



(cuadros adaptados por la investigadora)

A continuación inventarán un problema con los números de la operación que han pegado mediante preguntas guiadas: ¿qué cosas te gustan que puedan contarse? ¿Cómo hacemos para juntar otra cantidad? ¿En qué sitio se meten esas cosas?

El resultado final se guarda para elaborar un cuadernillo construido por todos.

### Trabajo manipulativo sobre la resta

¿Qué hago si se me pierde uno de los trozos que he partido?

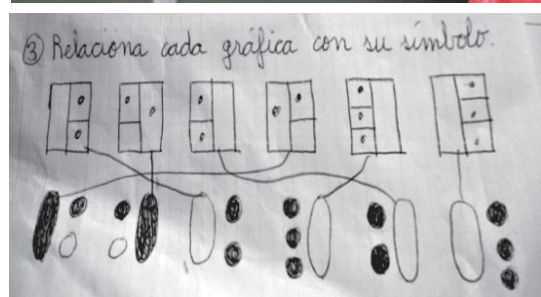
Por el método de ensayo - error o por pura deducción, según la capacidad de cada uno, han de llegar a la conclusión de que para saber el tamaño del trozo que se perdió, deben poner el que tienen sobre uno que esté entero y ver cómo es de grande el que les falta.

Comprobarán de manera empírica que el número que buscan es menor que el de la tira que está entera y que, para que los dos lados del signo (=) representen la misma cantidad, tendrán que coger otra tira que esté entera y cortar (restar) el trozo pequeño que tengan. Al pegarlas sobre el papel, harán una raya sobre la tira entera marcando lo que mide el trozo pequeño que tienen. El signo de la resta (-) es como un cuchillo que

corta. Es necesario hacerles observar constantemente que el número que buscan tiene que ser más pequeño que la tira entera porque si no, no serían iguales las cantidades que están a derecha e izquierda del signo igual (=).

Igual que en la sesión anterior, inventarán un problema que no resolverán pues ya tienen la solución. Guardarán el resultado final.

**Trabajo representativo: gráficas y símbolos**



(cuadros adaptados por la investigadora)

Después de trabajar de manera visual y manipulativa en estos conceptos, pasamos a las gráficas entendidas como una representación de lo que ellos han hecho. En las gráficas, escribiremos números en todos los huecos menos en uno que quedará vacío. Tienen que encontrar el número que debe ir en ese hueco para que las dos partes sean iguales, resaltando siempre que el objetivo no es la operación sino llenar el hueco vacío. Ellos decidirán la operación que tienen que hacer y explicarán por qué antes de empezar a hacerla. Se valorará si eligen y razonan la operación correcta aunque después no la resuelvan bien.

Cada operación tendrá una gráfica distinta, en función del hueco que tenemos que llenar, según donde esté el número que tenemos que encontrar.

Se le presentarán distintas opciones para una sola operación. Es muy importante para que sepan distinguir lo fundamental de lo superfluo, para evitar un aprendizaje mecánico y fomentar la flexibilidad cognitiva.

El objetivo es encontrar el número que va en el hueco vacío y la operación el instrumento para encontrarlo. Lo importante es el concepto y no la operación.

|    |  |
|----|--|
| 78 |  |
| 32 |  |

Suma

|    |    |
|----|----|
| 34 |    |
|    | 85 |

Resta

|    |    |
|----|----|
|    |    |
|    | 71 |
| 62 |    |

Resta

|     |    |
|-----|----|
| 135 |    |
|     | 79 |

Resta

|  |    |
|--|----|
|  | 42 |
|  | 83 |

Suma

|     |    |
|-----|----|
| 246 | 98 |
|     |    |

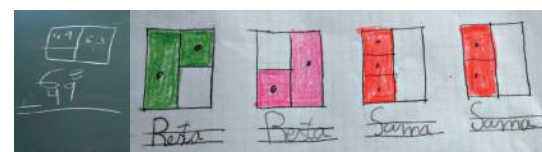
Resta

|    |  |
|----|--|
| 38 |  |
| 43 |  |
| 95 |  |

Suma

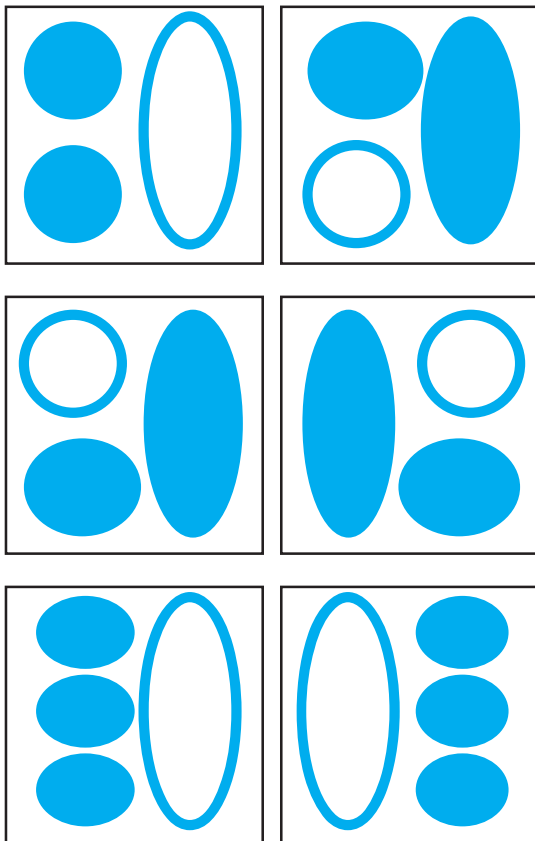
|  |    |
|--|----|
|  | 12 |
|  | 53 |
|  | 72 |

Suma



(cuadros elaborados y adaptados por la investigadora)

Una vez que saben manejarse con las gráficas, en las cuales escriben números, se les enseñan los símbolos que son representaciones de las gráficas, más pequeños y no se escriben números en ellos. De esta manera irán construyendo e interiorizando el aprendizaje paso a paso, viéndole un sentido a todo lo que hacen.



(cuadro elaborado por la investigadora)

A continuación se realizarán una serie de actividades que, de manera lúdica, ayudarán a relacionar el concepto con el icono y la operación:

**-¿Quién es quién?** Por equipos, unos tendrán gráficas y otros signos y tendrán que levantar las que signifiquen lo mismo.

**-Mémori:** Poner gráficas y símbolos boca abajo y deben levantar dos a la vez. Si representan lo mismo se las quedan pero tienen que explicar de manera clara lo que significan.

**-Jueces:** Tres de ellos son los jueces y los demás uno a uno irán respondiendo a lo que se les pregunte. Cada uno debe explicar de manera clara por qué ha elegido uno y no otro con frases coherentes y bien construidas.

Después de todas estas actividades, lo normal es que tengan grabada la asociación: operación, gráfica, símbolo.

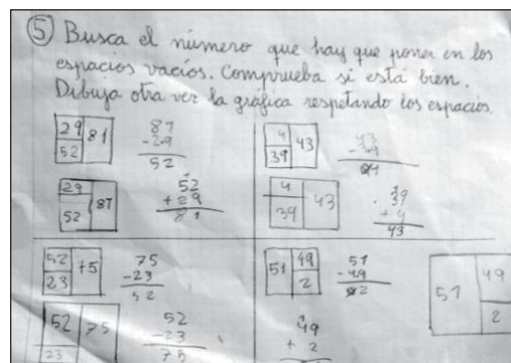
Podemos entrar de lleno en la realización de distintos tipos de ejercicios:

Se les dan las gráficas con los números escritos o con puntos en los lugares donde ellos tendrán que poner los números y han de encontrar el número que falta. Ellos deciden si han de sumar o restar.

Se les dan los números por un lado y las gráficas por otro para que pongan los números donde corresponda. Han de respetar las cantidades de manera lógica.

Se les dan las gráficas solamente con las separaciones y ellos deberán hacer con ellas lo que quieran y poner los números. Es importante que expliquen lo que han hecho y por qué.

En todos los casos tendrán que poner el símbolo que les corresponda.



(cuadro adaptado por la investigadora)

## ¿Cuándo enseñar la suma y la resta con llevada?

Cuando les surja la duda, cuando al realizar las operaciones aparezcan números con los que no sepan manejarse. Se verán como una dificultad, no como unas operaciones distintas. Operaciones sólo hay dos: suma y resta.

Normalmente la suma con llevada suelen hacerla bien. Donde hay problemas, y graves, es en la resta con llevada.

Se abordará siguiendo esta secuencia:

- El número más grande siempre arriba
- Si no lo es, tenemos que conseguir que lo sea y entonces ponemos el 1 delante del número que está arriba para que sepan hasta donde han de contar, y un punto a la izquierda del de abajo para que nos recuerde que tenemos que quitarle uno más. Elegimos el “1” y el “punto” y no dos “1” para que vean que se ha de hacer cosas distintas, en un caso se suman diez y en otro se añade uno. Se explica el motivo de por qué se hace así para el que pueda entenderlo. El que no, se quedará con la cancioncilla: “si es más pequeño ponemos el uno y el punto”.
- Se cuenta siempre de abajo a arriba. Cada uno como pueda: de cabeza, con los dedos, o siguiendo la escalera.

Cuando esto está conseguido, se enseñará el “**juego de magia**”: se les da la gráfica con los números correspondientes a una resta. Ellos buscarán el del hueco que falta y cuando lo encuentran, suman los números de los dos trozos pequeños y...”oh, magia, sale el número del espacio grande”. Después el juego será: “**Soy mi propio maestro**”. Ellos serán los que coloquen los números y hagan la magia.

Aprovechamos para introducir el concepto de sumas y restas como operaciones inversas que nos ayudan a saber si lo hemos hecho bien.

Con este sistema, se les da a las operaciones de suma y resta un contenido conceptual y una expresión gráfica que va mucho más allá de poner un número debajo de otros que están separados por un signo y una raya. Se les da contenido y significado a los signos matemáticos de manera empírica. Asumen los conceptos de suma y resta como cosas muy diferentes: distinto símbolo, distinta gráfica, distintos huecos y lógicamente, distinta manera de hacer las operaciones.

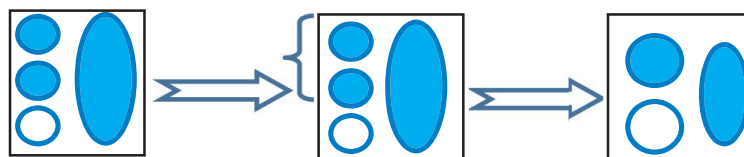
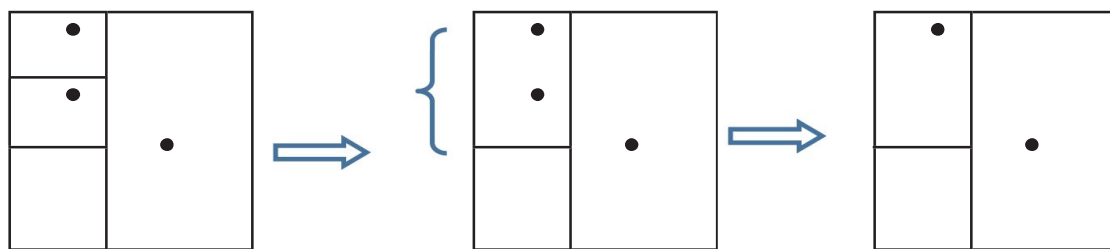
## Trabajo con dos operaciones

¿Qué pasa si el trozo que falta es uno de los pequeños del trozo que he cortado en tres?

Se trabajará con ellos para que, bien de manera intuitiva o por ensayo-error, lleguen a la conclusión de que primero hay que unir los trozos pequeños y entonces tendremos una resta, operación que ellos dominan bien.

También se dará por válido si lo que hacen es cortar dos veces el trozo grande. Lo importante es que interioricen que tienen que usar las tiras adhesivas tres veces de una manera “=”, “+”, “-“; o de otra “=”, “-“, “-“ y hasta ahora solo usaban dos. Hay que incidir mucho en el significado del signo “=”.

Una vez que dominen todo lo expuesto, es decir, el apartado manipulativo y visual, avanzaremos un poco más presentando la nueva gráfica y el nuevo símbolo:



(cuadros elaborados por la investigadora)

### 3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Los problemas se agrupan en función de los procesos mentales que se usan para llegar a la respuesta. Hay tres grupos. El nombre de cada grupo es orientativo, puede cambiarse si los alumnos prefieren otro. Lo importante es que tengan claro la categoría a la que pertenecen

En cualquier caso, el esquema será el siguiente:

|         |                               |           |
|---------|-------------------------------|-----------|
| Símbolo | <b>Enunciado del problema</b> |           |
|         | Gráfica                       | Operación |
|         |                               |           |

Solución:

(cuadros elaborados por la investigadora)

**a) Trileros.**

Conjunto de cantidades que se relacionan y combinan entre ellas, que pueden cambiar de lugar como si las manejara un trilero.

Habrá que sumar, restar o ambas cosas en función de la relación que se establezca entre ellas. El proceso de resolución será el mismo.

Cada uno de ellos dispondrá de una hoja donde se encontrarán todos los símbolos posibles repetidos varias veces.

Primero se lee comprensivamente el problema entre todos, así salvaremos el obstáculo de los que tengan problemas de comprensión lectora o de lectoescritura.

En segundo lugar, con los ojos cerrados se imaginarán la situación que plantea el problema viéndose inmersos en ella. Identificarán cuál es el problema, qué es lo que necesito averiguar.

En el tercer paso, una vez llegados a este punto pensarán qué instrumento necesitan para encontrar la solución. Buscarán el símbolo en la hoja que tienen, lo recortarán y pegarán al lado del enunciado (más adelante se les dará la opción de dibujarlo para ahorrar tiempo, pero al principio parece adecuado usar estas actividades manipulativas que harán más lúdica su tarea y ayudarán a romper el esquema que tienen de cómo se resuelven los problemas, que suele estar bastante viciado). Ahora ya saben qué es lo que tiene que hacer para encontrar la solución.

Cuarto. Es el momento de ponerse manos a la obra identificando los datos, realizando la gráfica y las operaciones para llegar a lo realmente importante: la solución del problema.

Quinto. Si la solución es correcta, perfecto, nos felicitamos.

Sexto. Si no, volveremos a andar el camino para ver en qué nos hemos equivocado. Ha podido ser al realizar la operación aunque hayan elegido la correcta, al dibujar la gráfica se han liado, al escribir los datos pueden haberse equivocado al copiar algún número, etc. Una vez localizado el error, lo analizaremos y tomaremos las medidas oportunas para corregirlo. Encontrar el error se valorará casi tanto como encontrar la solución.

PROBLEMAS DE UNA OPERACIÓN CON SUMAS Y RESTAS

1. En una habitación hay tres cajas con juguetes. En una hay 23 muñecas, en otra 12 aviones y en la otra 6 pelotas. ¿Cuántos juguetes hay entre las tres cajas?

| Datos                                   | Gráfica   | Operación   |
|---|---|---|
| 23 muñecas,<br>12 aviones,<br>6 pelotas | $\begin{array}{r l} 23 & \\ \hline 6 & \\ \hline 12 & \end{array} 41$ | $\begin{array}{r} 23 \\ + 6 \\ + 12 \\ \hline 41 \end{array}$ |
| Solución: Hay 41 juguetes               |   |   |
| Hay 41 juguetes.                        |   |   |

(cuadro adaptado por la investigadora)

Este niño no sabía escribir con soltura pero resolvió el problema razonadamente, rápido y bien. Ella me dijo la solución y yo la escribí para que pudiera copiarla. También tuve que indicarle dónde poner las unidades y las decenas porque no lo tenía muy claro, lo que no impidió que realizara la suma con llevada correctamente

### Problemas con dos operaciones

Una vez asimilada la resolución de estos problemas empezaremos con los de dos operaciones, aprovechando el símbolo de la suma de tres elementos. ¿Qué pasa si el trozo que está vacío es uno de los tres pequeños?

Volveremos a realizar el proceso desde las tiras de colores, que además ayudarán a reforzar las ideas y técnicas adquiridas. Introduciremos la nueva gráfica y el nuevo símbolo.

Los problemas se realizarán siguiendo la misma secuencia que en los anteriores.

### b) ¡Ojo, despista!

Cantidades que se comparan entre ellas en las que siempre se resta aunque las palabras de su enunciado (más que, menos que) puedan confundirnos.

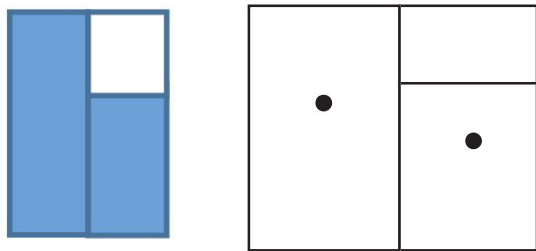
A través de actividades manipulativas con tiras de papel, cuerdas, tiras de plastilina, etc., compararemos longitudes.

A la primera conclusión que debe llegar es que en estos problemas no podemos dejarnos engañar por las palabras “más” o

“menos”, pues en ambos casos habrá que superponer una cantidad sobre otra para ver lo que sobra, exactamente igual que hacíamos en las restas. Por lo tanto, siempre habrá que restar.

Empezamos comparando longitudes, Después las longitudes representarán años, tiempo, peso, cantidades, etc.

Así será el nuevo símbolo:



(cuadros elaborados por la investigadora)

Usaremos la misma gráfica de la resta para que vean que es la misma operación, pero el número que tenemos que encontrar siempre será el de arriba. Cambiamos el símbolo para que tengan claro que es otro tipo de problema. Por lo demás, seguiremos la misma secuencia que con los anteriores.

### c) Transformación

A continuación, y siguiendo la misma estructura, empezaremos con los problemas de “Transformación” en los que una cantidad se transforma porque se vuelve más grande (suma o multiplicación) o se vuelve más pequeño (resta y división).

Tendrá un nuevo icono y gráfica pero esta vez serán ellos los que lo dibujen y elijan. Cada uno elaborará su propuesta y, entre todos, se elegirá una.

Durante todo el proceso se irán trabajando en las tres direcciones, pues si no tenemos las herramientas necesarias (estructuras cognitivas, conceptos, etc.) ni la asimilación de los conceptos que sustentan las operaciones aritméticas, no podremos cons-

truir una respuesta adecuada a los problemas planteados.

Antes de cambiar de clase de problema, de iconos y gráficas, hemos de asegurarnos de que están bien asimilados los anteriores.

Una vez que nuestros alumnos se desenvuelvan con soltura en la resolución de problemas, iniciaremos el juego de:

### “Más difícil todavía”

Partiendo de las estructuras básicas de los problemas, jugaremos a modificarlos para hacerlos más complicados.

Para ello aprenderemos distintas estrategias: aumentar las cantidades, aumentar los grupos, modificar la pregunta, etc.

Haremos especial hincapié en las estrategias de incluir información innecesaria, en la que oculta la información (la mitad de..., tres veces más, etc.) y en las que presentan la información en unas unidades y piden el resultado en otras.

De esta manera, siendo ellos los artífices de los problemas más complicados, conseguiremos que se sumerjan en ellos con la confianza de poder resolverlos.

## CONCLUSIONES

Lo más llamativo de este sistema es la manera tan natural en que los niños van asimilando los conceptos, incluso los que tienen dificultades van construyendo sus aprendizajes de manera intuitiva, a través del descubrimiento.

Es muy alto el nivel de motivación que se consigue.

Fue muy significativo para mí cuando un niño le preguntó a otro: “¿A ti como te enseñan matemáticas, aburrido o jugando?”, o

verles la cara a niños que siempre han fracasado cuando descubren que les sale bien la prueba de las operaciones y dicen: “¿Por qué nadie me ha dicho antes que esto era así de fácil y divertido?”

Hemos de plantearnos el aprendizaje como algo que ellos deben construir, que les interesa y que están buscando, cuando les surge una duda y no pueden seguir, o cuando les planteamos un conflicto o un reto, alguna cuestión sobre algo que desconocen. El aprendizaje se convierte en algo novedoso y divertido, en un proceso en el que ellos son parte activa.

Es muy llamativo que se alegren cuando les ponemos ejercicios, que pidan más. Cuando aprenden a ponérselos ellos mismos traen de casa, orgullosos, hojas enteras hechas por ellos.

Y eso es así porque cuando los ven confían en que van a saber resolverlos y es muy gratificante saber que van a tener éxito, más aún para este alumnado que tanto fracaso lleva a costas. Así, no es raro que cuando suene la sirena digan “¡Ojú! ¿Ya se acabó?”

Cuando hay comprensión y aceptación de las cualidades y dificultades tanto propias como ajenas, el ambiente de la clase se convierte en un caldo de cultivo en el que los avances no solo como alumnos sino como persona son mucho más grandes y evidentes. Hemos conseguido que los niños disfruten aprendiendo, verlos contentos, integrados, con libertad para expresar sus opiniones, problemas, dudas, experiencias, comprensivos y tolerantes consigo mismos y con los otros. Es la verdadera integración.

Es necesario buscar distintos caminos para llegar a un mismo fin. Los niños que no consiguen aprender con un determinado método, merecen que nos preocupemos

por ellos y busquemos otros, que analicemos el motivo de tanto fracaso repetido que tan nefasta influencia tiene en la elaboración del autoconcepto.

Es imprescindible que no nos quedemos anclados en el nivel que marcan las dificultades sino que tendamos puentes y sigamos adelante. Los niños pueden aprender más de lo que pensamos y de lo que ellos mismos piensan. Sólo hay que confiar en ello y trazar las estrategias adecuadas.

Hay niños que nunca han visto la calificación de “bien” en sus ejercicios matemáticos porque no estaban bien escritos, igual les pasa a los que tienen TDAH que se equivocan al copiar o al poner un número; a los que no son capaces de aprenderse la tabla los suelen tener anclados ahí durante cursos enteros hasta que se la aprendan, algo que quizás nunca puedan hacer; otros, al no leer con soltura, nunca le dieron la oportunidad de poder realizarlos. Y se van perdiendo y, lo que es peor, frustrando irremediablemente.

Hemos podido comprobar que esto no pasa cuando no nos desviamos de nuestro objetivo y les damos la oportunidad de acceder al conocimiento por otros caminos que obvian, saltan o puentean las dificultades que siempre los han hecho fracasar.

La mirada de estos niños cuando los felicitas al presentarte una tarea que han desarrollado de manera creativa, rápida, con interés a pesar de sus faltas de expresión y algún que otro número al revés, esa mirada nos dice que, sin duda, estamos en el buen camino.

## CONFLICTO DE INTERESES

El autor declara no tener conflicto de intereses de ningún tipo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez Pérez, L. y otros. (2004). Aprender a atender. Madrid. CEPE.
- Barkley, R. (2011). Niños hiperactivos: Cómo comprender y atender sus necesidades especiales. Paidós Ibérica.
- Benito, Y. (1996). Desarrollo y educación en los niños superdotados. Salamanca. Amarú.
- Benito, Y. (2003). Manual internacional de superdotados: Manual para profesores y padres. España. EOS.
- Benito, Y. (2015). Superdotación y asperger. España. EOS.
- Cerrillo Martín M<sup>a</sup>R. (2006). Programa para enseñar a pensar. Didáctica para desarrollar el potencial de aprendizaje. Madrid. CEPE.
- Departamento de investigación del ICCE (2007). Aprendo a pensar desarrollando mi inteligencia. Madrid. ICCE.
- Galve, J.L. y otros. Programa de estrategias de resolución de problemas y de las operaciones básicas. Madrid. CEPE.
- Intervención psicoeducativa en alteraciones de la conducta. (2011). Manual del alumno. Granada. Euroinnova.
- Intervención psicoeducativa ante dificultades de aprendizaje. (2012). Manual del alumno. Granada. Euroinnova.
- Intervención psicoeducativa para niños con hiperactividad. (2012). Manual del alumno. Granada. Euroinnova.
- Orjales Villar, I. (2003). Programa de entrenamiento para descifrar instrucciones escritas. Madrid. CEPE.
- Orjales Villar, I. (2010). Programa de entrenamiento para descifrar instrucciones escritas con contenido matemático. Madrid, CEPE.
- Orjales Villar, I. (2010). Programa de entrenamiento en planificación. Madrid. CEPE.
- Orjales Villar, I. (2005). Déficit de atención con hiperactividad: Manual para padres y profesores. Madris. CEPE.
- Orjales Villar, I. (2004). Programas de intervención cognitivo-conductual. Madrid. CEPE.
- Rodríguez Jorrín, D. (2004). La disortografía, prevención y corrección. Madrid. CEPE.
- Santos, P. y Muñoz, J. (2005). Matemáticas distraídas. Programa para mejorar el rendimiento matemático y los procesos atencionales. España. ICCE.
- Valet, R. (1998). Dislexia. España. CAC.
- Yuste, C, y García, N. (2000). Colección RED. Refuerzo y desarrollo de las habilidades mentales básicas. Madrid. ICCE.