



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA

Comunidad al servicio del Pueblo

**UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERÍA,
INDUSTRIA Y CONSTRUCCIÓN**

CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**Control de un motor Brushless DC para aplicación en un vehículo
eléctrico**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERO ELÉCTRICO**

AUTOR: CRIOLLO NIVELÓ JORGE RODRIGO

DIRECTOR: ING. CABRERA MEJIA JAVIER BERNARDO MSc.

MATRIZ CUENCA

2019

DECLARACIÓN

Yo, Jorge Rodrigo Criollo Niveló, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento; y eximo expresamente a la Universidad Católica de Cuenca y a sus representantes legales de posibles reclamos o acciones legales.

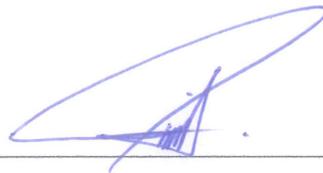
La Universidad Católica de Cuenca puede hacer uso de los derechos correspondientes a este trabajo, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y la normatividad institucional vigente.



Jorge Rodrigo Criollo Niveló

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Jorge Rodrigo Criollo Niveló, bajo mi supervisión.

A handwritten signature in blue ink, consisting of a large, sweeping loop followed by several vertical strokes, positioned above a horizontal line.

Ing. Javier Cabrera Mejía MsC.

DIRECTOR

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por haberme guiado en toda mi vida y brindarme la sabiduría.

Doy gracias a mis padres Fidel Criollo y Martha Niveló por el apoyo incondicional que me brindaron, de igual manera a mis hermanos y amigos.

A mi esposa Nelly Muicela y mis hijos Valentina y Alexander por el amor recibido, la paciencia y valentía que me impulsaron a no rendirme en todo este tiempo.

Un agradecimiento especial al ingeniero Javier Cabrera por su colaboración, apoyo, enseñanza y su asesoría brindada en el desarrollo de todo este trabajo de investigación.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de investigación a mi toda mi familia y amigos que me han apoyado durante este largo trayecto.

ÍNDICE DE CONTENIDO

DECLARACIÓN.....	ii
CERTIFICACIÓN.....	iii
AGRADECIMIENTOS.....	iv
DEDICATORIA	v
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	vi
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABLAS.....	x
LISTA DE ANEXOS	xi
RESUMEN	xii
ABSTRACT	xiii
INTRODUCCIÓN	xiv
Objetivos	xv
Objetivo general	xv
Objetivos específicos	xv
Alcance	xv
Justificación	xvi
Estructura del documento	xvi
CAPITULO 1: MARCO TEÓRICO.....	1
1.1 Vehículos eléctricos	1
1.2 Descripción general del vehículo eléctrico.....	2
1.2.1 Cargador de vehículo eléctrico.....	3
1.2.1.1 Tipos de Cargador en un vehículo eléctrico.	3
1.2.2 Baterías de un vehículo eléctrico	4
1.2.3 Conversor DC/DC.....	6
1.2.4 Inversores	7
1.2.5 Motor eléctrico.....	8
1.2.6 Tipos de motores eléctricos empleados en vehículos eléctricos	9
1.3 Motores DC sin escobillas.....	10
1.3.1 Estructura básica de un motor Brushless (BLDC)	10
1.3.2 Motores DC sin escobillas vs Motores DC con escobillas	11
1.4 Principio de Funcionamiento de un motor Brushless	12
1.5 Frenado regenerativo en motores Brushless	14

CAPITULO 2: ESPECIFICACIONES DEL PROYECTO	15
2.1 Acople mecánico.....	15
2.2 Etapa de salida.....	15
2.3 Baterías.....	15
2.4 Microcontrolador	16
2.5 Planta o sistema.....	16
CAPITULO 3: ALGORITMOS DE CONTROL.....	18
3.1 Transformada en el plano s y z.....	19
3.1.1 Definición de transformada s	19
3.1.2 Definición de la transformada z.....	19
3.2 Discretización de Sistemas Analógicos.....	23
3.3 Función de transferencia	24
3.4 Control PID.....	25
3.4.1 Discretización del controlador PID	27
3.4.2 Sintonización controlador PID	27
3.5 Análisis en el espacio de estados.....	29
3.5.1 Concepto del método en el espacio de estados.....	29
3.5.2 Representación de una función de Transferencia al Espacio de Estados.....	31
3.5.3 Matriz de función de transferencia pulso	32
3.5.4 Controlabilidad	32
3.5.5 Observabilidad.....	33
3.6 Sistemas de Control Propuestos.....	33
CAPITULO 4: DESARROLLO	38
4.1 Cálculos para el Control PID	38
4.2 Cálculos Sistema de control con entrada de referencia.....	42
4.3 Cálculos Sistema de seguimiento con integrador	47
CAPITULO 5: PRUEBAS Y RESULTADOS.....	51
5.1 Controlador PID	52
5.2 Sistemas de control con entrada de referencia	57
5.3 Sistema de control con Integrador	60
CONCLUSIONES.....	63
RECOMENDACIONES	64
Bibliografía	65

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Vehículos eléctricos	2
Figura 2. Componentes del vehículo eléctrico	2
Figura 3. Cargadores de batería para un vehículo eléctrico	4
Figura 4. Batería de un vehículo eléctrico	4
Figura 5. Diagrama de un convertidor de un vehículo eléctrico	7
Figura 6. Inversor de un vehículo Toyota Prius.	7
Figura 7. Motor eléctrico acoplado a un vehículo eléctrico	8
Figura 8. Estructura de un motor Brushless (BLDC)	10
Figura 9. Despiece de un motor Brushless	11
Figura 10. Motor Brushless básico con circuitos excitadores.....	12
Figura 11. El motor brushless gira 45°. a) I en A y C; b) I en A, B, C y D; c) I en B y D.....	13
Figura 12. Motor Brushless con dispositivo optoelectrónico y conmutado con fototransistores. .	14
Figura 13. Vehículo Truggy RTR empleado para este trabajo de titulación.	16
Figura 14. Diagrama de retenedor de orden cero	23
Figura 15. Esquema de un controlador PID.....	25
Figura 16. Respuesta a los impulsos de P, PI, PID.....	26
Figura 17. Curva experimental en forma de “s”	28
Figura 18. Salida de un valor crítico con oscilaciones.	29
Figura 19. Diagrama de bloques de un sistema de control lineal en tiempo discreto invariante en el tiempo representado en espacio de estado	31
Figura 20. Sistema de control con realimentación de estado	33
Figura 21. Sistema de seguimiento con realimentación de estado y control integral	34
Figura 22. Control de un sistema o planta.....	39
Figura 23. Sistema de control con realimentación de estado	42
Figura 24. Sistema de seguimiento con realimentación de estado y control integral	47
Figura 25. Interfaz de GUI de Matlab para las simulaciones de los tres tipos de controladores.	51
Figura 26. Respuesta al impulso, simulación en Matlab	52
Figura 27. Ubicación de los polos en el semiplano izquierdo.....	52
Figura 28. Ingreso de los valores de las constantes en la Interface en Matlab para obtener las gráficas de las curvas	53
Figura 29. Gráfica a la respuesta del impulso con un controlador PID (curva de color verde) en Matlab.	54
Figura 30. Resultado a diferentes valores de las ganancias del controlador PID.....	54
Figura 31. Diagrama de Nyquist para ver la frecuencia.....	55
Figura 32. Entorno en Matlab para realizar el cálculo de las constantes.....	56
Figura 33. Controlador PID actuando en el sistema	56
Figura 34. Entorno de GUI de Matlab para el cálculo de sistema de control con entrada de referencia.	57
Figura 35. Salida del sistema en comparación con la referencia	58
Figura 36. Cambio de los datos de referencia y tiempo de estabilización.	58
Figura 37. Comportamiento del sistema al cambiar la referencia y tiempo de estabilización ...	59
Figura 38. Nuevas matrices al manipular el tiempo de muestreo.	59
Figura 39. Resultado al cambio de los tiempos de estabilización	60
Figura 40. Cálculo de las constantes k_1 y k_2	61

Figura 41. Graficas de la evolución de dos estados en el proceso de estabilización	61
Figura 42. Cálculos al cambiar el valor del tiempo de muestreo	62
Figura 43. Comportamiento del sistema al cambiar los valores.	62

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Motor con escobillas DC vs motor sin escobillas DC.....	11
Tabla 2. Transformada Z de las secuencias más habituales y conocidas	21
Tabla 3. Valores de sintonización, primer método.....	28
Tabla 4. Regla de sintonización de Ziegler - Nichols basada en la ganancia crítica K_{cr} y periodo crítico P_{cr}	29
Tabla 5. Datos generales y parámetros del motor brushless	38

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. Explicación del funcionamiento de los controladores.

ANEXO B. Diagrama de conexión del PIC 18f4550 para los controladores.

ANEXO C. Placa para el funcionamiento de los controladores y acople al vehículo eléctrico a escala 1/16.

RESUMEN

En este proyecto se implementa un sistema de control no lineal para la regulación de velocidad de un motor brushless instalado en un prototipo comercial tipo truggy de escala 1/16. Este desarrollo genera conocimiento y experticia para futuras implementaciones de sistemas de control en motores empleados en tracción eléctrica tales como vehículos eléctricos, vehículos híbridos y scooters.

Para realizar el control se procedió a determinar la planta del sistema que consiste en los elementos mecánicos tales como: chasis, sistema de dirección, sistema de amortiguamiento y neumáticos; así así como la electrónica y los actuadores: motor brushless, baterías, controlador y sensores. Acorde al modelo del motor se determinaron las funciones de transferencia de todos los elementos transformándolas en inercias y resistencias acopladas al motor. No se ha considerado distintos tipos de superficie con el fin de simplificar los cálculos.

El controlador fue implementado en un microcontrolador PIC modelo 18F4550, mismo que se instaló en el vehículo tipo truggy. Para realizar el cambio de velocidad y modificación de los parámetros de los controladores en tiempo real, se incorporó comunicación vía Bluetooth entre la placa de control y una aplicación de control instalada en un teléfono inteligente o una computadora.

El monitoreo de la información proveniente del microcontrolador se realizó mediante una placa modelo Arduino ATmega 2560, y transmitida por el cable de datos USB de la placa Arduino.

Se procedió a calcular los parámetros de los controladores con el fin de encontrar las características óptimas de respuesta, con esta información se diseñó una aplicación en Matlab que permite simular y calcular la respuesta del controlador y la planta. Para este proyecto se probaron tres modelos de sistemas de control: PID, realimentación de estados y, realimentación de estados con integrador, siendo el último sistema el que mejor comportamiento presenta tanto en las simulaciones en el ambiente Matlab como en las pruebas prácticas.

Con este trabajo de titulación se ha probado y validado un método para la obtención de las características de la planta física y los actuadores de un vehículo eléctrico a escala. Así mismo con esta planta real se valida la mejora que presenta al comportamiento de la velocidad al utilizar los controladores, especialmente el controlador basado en la realimentación de estado con integrador.

Palabras clave: CONTROL PID, RESPUESTA AL IMPULSO, MOTOR BRUSHLESS, VEHÍCULO ELÉCTRICO, ECUACIONES DE ESTADO.

ABSTRACT

In this project, a non-linear control system for the speed regulation of a brushless motor installed in a commercial prototype type buggy 1/16 scale is implemented. This development generates knowledge and expertise for future implementations of control systems in motors used in electric traction such as electric vehicles, hybrid vehicles and scooters.

To carry out the control, it proceeded to determine the plant of the system consisting of mechanical elements such as: chassis, steering system, damping system and tires; as well as electronics and actuators: brushless motor, batteries, controller and sensors. According to the engine model, the transfer functions of all elements were determined by transforming them into inertias and resistors coupled to the engine. Different surface types have not been considered in order to simplify the calculations.

The controller was implemented in a PIC microcontroller model 18F4550, which was installed in the buggy type vehicle. To make the change of speed and modification of the controller parameters in real time, Bluetooth communication was incorporated between the control board and a control application installed on a smartphone or a computer.

The monitoring of the information coming from the microcontroller was done by means of an Arduino ATmega 2560 model board, and transmitted by the USB data cable of the Arduino board.

The parameters of the controllers were calculated in order to find the optimal response characteristics, with this information was designed an application in Matlab that allows to simulate and calculate the response of the controller and the plant. Three models of control systems were tested for this project: PID, state feedback and, state feedback with integrator, being the last system that presents the best behavior both in the simulations in the Matlab environment and in the practical tests.

With this degree work, a method for obtaining the characteristics of the physical plant and the actuators of an electric vehicle at scale has been tested and validated. Likewise, with this real plant the improvement that presents the behavior of the speed when using the controllers is validated, especially the controller based on the state feedback with integrator.

Keywords: PID CONTROL, IMPULSE RESPONSE, BRUSHLESS MOTOR, ELECTRIC VEHICLE, STATE EQUATIONS.

INTRODUCCIÓN

El presente proyecto se basa en la construcción, diseño y acople de un sistema de control para un motor brushless incorporado a un vehículo a escala 1/16 tipo truggy, presentando las mismas características que un vehículo real. Los vehículos generan movimiento mediante la quema de combustibles fósiles, con costos de operación altos y emisión de gases contaminantes. En este contexto, es indispensable la búsqueda de alternativas en movilidad que sean eficientes energéticamente y cuyo impacto ambiental sea menor. La respuesta a este problema son los vehículos eléctricos y la movilidad eléctrica en general, en nuestro medio no se cuenta con estudios que permitan caracterizar los vehículos de tracción eléctrica que respondan a necesidades locales ni su comportamiento en la geografía nacional.

Por tal motivo, en trabajo de investigación se diseñó e implementó un controlador de velocidad para un motor brushless instalado en un prototipo de vehículo eléctrico, con este sistema se evita arranques bruscos que desgasten al motor y perjudiquen la batería esto mejora el rendimiento y la eficiencia del vehículo eléctrico. Estos desarrollos son aplicables a cualquier vehículo de tracción eléctrica, por lo cual se puede realizar investigación posterior en mayor escala con base a estos hallazgos.

La hipótesis fundamental de este trabajo de Titulación consiste en la posibilidad de determinar un sistema de control de velocidad para la planta de un sistema de tracción, que conectado al motor permite controlar la velocidad del modelo. Esta hipótesis fue verificada y validada experimentalmente.

Dentro de la Teoría de Control existen distintos tipos de sistemas de control, los más conocidos son los controladores clásicos de retroalimentación y los controladores adaptativos. La diferencia radica en que los controladores clásicos usan el principio de realimentación para compensar estados o perturbaciones desconocidas. La realimentación es fija y su tarea es modificar el error, determinando el valor de la señal de control para la planta. En contraparte, los sistemas adaptativos procesan el error de forma distinta, adaptan la ley de control a condiciones desconocidas y los plasma a eventos reales, logrando un control eficiente. Generalmente, el control adaptativo es entendida como una realimentación de más alto nivel, pues los parámetros del controlador van cambiando dependiendo del proceso controlado. Este trabajo de Titulación se enfoca en los controladores clásicos de realimentación, omitiendo los controladores adaptativos.

Bajo este criterio, los controladores realimentados planteados son, el ampliamente conocido controlador clásico PID, y controladores basados en Espacio de Estados (Realimentación de Estados y Realimentación de Estados con Integrador), realizando pruebas y conclusiones, y obteniendo el controlador óptimo bajo los siguientes criterios: mejor respuesta transitoria, tiempo de estabilización y procesamiento empleado

Objetivos

Objetivo general

Diseñar e implementar un sistema de control para motores Brushless DC en un prototipo experimental de vehículo eléctrico.

Objetivos específicos

- Disponer de una visión del estado del arte en las distintas tecnologías que integran los autos eléctricos.
- Diseñar e implementar la integración de los distintos sistemas que conforman el auto eléctrico.
- Validar mediante la experimentación los diseños e implementaciones realizadas.
- Obtener un informe de los resultados que se dieron en la investigación.

Alcance

En este trabajo de Titulación se identifica los principios fundamentales que rigen a los sistemas de control de velocidad de los vehículos eléctricos, aportando al conocimiento respecto a una metodología para implementar sistemas de control de velocidad de motores eléctricos usados en tracción. Se presenta un caso de estudio de motores de corriente continua acoplados a un chasis a escala, esta metodología puede ser empleada en unidades de mayor tamaño y potencia.

Para el desarrollo de esta propuesta se plantean tres tipos de controladores realimentados que reflejen las características y ventajas de acoplar nuevas herramientas de control a un vehículo eléctrico con un motor brushless incorporado. Los sistemas de control deben cumplir el criterio de fácil acople, y robustez a cambios de referencia de velocidad, y bajo costo computacional. El sistema de control para la velocidad es modelado, simulado en Matlab y, conjuntamente con los algoritmos de control programado en el PIC18F4550 para su acople al prototipo de vehículo eléctrico disponible.

Justificación

Este proyecto pretende motivar la incorporación de movilidad eléctrica en la población y generar conocimiento para el control de motores eléctricos en tracción, este tipo de acciones propende la creación de empresas que construyen o adaptan vehículos eléctricos acorde a las demandas de nuestro medio, usando motores eléctricos. En un futuro, este vehículo será provisto de características autónomas, implementando un sistema de control óptimo, inteligencia artificial y algoritmos de navegación autónoma, fortaleciendo el campo de los Vehículos Autónomos No Tripulados (UGV).

Estructura del documento

El presente trabajo de investigación está distribuido de la siguiente manera: en el Capítulo 1, se detalla el marco teórico, en el cual se describe el estado del arte del vehículo eléctrico y específicamente de los motores brushless; en el Capítulo 2 se presenta una caracterización del sistema eléctrico y mecánico y el proceso para obtener la función de transferencia de la planta; mientras que en el Capítulo 3 se detallan los modelos matemáticos y los algoritmos de control propuestos: controlador PID y ecuaciones de estado. El Capítulo 4 muestra las pruebas y etapa de adaptación del controlador al prototipo de vehículo. Finalmente, en el Capítulo 5 se presenta un análisis de los resultados de las simulaciones y pruebas, indicando el desempeño de cada controlador propuesto.

CAPITULO 1: MARCO TEÓRICO

1.1 Vehículos eléctricos

Los vehículos eléctricos fueron los primeros en inventarse a mediados del siglo XIX, mucho antes que los vehículos a gasolina o diésel, en 1828 posiblemente se desarrolló el primer prototipo de vehículo eléctrico por el húngaro Anyos Jedlik.

Con el desarrollo y la creación de la pila Volta (1800) (Moreno, 2016), y posteriormente para el año 1834 se inventó el primer vehículo eléctrico que fue impulsado por una batería no recargable, por Thomas Davenport, que era un pequeño tren en donde las rieles del tren eran los que conducían la electricidad.

Con el pasar de los años se desarrollaron nuevos proyectos de vehículos eléctricos, en 1842 Robert Davison construyo un vehículo eléctrico que usaba una batería de zinc-acido, incorporado al vehículo que podía alcanzar una velocidad de 4mph, en el cual no se podía transportar pasajero. (Moreno, 2016).

En 1850 se inventó la batería recargable de ácido-plomo las cuales permitía almacenar la corriente eléctrica por largos periodos de tiempo, en la actualidad estas bateras se siguen usando para energizar el motor de arranque de los vehículos.

El 1898 se construyeron nuevos modelos de vehículos eléctricos y fueron comercializados en las ciudades de Londres y Nueva York, estos vehículos tenían incorporado motores de corriente continua que estaban conectados a baterías, los cuales alcanzaban velocidades hasta 25km/h, como las ciudades eran pequeñas no se necesitaba más autonomía, pero su precio era relativamente alto y solo accesible a personas con una gran capacidad económica.

Con la aparición de vehículos a gasolina y las nuevas mejoras que estos vehículos presentaban, la demanda de fabricación de vehículos eléctricos disminuyo notablemente, con esto los vehículos con motor de combustión interna se convirtieron en prioridad para las personas, porque no presentaban un costo elevado como los vehículos eléctricos y su autonomía era ilimitada.



Figura 1. Vehículos eléctricos

Fuente: (Electrico, 2017)

Hoy en día, los vehículos eléctricos han recuperado espacio en el mercado y comercialización especialmente en Europa, gracias a los avances tanto en materiales para el almacenamiento de energía como en la electrónica de potencia; los vehículos eléctricos por el momento presentan desventajas frente a las unidades de combustión interna, especialmente respecto a la autonomía y su mayor costo de adquisición. (Automocion, 2011)

1.2 Descripción general del vehículo eléctrico

Un vehículo eléctrico dispone de los siguientes componentes principales para realizar el desplazamiento, generar torque, velocidad, sistema de carga de baterías y la autonomía.

Estos componentes principales son:

- Inversor.
- Baterías.
- Motor eléctrico.
- Cargador.

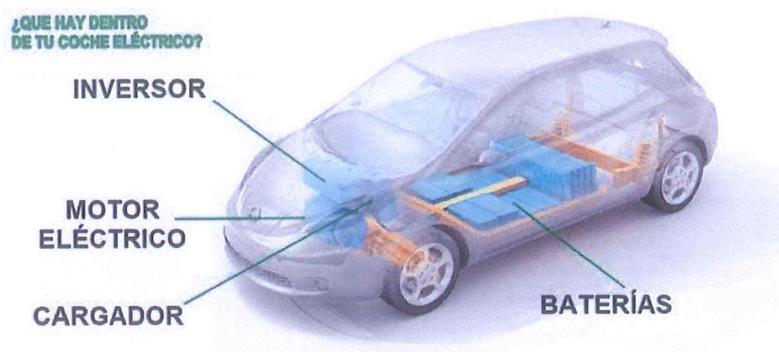


Figura 2. Componentes del vehículo eléctrico

Fuente: (Rabadán, 2019)

1.2.1 Cargador de vehículo eléctrico.

El cargador o punto de carga tiene la capacidad de tomar la energía eléctrica desde un punto de red, ya sea oficinas, viviendas e incluso de una electrolinera, y transmitir la energía a los acumuladores o baterías que tienen incorporado los vehículos eléctricos.

1.2.1.1 Tipos de Cargador en un vehículo eléctrico.

Podemos decir que existen tres tipos de carga para un vehículo eléctrico, estos varían según su potencia, tipo de conector, velocidad de carga. Estos tipos de carga son: convencional, carga semi-rápida y carga rápida.

Carga convencional

La carga convencional se puede decir que es un tipo de carga lenta, que utiliza el voltaje de 220V que tienen la mayoría de viviendas, su potencia es hasta 2.5KW y 13 amperios.

Este tipo de carga se puede tomar desde un punto de toma convencional de una vivienda, si se tiene un vehículo eléctrico Citroën C-Zero, este tardaría desde 6 a 11 horas para cargarse completamente teniendo en cuenta su intensidad. El conector que presenta para cargar al vehículo eléctrico es similar al de un electrodoméstico, por esta razón los conductores tienen menor diámetro y sección. Presentan una pequeña caja que actúa como comunicador entre el punto de toma y el vehículo eléctrico que indica cuando se hay que abrir o cerrar el flujo de corriente.

Carga Semi-rápida.

Es muy similar a la carga convencional, y su potencia es hasta 7.3KW, se tiene que realizar una instalación especial en la vivienda o garaje anclada al suelo mediante una caja llamada *wall box*.

Con un voltaje a 220V y con una intensidad 32 amperios, el tiempo de carga se reduce a 4 horas. Estos puntos de carga se localizan en zonas públicas, centros comerciales, cines, aparcamientos públicos en las grandes ciudades.

Para este tipo de carga se utiliza un conector Mennekes, que no se desprende con facilidad en caso de un tirón del cable y no se deteriora rápidamente, poseen números orificios en el conector que ayuda a un protocolo seguro de comunicación entre en vehículo eléctrico y punto de carga.

Carga Rápida

Para realizar una carga rápida se la realiza en corriente continua, para esto existen dos modelos de conectores, el CSS Combo y CHADEMO, estos permiten cargar hasta 350KW de potencia, (Electricos, 2018) con este tipo de carga un choche alcanzaría una

carga del 80% en 15 minutos aproximadamente. El problema con este tipo de carga es el valor elevado de la infraestructura y todos los componentes, de la misma manera el costo por consumo de energía eléctrica será más elevado que una carga lenta en una vivienda.

De esta manera este modo de carga se emplearía en casos de emergencia, cuando no se disponga de tiempo para realizar una carga lenta o semi-rápida, este tipo de carga se encontraría en las electrolíneas.



Figura 3. Cargadores de batería para un vehículo eléctrico

Fuente: (Sindel Productos Electricos, 2018)

1.2.2 Baterías de un vehículo eléctrico

El sistema de almacenamiento es el encargado de suministrar la energía necesaria al sistema de tracción y a los componentes que conforma el vehículo eléctrico. Cuando se tiene un motor de corriente continua, el motor recibe la energía de las baterías sin necesidad de un convertidor que eleve o disminuya el voltaje.

Cuando el vehículo eléctrico tiene un motor de corriente alterna, se incorpora un inversor para que tenga el voltaje adecuado para su funcionamiento. (endesaeduca, s.f.)



Figura 4. Batería de un vehículo eléctrico

Fuente: (Forococheelectricos, 2008)

1.2.2.1 Tipos de baterías para vehículo eléctrico

Las baterías son las encargadas de almacenar la electricidad mediante elementos electroquímicos, para poder suministrar a todos los componentes y sistemas del vehículo, estas tienen un límite de durabilidad que se ve afectada por la carga y descarga de energía.

Para que un vehículo eléctrico tenga mejor rentabilidad y acogida en el mercado, se tendrá que diseñar un sistema de baterías que disponga de mayor capacidad de almacenamiento de energía y rendimiento, esto proporcionara que su autonomía sea de mayor alcance.

Las baterías para un vehículo eléctrico son de vital importancia para su funcionamiento, desempeño y eficiencia, por eso a continuación se detalla los principales parámetros que tenemos que tener en cuenta de una batería para un vehículo eléctrico.

- **Densidad energética:** Expresada en Wh/kg. Es la energía que puede suministrar la batería por cada kg.
- **Potencia:** Expresada en W/kg. Es la capacidad de proporcionar potencia (amperaje máximo). A más potencia mejores prestaciones para el vehículo eléctrico.
- **Eficiencia:** Es el rendimiento de la batería, la energía que realmente aprovecha el vehículo eléctrico expresado en %.
- **Coste:** Es el que mayor influencia presta en un vehículo eléctrico, de esto depende del rendimiento, a mayor rendimiento, mayor será su costo.
- **Ciclo de vida:** Ciclos completos de carga y descarga que soporta la batería antes de ser sustituida. Cuantos más ciclos mejor, porque la batería será relativamente duradera. (Rodríguez Cea, 2017)

Con los parámetros más principales que hay que tener en cuenta de una batería para un vehículo eléctrico, se presentan los siguientes.

- Batería de plomo-acido. (Tradicionales para sistemas auxiliares)
- Batería níquel-cadmio.
- Batería níquel-hierro.
- Batería níquel-hidruro metálico.
- Batería Ion-litio: (LiCoO₂).

- Batería Polímero de litio.
- Batería ZEBRA.
- Batería de Aluminio-aire.
- Batería Zinc-Aire.

1.2.3 Conversor DC/DC

En muchas aplicaciones para trabajar en corriente continua (CC), es necesario realizar una conversión de corriente continua de un voltaje fijo a una fuente de corriente continua variable, esto es muy semejante a un transformador en corriente alterna (CA), en donde existe una relación de vueltas que varía en forma continua.

Los conversores de DC – DC se utilizan ampliamente en el proceso de control de motores de tracción para vehículos eléctricos, tranvías eléctricos, grúas, montacargas.

Cuando utilizan componentes en accionamiento para un vehículo eléctrico, como un inversor y un motor, por lo general se requieren tensiones en torno a los 400-800V (Castells, 2018), esta tensión se debería obtener de un banco de baterías, para llegar a esta tensión se necesitarían varias baterías, y esto es un inconveniente debido al espacio, peso, costo y la posibilidad de un mal funcionamiento asociados a una gran número de baterías. Por esta razón, se emplean convertidores DC-DC en los vehículos para elevar la tensión del banco de baterías hasta el nivel del motor. (Gerardo Morichetti, 2002)

Una característica que debe cumplir un convertidor en un vehículo eléctrico es que debe ser bidireccional debido a que el vehículo cuando es impulsado, el motor recibe la energía de las baterías a través del convertidor en el nivel que se necesite para producir una velocidad deseada, y cuando el vehículo frena el motor pasa a trabajar como generador e inyectado energía a las baterías en el proceso de frenado regenerativo.

Existen varios convertidores que se utilizan acorde a la necesidad del operador, a continuación se detallan los principales tipo convertidores DC-DC comerciales:

- Convertidor reductor (buck).
- Convertidor elevador (boost).
- Convertidor reductor/elevador (buck-boost).
- Convertidor Cúk.
- Convertidor de puente completo.

De los convertidores en la lista, solo los convertidores reductor y elevador son las topologías básicas del convertidor, los otros convertidores son combinaciones de las topologías básicas. (Ned Mohan, 2009)



Figura 5. Diagrama de un conversor de un vehículo eléctrico

Fuente: (Garcia R. M., 2015)

1.2.4 Inversores

La principal característica de los inversores en un vehículo eléctrico, es transformar la corriente continua que se encuentra en las baterías u acumuladores en corriente alterna, si así requiera el motor que tenga incorporado, y de igual forma la corriente alterna que produce el generador en corriente continua para ser almacenada en las baterías. (Garcia R. M., 2015)

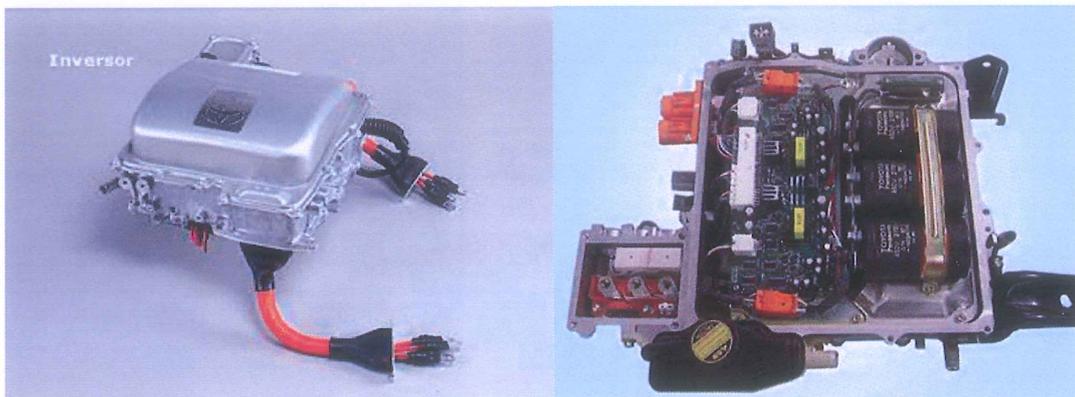


Figura 6. Inversor de un vehículo Toyota Prius.

Fuente: (meganeboy, 2017)

Dependiendo de la velocidad o torque requerido por el vehículo, el inversor se encarga de regular el voltaje y frecuencia que alimenta al motor eléctrico, a su vez también cumple la función de recuperar la energía cinética generada por el frenado

regenerativo, producto de la inercia del desplazamiento del vehículo esta energía es reenviada a las baterías.

1.2.5 Motor eléctrico

Un motor eléctrico es una maquina rotativa que realiza la transformación de la energía eléctrica en energía mecánica (Garcia R. M., 2015), mediante la rotación electromagnética. Existen motores eléctricos que son reversibles, que realiza el proceso inverso a lo mencionado, en este caso transforma energía mecánica en energía eléctrica, cambiando el comportamiento del motor eléctrico como un generador.

1.2.5.1 Diferencia entre motor eléctrico y motor térmico

Las diferencias principales entre los motores eléctricos con respecto a los motores térmicos que existen en los vehículos, se detallan a continuación.

- Los motores eléctricos presentan un menor tamaño y peso con respecto de un motor térmico de la misma potencia.
- Son motores silenciosos, más simples y no emiten gases contaminantes.
- Los motores eléctricos tienen una potencia constante desde su arranque.
- El rendimiento de un motor eléctrico en un vehículo eléctrico es del 90%, en comparación a un motor térmico que su rendimiento es de 30 o 40%. (Garcia R. M., 2015).
- El mantenimiento de un motor eléctrico es casi nulo por su estructura al no ser muy complejo en comparación de un motor térmico.

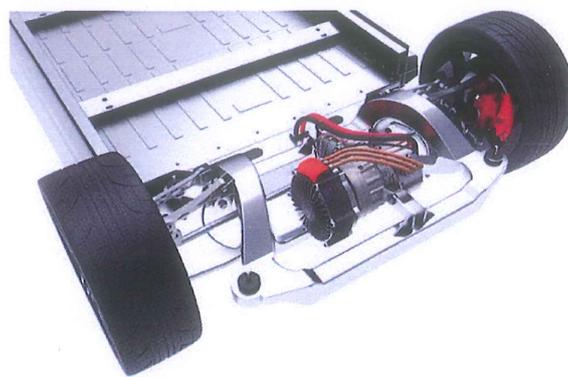


Figura 7. Motor eléctrico acoplado a un vehículo eléctrico

Fuente: (S.L., s.f.)

1.2.6 Tipos de motores eléctricos empleados en vehículos eléctricos

Los motores eléctricos más empleados en vehículos eléctricos son motores síncronos, motores asíncronos(o de inducción) y motores de flujo axial.

1.2.6.1 Motores Síncronos

La velocidad de rotación en un motor síncrono es directamente proporcional a la frecuencia de la corriente que lo alimenta. Utiliza el mismo concepto de un campo magnético giratorio que es producido por el estator, y en el rotor consta de imanes permanentes los que giran sincrónicamente con el campo del estator, haciendo que su velocidad de rotación sea constante.

Existen diversos tipos de motores síncronos, siendo los más conocidos:

- Motores de corriente continua de imán permanente.
- Motores de corriente alterna de imán permanente.
- Motores paso a paso de imán permanente.

1.2.6.2 Motores Asíncronos

El motor asíncrono es un tipo de motor de corriente alterna en donde la corriente eléctrica del rotor es inducida por un campo magnético de la bobina del estator. En estos motores cuando se realiza el momento de arranque, el flujo que es inducido al rotor es muy elevado producto de esto hace que la corriente absorbida sea muy alta, si esto sucede con frecuencia podría producir elevar la temperatura del estator y la vida útil de los devanados se vería afectado, llegando a producir fallas por el derretimiento del aislante.

1.2.6.3 Motores de Flujo Axial

Los motores de flujo axial últimamente se han convertido en una nueva tendencia en los vehículos eléctricos, principalmente por que presentan muchas ventajas en comparación a un motor eléctrico convencional; son más compactos y resistentes, no necesitan ningún tipo de mantenimiento, son económicas por su forma de construcción y su capacidad de enfriamiento es muy eficiente. Estos motores se acoplan a la rueda del vehículo directamente ya que debido a su tecnología permite grandes desarrollos.

1.2.6.4 Motores de Corriente continua sin Escobillas

Los motores de corriente continua sin escobillas también se los denomina como motores Brushless, estos motores representan el último desarrollo en cuanto a motores eléctricos DC se refiere. Antes que aparecieran estos motores solo existían los motores de corriente continua con escobillas. En sus primeros inicios del motor sin escobillas

fueron introducidos como una máquina de corriente continua, con una conmutación de estado sólido, careciendo de un conmutador físico que son las escobillas.

En sus primeros inicios los motores Brushless carecían de potencia a comparación de los motores tradicionales de corriente continua, con el desarrollo de nuevas tecnologías permitió que el motor Brushless sobresalieran con respecto de los motores de corriente continua, teniendo la capacidad de admitir potencias mayores con respecto a su tamaño.

1.3 Motores DC sin escobillas

Los motores sin escobillas llamados Brushless o también conocidos como BLDC, son utilizados en industrias tales como automovilismo, aeroespacial, control y automatización, entre otros. Por su estructura y construcción, son ideales para espacios pequeños y son muy silenciosos, por eso los motores brushless son los más adecuados para implementar en un vehículo eléctrico a escala, ya que poseen grandes ventajas y eficiencias en comparación de los motores con escobillas.

Las principales características de los motores Brushless, es la ausencia de escobillas en su interior y esto hace que no exista pérdidas o desgaste de los componentes internos, ocasionados por fricción y rozamiento de esta manera reduce la pérdida de energía y sobrecalentamiento del motor; por lo tanto el mantenimiento de estos motores es menor.

1.3.1 Estructura básica de un motor Brushless (BLDC)

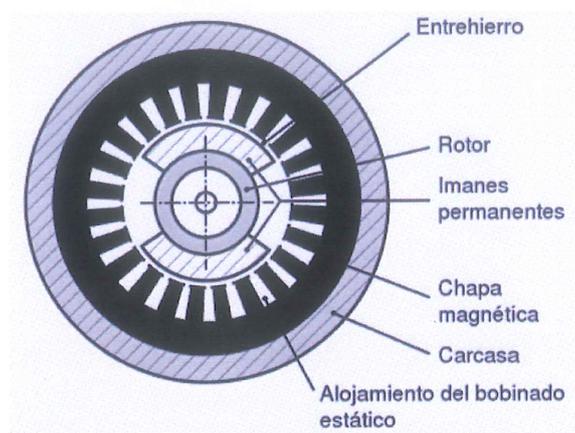


Figura 8. Estructura de un motor Brushless (BLDC)

Fuente: (José, 2014)

La construcción del estator de los motores Brushless es simple y parecida al motor de corriente alterna de varias fases (José, 2014), y el rotor es un elemento magnético

que está constituido por imanes permanentes. La diferencia entre estos dos tipos de motores es la identificación de la posición del rotor, en un motor Brushless la ubicación de los polos magnéticos se realiza a través de sensores de efecto hall y sensores ópticos.

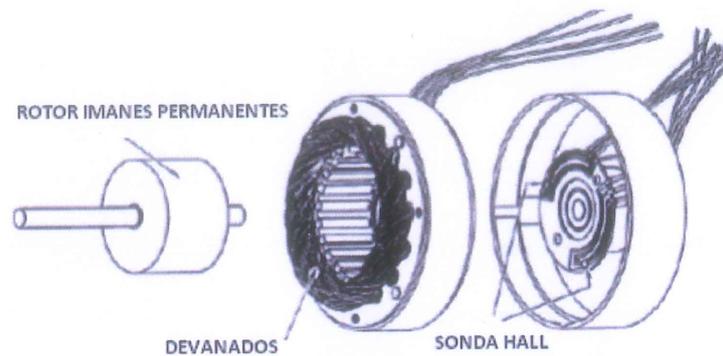


Figura 9. Despiece de un motor Brushless

Fuente: (Patricio Guaraca, 2012)

1.3.2 Motores DC sin escobillas vs Motores DC con escobillas

Al momento de utilizar un motor en una aplicación determinada se debe tener en cuenta ciertos aspectos tales como el tamaño y la potencia. Las diferencias que aplican en estos motores con escobillas y sin escobillas están dada por su funcionamiento y estructura. Los motores con escobillas para cambiar la polaridad del rotor utilizan las escobillas que están conectadas a un colector, por esta razón las escobillas son las encargadas de conmutar mecánicamente la corriente de las bobinas del motor, a diferencia de los motores sin escobillas, para realizar el cambio de polaridad en el rotor no necesitan incorporar escobillas, en este caso la conmutación de las bobinas se opera electrónicamente a través de un controlador. (Motorreductores, 2006)

A continuación en la presente Tabla 1.1 se presentan las principales diferencias entre estos dos tipos de motores con escobillas y sin escobillas.

Tabla 1. Motor con escobillas DC vs motor sin escobillas DC

Fuente: (Carlos Escobar, 2005)

	Motor DC con escobillas	Motor sin escobillas
Estructura mecánica	Elementos magnéticos en el estator	Elementos magnéticos en el rotor
Principales características	Respuesta rápida y excelente controlabilidad	Fácil mantenimiento

Conexión de los embobinados	Conexión Δ	Conexión Δ o Y
Método de conmutación	Contacto mecánico entre las escobillas y el conmutador	Conmutación electrónica por medio de transistores
Método para detectar la posición del rotor	Detectada automáticamente por las escobillas	Sensor de efecto Hall, encoder óptico, etc.
Método de reversa	Cambiando la polaridad del voltaje	Cambiando la lógica

1.4 Principio de Funcionamiento de un motor Brushless

En los motores Brushless el inductor es la parte móvil, denominado rotor en el cual se encuentran imanes permanentes. La alimentación se aplica a la armadura o estator que es la estacionaria. (Eduardo Alcaide D. C., 2016)

En la figura 10 se muestra el funcionamiento elemental del motor Brushless, los bloques A, B, C y D están formados por interruptores que usualmente son semiconductores que se activan y desactivan para producir campos magnéticos que se acoplan con el rotor y producen movimiento.

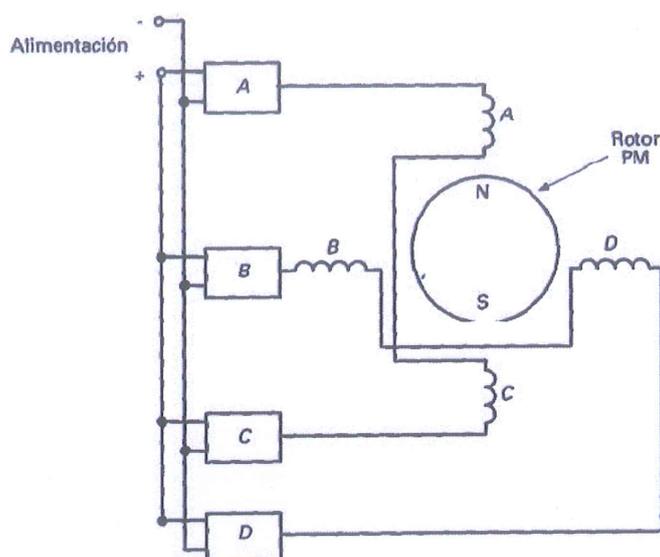


Figura 10. Motor Brushless básico con circuitos excitadores

Fuente: (Eduardo Alcaide D. C.)

Cuando se aplica una tensión a las bobinas A y C, y la corriente fluye desde C hacia A, se produce un norte magnético en la Bobina A y su respectivo sur en C, entonces el rotor se alinea tal y como se muestra en la figura 11a. para producir el desplazamiento del rotor se alimenta a las bobinas B y D con la corriente fluyendo desde B hacia D, esto genera un polo norte en las bobinas A y C, en este momento el rotor se alinearán en el punto intermedio entre las bobinas A y C desplazándose 45 grados como se muestra en la figura 11b. Luego se desactiva la alimentación de las bobinas A y C y el rotor nuevamente gira 45 grados con el fin de alinearse a la geometría de las bobinas B y D. como se muestra en la figura 11c.

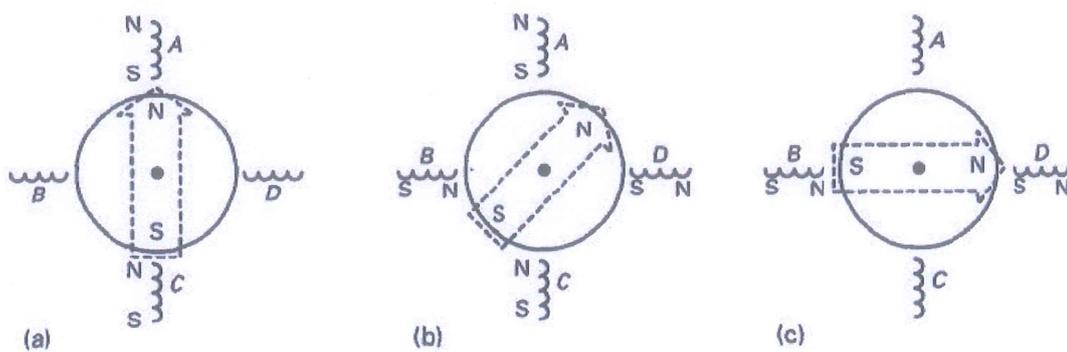


Figura 11. El motor brushless gira 45°. a) I en A y C; b) I en A, B, C y D; c) I en B y D.

Fuente: (Eduardo Alcaide D. C., 2016)

Los motores brushless utilizan la realimentación para poder conmutar la corriente a las bobinas correctas en el momento exacto, para eso se emplean dos tipos de sensores para activar las bobinas en función de la posición del rotor. El sensor más utilizado y más popular es el dispositivo de Efecto Hall, el cual detecta la presencia de un campo magnético. (Eduardo Alcaide D. C., 2016)

El sensor de efecto Hall produce una tensión de salida proporcional a la intensidad de campo magnético detectado. Estos sensores son muy económicos y comúnmente se utilizan en aplicaciones de baja tensión y baja potencia.

La otra alternativa para detectar la posición del rotor es el dispositivo opto electrónico, este sensor utiliza un fotodiodo y un fototransistor, los sensores a_1, a_2 y a_3 se encuentran dispuestos en una distribución de 120 grados y son cubiertos alternativamente por un disco que tiene una abertura que permite el paso de energía de un único diodo a la vez, permitiendo indicar la posición del rotor con una certeza de 120 grados, estos sensores activan respectivamente los transistores Q4, Q5 y Q6 permitiendo la operación del motor, tal y como se muestra en la figura 12.

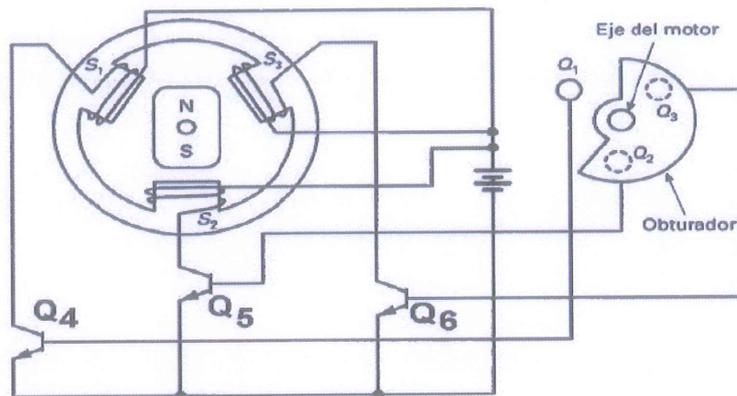


Figura 12. Motor brushless con dispositivo optoeléctrico y conmutado con fototransistores.

Fuente: (Eduardo Alcaide D. C.)

1.5 Frenado regenerativo en motores Brushless

Durante el desplazamiento, el vehículo adquiere una inercia y para detenerlo se aplican una fuerza contraria al movimiento, en este caso se utiliza el frenado, que utiliza un rozamiento con la parte móvil ya sea este un eje, creando una resistencia y esto ocasiona que se detenga el vehículo, al producir esto se genera calor entre los materiales que están en rozamiento.

Cuando se realiza la acción de frenar o detener un motor, se deja de alimentar con corriente, producto de esto el motor pasa a operar como generador invirtiendo el sentido de la corriente con el fin de realimentar a la batería.

La idea es recuperar parte de la energía involucrada en el frenado del vehículo. Al generar electricidad, el flujo de corriente en la armadura es opuesto a lo que ocurre cuando opera como motor. Como en caso de los vehículos eléctricos que actualmente se encuentran en el mercado, como el Volt de Chevrolet, el Prius de Toyota y otros, cuentan con un sistema de frenado regenerativo. (EV, 2014)

Algo importante es que el freno regenerativo no reemplaza al freno convencional de fricción, por eso cuentan con dispositivos para detener los vehículos en caso de algún percance, como son los frenos a disco y tambor acoplados a las ruedas de los vehículos.

CAPITULO 2: ESPECIFICACIONES DEL PROYECTO

Este proyecto se propone el desarrollo de un sistema de control de velocidad para un motor Brushless DC acoplado a un prototipo de vehículo experimental a escala, con la finalidad de obtener el mejor sistema de control de velocidad, para esto se compara entre tres sistemas de control: Controlador PID, Realimentación de Estados y Realimentación de Estados con Integrador. Esto se realiza dentro del proyecto de investigación "Smart Univer-city" de la Universidad Católica de Cuenca.

Para el desarrollo del proyecto se adquirió un vehículo a escala 1/16 tipo truggy, el mismo que cuenta con un motor Brushless marca Fuse, modelo 4500kV y un controlador de velocidad (ESC) de 30A, con torque y velocidad suficientes para el desplazamiento del vehículo a escala.

Se requiere que el vehículo tenga la capacidad de variar su referencia de entrada para alcanzar la velocidad requerida con un tiempo de estabilización adecuado. Esto se cumple con componentes tales como; sensores, módulos y microcontroladores de fácil adquisición en el medio.

2.1 Acople mecánico

Para el acople mecánico se utilizó los engranajes propios del vehículo, se adiciono un sensor que mide las revoluciones del giro del motor acoplado en el mismo eje del motor. Adicionalmente, se diseñó un soporte para las baterías, el circuito control del motor Brushless. En el diseño de este soporte se buscó mantener las características mecánicas originales del prototipo.

2.2 Etapa de salida

Para controlar y variar la velocidad se cuenta con el microcontrolador PIC 18F4550 que se encargara de distribuir la señal al ESC y así establecer la velocidad acorde a la referencia que se proponga, para ello se analizaron los distintos tipos de controladores propuestos.

2.3 Baterías

En base a los datos de la planta del prototipo conformado por el motor, chasis, amortiguadores, ruedas, peso; se optó por un sistema de dos baterías. La primera destinada para el controlador ESC y el motor, esta batería es de tipo níquel-hidruro metálico (Ni-MH) de 7.2V y con una capacidad de corriente de 1200mAh. La segunda batería es de Litio Ion 3.7V de 150mAh que alimenta al circuito del controlador, sensor y modulo Bluetooth.

2.4 Microcontrolador

Se comparó el comportamiento de dos microcontroladores un Arduino ATMEGA 2560 y un PIC 18f4550. En las etapas iniciales del proyecto se verificó que el PIC presenta mejores características debido a su mayor desempeño y capacidad de manejo de los datos, por lo tanto, la implementación final y pruebas se realizaron el microcontrolador PIC 18f4550. El microcontrolador Arduino ATMEGA 2650 se utilizó para la toma de datos del sensor de velocidad, mediante la conexión serial al computador.

2.5 Planta o sistema



Figura 13. Vehículo Truggy RTR empleado para este trabajo de titulación.

Fuente: (hobbies, 2019)

La planta o sistema que se adquirió para este trabajo de titulación, es un vehículo Truggy RTR a escala 1/14 Losi Mini 8IGHT-T que dispone los siguientes componentes y características:

Motor Brushless Dynamite 4500kv: Diseñado para entregar la suficiente potencia al tren de tracción 4WD, este motor requiere poco o ningún mantenimiento.

Dynamite Waterproof Brushless ESC: Cuenta con una forma automática de detección de celdas, para realizar el control del motor Brushless y un servomotor para el sistema de dirección del vehículo, además es compatible con baterías NiMH y 2S a 3S LiPo.

Amortiguadores de aluminio: Los amortiguadores son ajustables, rellenos de aceite y están ajustados para ser confiables, duraderos para garantizar el máximo rendimiento.

Neumáticos Truggy Mini Blockhead: Extremadamente duraderos y brindan una gran tracción en diferentes tipos de superficie.

Batería: NiMH de 7.2v y 1200mah recargable con conector EC3.

Especificaciones:

- **Longitud:** 13 pulgadas (319mm)
- **Ancho:** 10 pulgadas (255mm)
- **Altura:** 5 pulgadas (120mm)
- **Peso:** 2.9 lb (1.32kg)

CAPITULO 3: ALGORITMOS DE CONTROL

En la industria un sistema dinámico es sometido a acciones condicionando su comportamiento, dichas acciones pueden ser deseadas (potenciómetros, interruptores, etc.) o no deseadas (perturbaciones). La teoría de control se encarga de diseñar mecanismos que permitan comandar acciones, manteniéndolos en valores óptimos (variables controladas) a pesar de las perturbaciones. Desde esta perspectiva, este capítulo presenta conceptos necesarios, pero suficientes, para el desarrollo de un sistema de control basado en la realimentación de estados y ubicación de polos, presentando métodos de análisis para establecer el sistema de control adecuado para el sistema.

El capítulo presenta un breve resumen sobre la transformada de Laplace, la transformada z y las ecuaciones de estado, con una descripción de elementos básicos que intervienen en un lazo de control, congregando los tres tipos de control desarrollados en este trabajo de titulación (PID, Realimentación de estado, Realimentación de estado con integrador).

Antes de empezar, a continuación se presenta la terminología comúnmente usada en los sistemas basados en la realimentación de estados:

Señal de salida. - es la variable que se desea controlar o el resultado de todo un proceso de control.

Señal de Referencia. - valor o variable a la que la variable de salida busca igualar.

Error. – es la diferencia que existe entre la señal de salida y la de referencia dada.

Señal de control. – es la señal que se encarga de reducir o eliminar el error.

Planta. - es el elemento físico a controlar, puede ser un motor eléctrico, un sistema de iluminación, entre otros.

Perturbación. - es una señal que afecta notoriamente a la salida del sistema haciendo que la salida cambie hacia un valor no deseado.

Proceso. – Es el encargado de realizar ya sea el cálculo, función, acción hasta llegar a un resultado determinado.

3.1 Transformada en el plano s y z

Nos ayuda a resolver de una forma más sencilla algunos cálculos de materias de ingeniería, cálculo, física que presentan un grado de dificultad en caso de ecuaciones diferenciales a unas con procesos más sencillos.

Generalmente a la transformada Laplace se le podría llamar "Transformada s".

Por otra parte, la transformada z nos dice que convierte un tipo de señal real o compleja que está definida en el dominio del tiempo discreto a una de dominio de la frecuencia compleja.

3.1.1 Definición de transformada s

La transformada de Laplace es un operador lineal muy útil para la resolución de ecuaciones diferenciales. Esta presenta dos características de gran importancia y utilidad:

- La solución de la ecuación homogénea y la solución particular se obtiene mediante una sola operación.
- La transformada de Laplace nos ayuda a convertir la ecuación diferencial en una ecuación algebraica en función s.

Cuando tenemos a una función f definida para $t > 0$, se dice que la transformada de Laplace es:

$$\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (1)$$

Cuando esta integral llega a converger existe la transformada de Laplace, caso contrario no existe. Existen dos tipos de transformadas la bilateral y unilateral.

3.1.2 Definición de la transformada z

Dada una secuencia discreta $x(n)$ se dice que su transformada z es:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (2)$$

En donde z es una variable compleja.

Los usos más comunes de la transformada z son:

- Para la obtención de expresiones entrada – salida.
- Simplificar e implementar estructuras.

- Resolución de ecuaciones en diferencia.
- Transformación bilineal e impulso-invariante.

Calcular la transformada z es bastante complejo, por esta razón se hace el uso de tablas con sus respectivas transformadas más utilizadas, así las ecuaciones son menos complejas y se pueden calcular más fácilmente.

Señal de impulso – tiene una secuencia asociada:

$$\delta_k = (1, 0, 0 \dots)$$

Para este caso la transformada z se calcula de la siguiente manera:

$$Z\{\delta_k\} = \sum_{k=0}^{\infty} \delta_k z^{-k} = \delta_0 = 1 \quad (3)$$

Señal escalón – la secuencia de este caso es:

$$u_k = (1, 1, 1 \dots)$$

Y la transformada z se calcula:

$$Z\{u_k\} = u(z) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} z^{-k} = \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z}{z - 1} \quad (4)$$

Señal $\{a^k\}$ se calcula:

$$Z\{a^k\} = \sum_{k=0}^{\infty} a^k z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{a}{z}\right)^k = \frac{1}{1 - \frac{a}{z}} = \frac{z}{z - a} \quad (5)$$

Señal $\{e^{-ak}\}$, solo hay que cambiar el valor de la misma ecuación $a = e^{-a}$

$$Z\{e^{-ak}\} = \frac{z}{z - e^{-a}} \quad (6)$$

$$Z\{e^{-ak}\} = \frac{z}{z - e^{-a}}$$

A continuación, en la tabla se puede obtener las transformadas z de las secuencias más habituales y conocidas. (Daniel Rodriguez Ramirez, 2007)

Tabla 2. Transformada Z de las secuencias más habituales y conocidas

Fuente: (Daniel Rodriguez, 2007)

	$X(s)$	$x(t)$	$x(kT)$ o $x(k)$	$X(z)$
1.	—	—	Delta de Kronecker $\delta_0(k)$ 1, $k = 0$ 0, $k \neq 0$	1
2.	—	—	$\delta_0(n - k)$ 1, $n = k$ 0, $n \neq k$	z^{-k}
3.	$\frac{1}{s}$	$1(t)$	$1(k)$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$
4.	$\frac{1}{s + a}$	e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{1}{1 - e^{-aT}z^{-1}}$
5.	$\frac{1}{s^2}$	t	kT	$\frac{Tz^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$
6.	$\frac{2}{s^3}$	t^2	$(kT)^2$	$\frac{T^2z^{-1}(1 + z^{-1})}{(1 - z^{-1})^3}$
7.	$\frac{6}{s^4}$	t^3	$(kT)^3$	$\frac{T^3z^{-1}(1 + 4z^{-1} + z^{-2})}{(1 - z^{-1})^4}$
8.	$\frac{a}{s(s + a)}$	$1 - e^{-at}$	$1 - e^{-akT}$	$\frac{(1 - e^{-aT})z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - e^{-aT}z^{-1})}$
9.	$\frac{b - a}{(s + a)(s + b)}$	$e^{-at} - e^{-bt}$	$e^{-akT} - e^{-bkT}$	$\frac{(e^{-aT} - e^{-bT})z^{-1}}{(1 - e^{-aT}z^{-1})(1 - e^{-bT}z^{-1})}$
10.	$\frac{1}{(s + a)^2}$	te^{-at}	kTe^{-akT}	$\frac{Te^{-aT}z^{-1}}{(1 - e^{-aT}z^{-1})^2}$
11.	$\frac{s}{(s + a)^2}$	$(1 - at)e^{-at}$	$(1 - akT)e^{-akT}$	$\frac{1 - (1 + aT)e^{-aT}z^{-1}}{(1 - e^{-aT}z^{-1})^2}$

	$X(s)$	$x(t)$	$x(kT)$ o $x(k)$	$X(z)$
12.	$\frac{2}{(s+a)^3}$	$t^2 e^{-at}$	$(kT)^2 e^{-akT}$	$\frac{T^2 e^{-\sigma T} (1 + e^{-\sigma T} z^{-1}) z^{-1}}{(1 - e^{-\sigma T} z^{-1})^3}$
13.	$\frac{a^2}{s^2(s+a)}$	$at - 1 + e^{-at}$	$akT - 1 + e^{-akT}$	$\frac{[(aT - 1 + e^{-\sigma T}) + (1 - e^{-\sigma T} - aTe^{-\sigma T})z^{-1}]z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2(1 - e^{-\sigma T} z^{-1})}$
14.	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\text{sen } \omega t$	$\text{sen } \omega kT$	$\frac{z^{-1} \text{sen } \omega T}{1 - 2z^{-1} \cos \omega T + z^{-2}}$
15.	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$	$\cos \omega kT$	$\frac{1 - z^{-1} \cos \omega T}{1 - 2z^{-1} \cos \omega T + z^{-2}}$
16.	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \text{sen } \omega t$	$e^{-akT} \text{sen } \omega kT$	$\frac{e^{-\sigma T} z^{-1} \text{sen } \omega T}{1 - 2e^{-\sigma T} z^{-1} \cos \omega T + e^{-2\sigma T} z^{-2}}$
17.	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$	$e^{-akT} \cos \omega kT$	$\frac{1 - e^{-\sigma T} z^{-1} \cos \omega T}{1 - 2e^{-\sigma T} z^{-1} \cos \omega T + e^{-2\sigma T} z^{-2}}$
18.			a^k	$\frac{1}{1 - az^{-1}}$
19.			a^{k-1} $k = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{z^{-1}}{1 - az^{-1}}$
20.			ka^{k-1}	$\frac{z^{-1}}{(1 - az^{-1})^2}$
21.			$k^2 a^{k-1}$	$\frac{z^{-1}(1 + az^{-1})}{(1 - az^{-1})^3}$
22.			$k^3 a^{k-1}$	$\frac{z^{-1}(1 + 4az^{-1} + a^2 z^{-2})}{(1 - az^{-1})^4}$
23.			$k^4 a^{k-1}$	$\frac{z^{-1}(1 + 11az^{-1} + 11a^2 z^{-2} + a^3 z^{-3})}{(1 - az^{-1})^5}$
24.			$a^k \cos k\pi$	$\frac{1}{1 + az^{-1}}$
25.			$\frac{k(k-1)}{2!}$	$\frac{z^{-2}}{(1 - z^{-1})^3}$
26.			$\frac{k(k-1)\dots(k-m+2)}{(m-1)!}$	$\frac{z^{-m+1}}{(1 - z^{-1})^m}$
27.			$\frac{k(k-1)}{2!} a^{k-2}$	$\frac{z^{-2}}{(1 - az^{-1})^3}$
23.			$\frac{k(k-1)\dots(k-m+2)}{(m-1)!} a^{k-m+1}$	$\frac{z^{-m+1}}{(1 - az^{-1})^m}$

3.2 Discretización de Sistemas Analógicos

Existen tres técnicas para convertir un sistema analógico en discreto: Retenedor de orden cero (ZOH), Transformada Bilineal y Correspondencia polos-ceros.

Retenedor de orden cero (ZOH)

Este método asume que en la entrada existe un retenedor de orden cero, resultando en la siguiente figura 14, cuya ecuación del sistema queda determinada por $D(z)$.

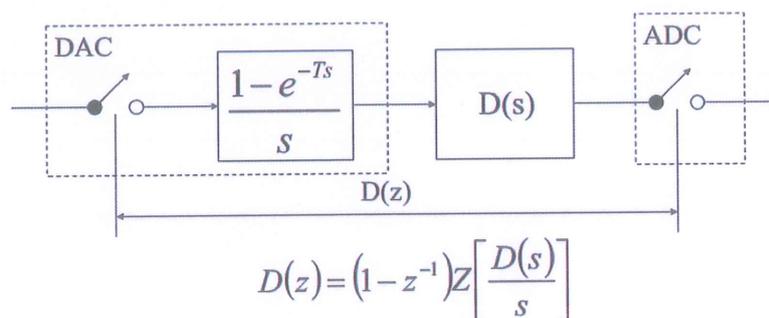


Figura 14. Diagrama de retenedor de orden cero

Fuente: (Quiñónez, 2018)

Transformada Bilineal

También denominada aproximación de Tustin o Trapezoidal, cuya razón de equivalencia es:

$$s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)} \quad (7)$$

T = periodo de muestreo

Utiliza esta relación para transformar el dominio en "s" en un dominio en "z", y en términos de la frecuencia de muestreo su razón de equivalencia es:

$$S = \frac{2Fs(z-1)}{z+1} \quad (8)$$

F_s = Frecuencia de muestreo

Correspondencia polos-ceros.

Los polos y ceros de $D(s)$ se mapean como polos y ceros de $D(z)$ según el criterio

$$z_i = e^{s_i T} \quad T = \text{Periodo de muestreo}$$

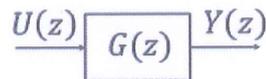
Cuando $D(s)$ tiene más polos que ceros se agregan ceros en $z = -1$ en el numerador para igualar el número de polos y ceros, cuya ganancia debe cumplir.

$$D(z)|_{z=1} = D(s)|_{s=0}$$

Para los propósitos de esta tesis se usará la transformada Bilineal.

3.3 Función de transferencia

En sistemas discretos la función de transferencia cumple el criterio de relacionar la entrada de un sistema con la salida.



Resultando.

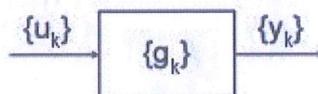
$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m}}{1 - a_1z^{-1} - \dots - a_nz^{-n}} \quad (9)$$

Ventajas de la función de transferencia:

- Es una representación compacta de un sistema lineal como cociente de polinomios en s .
- Tiene una interpretación inmediata en la frecuencia $s=jw$
- Si no se conoce la ecuación diferencial que describe un sistema, se podrá obtener la función de transferencia de forma experimental, dando al sistema entradas conocidas y estudiando el comportamiento de salida.

En la ecuación de función de transferencia, las raíces del polinomio del numerador $Y(z)$, son los ceros del sistema y las raíces del denominador $U(z)$, son los polos del sistema. Para conocer el orden del sistema se ve el grado del polinomio del denominador $U(z)$.

En términos de sucesiones, aplicando la transformada z inversa, se tiene como entrada $\{u_k\}$ y la salida $\{y_k\}$.



Dónde: $Y(z) = Z\{y_k\}$ $U(z) = Z\{u_k\}$ $G(z) = Z\{g_k\}$, resultando la sucesión.

$$Z^{-1}\{Y(z)(1 - a_1z^{-1} - \dots - a_nz^{-n})\} = Z^{-1}\{(b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m})U(z)\}$$

$$Z^{-1}\{Y(z)(1 - a_1z^{-1} - \dots - a_nz^{-n}) = (b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m})U(z)\}$$

$$y(k) = a_1y(k - 1) + \dots - a_ny(k - n) + b_0u(k) + b_1u(k - 1) + \dots + b_mu(k - m)$$

3.4 Control PID

El controlador más conocido en el campo de Control Digital, es el clásico controlador PID, cuyo significado de PID es; (P) Proporcional, (I) Integral y (D) Derivativo. La ecuación de un controlador PID está determinado por la siguiente ecuación.

$$PID(s) = Kp + \frac{Ki}{s} + Kds \quad (10)$$

Siendo Kp, Ki, Kd las ganancias proporcional, integral y derivativo respectivamente. Este tipo de controlador es muy utilizado en varias aplicaciones en el uso industrial, llegando a cubrir un 95% de los procesos industriales a lazo cerrado, ya que ha mostrado ser lo suficientemente beneficioso y precisos en el control. (Gil Luis, 2014)

Existen varios algoritmos de control, pero el control PID tiene la capacidad de manipular los valores de entrada con referencia a la variación en la señal de referencia, para que pueda ajustarse y de esta manera su control será más preciso y estable. Todo esto se puede realizar con la ayuda de sensores, ellos realizan una comparación de los datos de cambios en la señal de referencia con respecto a un cambio de señal de error. (Jorge Mario Cotte Corredor, 2010)

La señal del error actúa en tres formas, en el presente a través del término proporcional, pasado usando el término integral y para el futuro anticipado en términos derivativo.

A continuación se presenta un esquema PID en donde T_p, T_i, T_d , son las constantes de tiempo en términos de proporcional, integral y derivativo.

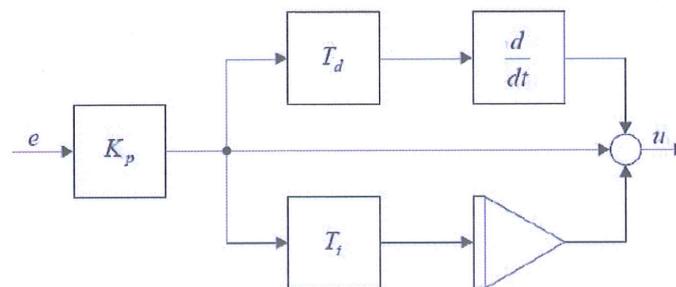


Figura 15. Esquema de un controlador PID

Fuente: (Patricia N. Baldini)

Termino proporcional (P)

Le da al sistema una señal de control proporcional al error, este error es de estado estacionario.

Termino Integral (I)

Este término le da al sistema una señal de control que corresponde a la suma del error previo, esta suma de error continúa hasta que la variable de salida iguale al valor deseado, usando solo este término el sistema responde muy lentamente y presenta oscilaciones.

Termino Derivativo (D)

Este término le da al sistema una señal de control que depende del cambio de error que se presente. Este mejora la respuesta a cambios repentinos en el estado del sistema y hace que su respuesta sea más rápida que un control P o PI. Cuando se utiliza todos los términos juntos PID generalmente tiene un mejor desempeño.

A continuación en la figura 16, se presentan las respuestas de los controladores P, PI, PID, se puede observar que cada respuesta al control es mejor que otra, hasta llegar a eliminar las oscilaciones presentes.

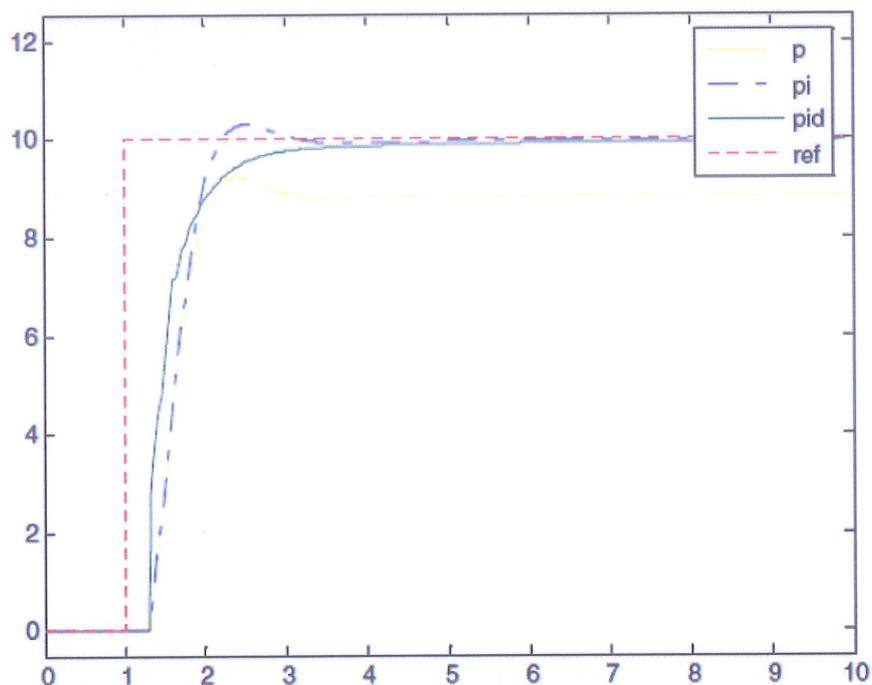


Figura 16. Respuesta a los impulsos de P, PI, PID

Fuente: (Instrumentación y control, s.f.)

3.4.1 Discretización del controlador PID

La ecuación de control PID puede ser discretizada mediante tres métodos conocidos anteriormente como; mantenedor de orden zero (ZOH), correspondencia polos-ceros y transformada bilineal, para nuestro propósito se ha aplicado el último mencionado, todo esto en términos de la frecuencia de muestreo, resultando:

$$\begin{aligned}
 PID(z) &= K_p + \frac{K_i}{\frac{2Fs(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})}} + \frac{2FsKd(1-z^{-1})}{1+z^{-1}} \\
 PID(z) &= K_p + \frac{K_i(1+z^{-1})}{2Fs(1-z^{-1})} + \frac{2FsKd(1-z^{-1})}{1+z^{-1}} \\
 PID(z) &= K_p + \frac{\frac{K_i}{2Fs}(1+z^{-1})}{(1-z^{-1})} + \frac{2FsKd(1-z^{-1})}{1+z^{-1}} \tag{11}
 \end{aligned}$$

Donde, claramente se pueden obtener tres funciones de transferencia: función de transferencia proporcional, integral y derivativa. Por lo tanto, las ecuaciones obtenidas aplicando la transformada z inversa para cada una de las ecuaciones serian.

$$y_p(n) = [k_p]e(n) \tag{12}$$

$$y_i(n) = \frac{k_i}{2Fs} [e(n) + e(n-1)] + y_i(n-1) \tag{13}$$

$$y_d(n) = 2Fsk_d[e(n) - e(n-1)] - y_d(n-1) \tag{14}$$

$$y_{pid}(n) = y_p(n) + y_i(n) + y_d(n) \tag{15}$$

3.4.2 Sintonización controlador PID

3.4.2.1 Método de Oscilación de Ziegler y Nichols

Ziegler y Nichols propusieron dos métodos para determinar los valores de las ganancias K_P, K_I, K_D , basados en las propiedades de respuesta transitoria del sistema o planta estudiada.

$$pid(s) = K_p \left(1 + T_D s + \frac{1}{T_I s} \right) = \frac{K_p}{T_I} \left(\frac{T_D T_I s^2 + T_I s + 1}{s} \right) \tag{16}$$

En el primer método se obtiene experimentalmente la respuesta de la planta o sistema ante una entrada escalón, y si la respuesta no tiene oscilaciones y si tiene un retardo que se forma como "s" como se ve en la figura 17, se puede utilizar este método.

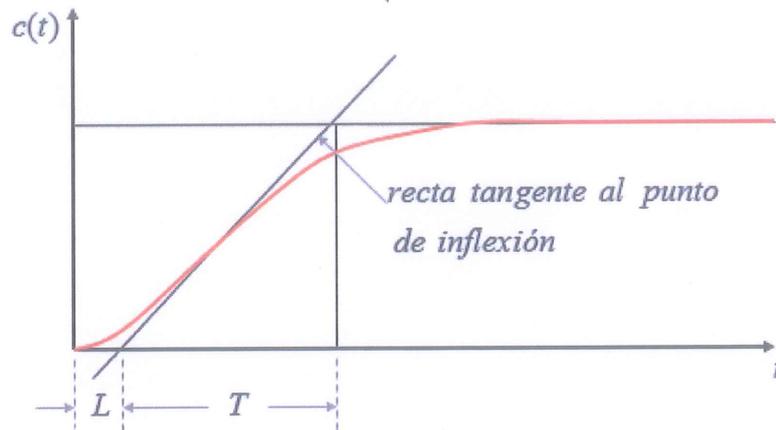


Figura 17. Curva experimental en forma de "s".

Fuente: (Coto, 2006)

Para este método se emplea la siguiente ecuación:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{T_s + 1} \quad (17)$$

Para obtener los valores de L y T se traza una tangente al punto de inflexión de la respuesta y para calcular los valores de sintonización se utiliza la siguiente tabla 3, para los valores de K_p , T_i y T_d .

Tabla 3. Valores de sintonización, primer método.

Fuente: (Coto, 2006)

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	T/L	∞	0
PI	$0.9T/L$	$L/0.3$	0
PID	$1.2T/L$	2L	0.5L

El segundo método se utiliza en sistemas que contengan oscilaciones sostenidas, esto consiste en eliminar los efectos de la parte integral y derivativa de esta forma $T_i = \infty$ y $T_d = 0$, incrementando el valor de K_p desde 0 hasta el valor crítico K_{cr} en donde gráficamente la salida proporcione oscilaciones sostenidas, como se muestra en la figura 18.

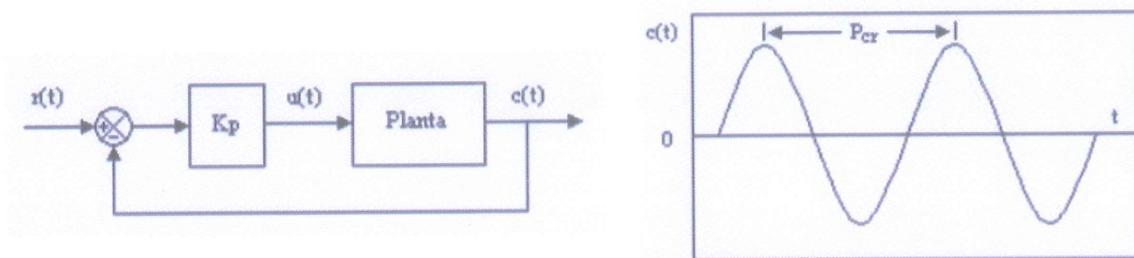


Figura 18. Salida de un valor crítico con oscilaciones.

Fuente: (Diseño de sistemas de control, s.f.)

Por medio de este método se logra obtener la ganancia crítica K_{cr} y el periodo P_{cr} de oscilación y posteriormente se puede calcular los valores de los parámetros de un controlador PID según nos indica en la siguiente tabla 4.

Tabla 4. Regla de sintonización de Ziegler - Nichols basada en la ganancia crítica K_{cr} y periodo crítico P_{cr} .

Fuente: (Diseño de sistemas de control, s.f.)

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Otra forma de determinar la ganancia crítica K_{cr} y periodo crítico P_{cr} es mediante cálculos, aplicando el criterio de estabilidad Routh.

3.5 Análisis en el espacio de estados

3.5.1 Concepto del método en el espacio de estados

Se define estado de un sistema, como la mínima cantidad de información necesaria en un determinado tiempo, con esto al conocer la información de entrada en un instante de tiempo, se pueda determinar la salida en cualquier instante posterior. Para poder controlar este método será necesario que el sistema esté en forma de espacio de estados, con esto se podrá obtener la señal de estados que va a realimentar. (Lopez Montes, 2014)

Un espacio de estados consta de cuatro matrices denominadas A, B, C y D, (en libro de Sistemas de Control en tiempo discreto de Katsuiiko Ogata, estas matrices lo

denominan como G, H, C y D respectivamente) estas matrices dependen del tiempo en forma general, aunque se las pueden simplificar a matrices constantes, si el sistema planteado no varía con el tiempo.

El diseño de los espacios de estado se puede diseñar para toda clase de entrada. Para realizar estos análisis en el espacio de estado se tratará con tres tipos de variables que están presente en un modelo de sistema dinámico, estas variables son: la entrada, la salida y las de estado.

Para estos sistemas las ecuaciones tanto de entrada como de salida en tiempo discreto están dadas por:

$$x(k + 1) = \mathbf{G}(k)x(k) + \mathbf{H}(k)u(k) \quad (18)$$

$$y(k) = \mathbf{C}(k)x(k) + \mathbf{D}(k)u(k) \quad (19)$$

En donde:

$x(k)$ = Vector n	vector de estado
$y(k)$ = Vector m	vector de salida
$u(k)$ = Vector r	vector de entrada
$\mathbf{G}(k)$ = Matriz n x n	matriz de estado
$\mathbf{H}(k)$ = Matriz n x r	matriz de entrada
$\mathbf{C}(k)$ = Matriz m x n	matriz de salida
$\mathbf{D}(k)$ = Matriz m x r	matriz de transmisión directa

La k indica en las matrices la variación con el tiempo (número de muestra), cuya representación se observa en el diagrama de bloques de la figura 19.

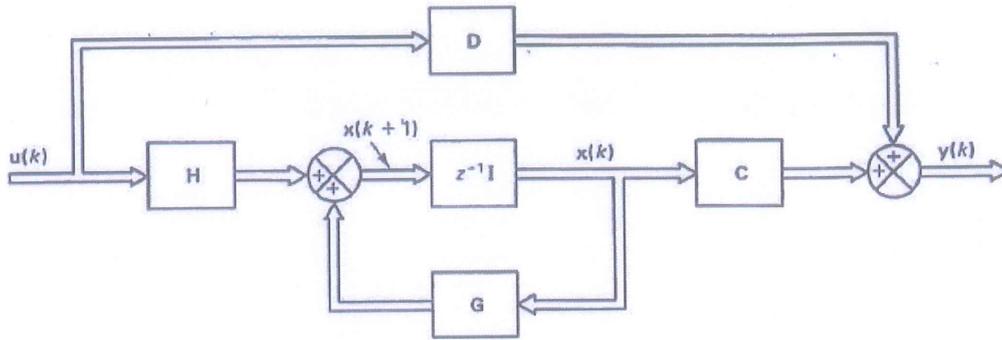


Figura 19. Diagrama de bloques de un sistema de control lineal en tiempo discreto invariante en el tiempo representado en espacio de estado

Fuente: (Ogata, Sistemas de Control en Tiempo Discreto)

Del diagrama de bloques se puede obtener las ecuaciones para un sistema, estas pueden ser muy similares para el sistema continuo o discreto, pero sus valores diferentes.

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (20)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (21)$$

3.5.2 Representación de una función de Transferencia al Espacio de Estados

Existen varias técnicas para representar una función de transferencia en el espacio de estado.

$$\frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_0z^n + b_1z^{n-1} + \dots + b_n}{z^n + a_1z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (22)$$

Los métodos más utilizados, según la ecuación general que se presenta son:

- Forma canónica controlable.
- Forma canónica observable.
- Forma canónica diagonal.
- Forma canónica de Jordan.

La forma canónica controlable se obtiene mediante el método de programación discreta. La forma canónica observable se obtiene a través del método de programación anidada. La forma canónica diagonal y Jordan se utiliza el método de expansión en fracciones parciales (Ogata, Sistemas de control en Tiempo Discreto Segunda Edición, 1996)

3.5.3 Matriz de función de transferencia pulso

Un sistema que está en tiempo discreto se puede representar mediante una función de transferencia pulso por las ecuaciones (18) y (19).

Donde:

$x(k)$ es un vector $-n$.

$u(k)$ es un vector $-r$.

$y(k)$ es un vector $-m$.

G, H, C y D son matrices.

Para la función de transferencia pulso se tiene que las condiciones iniciales son cero $x(0)$, con esta condición se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$X(z) = (zI - G)^{-1}HU(z) \quad (23)$$

$$Y(z) = [C(zI - G)^{-1}H + D]U(z) = F(z)U(z) \quad (24)$$

Resolviendo la igualdad tenemos la ecuación de $F(z)$:

$$F(z) = C(zI - G)^{-1}H + D \quad (25)$$

$F(z)$ Es una matriz de función de transferencia pulso y caracteriza la dinámica de la entrada y la salida de un sistema discreto.

3.5.4 Controlabilidad

Trata de la existencia de un vector de control que puede causar que el estado del sistema llegue a un estado arbitrario, esto quiere decir, que un sistema es controlable si mediante un vector de control no acotado pueda transferir este sistema a cualquier estado inicial a otro final, en un determinado número de periodos de muestreo, para esto es necesario que todas las variables de estado puedan ser controladas. (Ogata, Sistemas de control en Tiempo Discreto Segunda Edición, 1996)

Se puede decir que el concepto de controlabilidad es la base para para solucionar los problemas por ubicación de polos y observabilidad para el diseño de observadores de los tres estados de un sistema. (Ogata, Sistemas de control en Tiempo Discreto Segunda Edición, 1996)

3.5.5 Observabilidad

Un sistema dice ser completamente observable cuando su estado inicial $x(0)$ puede determinar a partir de la observación de $y(kT)$ sobre un número finito de periodos de muestreo (Ogata, Sistemas de control en Tiempo Discreto Segunda Edición, 1996), con esto podemos decir que un sistema es completamente observable si el vector de salida se ve afectado por cualquier transición del estado de manera eventual.

Estos conceptos de controlabilidad y observabilidad tienen un papel muy importante en el control óptimo de sistemas multivariables, haciendo posible la existencia de una solución completa a un problema de control óptimo.

3.6 Sistemas de Control Propuestos

a) Sistemas de control con entrada de referencia

El primer sistema de control propuesto basado en las ecuaciones de estado, es el sistema de control con realimentación de estado, cuyo diagrama se indica en la figura 20.

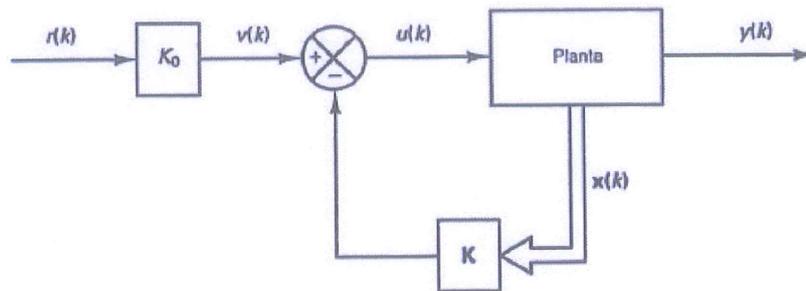


Figura 20. Sistema de control con realimentación de estado

Fuente: (Ogata, Sistemas de Control en Tiempo Discreto)

En este modelo de sistema o planta podemos describir las ecuaciones de estado y salida del sistema, por las ecuaciones (18) y (19):

$$x(k + 1) = Gx(k) + Hu(k)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

Cuya señal de control $u(k)$ esta dada por:

$$u(k) = k_0 r(k) - Kx(k) \quad (26)$$

Reemplazando $u(k)$ en la ecuación (18) y resolviendo, obtenemos una nueva ecuación:

$$x(k+1) = (G - HK)x(k) + Hk_0r(k) \quad (27)$$

Y teniendo en cuenta que la ecuación característica es:

$$|zI - G + HK| = 0 \quad (28)$$

Para determinar la estabilidad del sistema, es necesario verificar si es completamente controlable, caso contrario no se podrá determinar la realimentación K . Cuando el sistema es realimentado, este puede modificar la ecuación característica del sistema, modificando a su vez la ganancia en estado permanente del sistema. Para corregir dicha alteración es necesario tener una ganancia k_0 que ajuste la respuesta del sistema en estado permanente a la unidad o que $y(\infty) = 1$.

b) Sistema de seguimiento con integrador

Este método es una variante mejorada del controlador con entrada de referencia, agregando un nuevo estado $v(k)$ que se encarga de integrar la diferencia entre el vector de comando r y la salida y , reduciendo la influencia de perturbaciones en la entrada del sistema. En la figura 21, se muestra un diagrama de bloques para un sistema de seguimiento con realimentación de estado y control integrador.

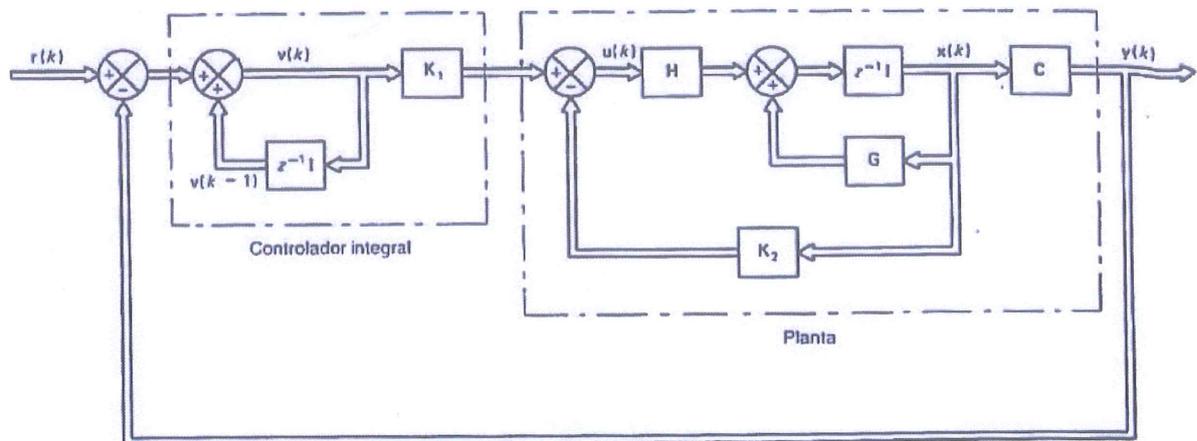


Figura 21. Sistema de seguimiento con realimentación de estado y control integral

Fuente: (Ogata, Tiempo Discreto)

Teniendo en cuenta el sistema de seguimiento mostrado en la figura 21. Se supone que la planta es controlable y observable. Con esa condición supongamos que la planta

no tenga un integrador, de tal manera que la ecuación de estado de la planta y la ecuación de salida estará dada por las ecuaciones (18) y (19).

Donde:

$x(k)$ = Vector n	vector de estado
$y(k)$ = Vector m	vector de salida
$u(k)$ = Vector r	vector de entrada
$G(k)$ = Matriz n x n	matriz de estado
$H(k)$ = Matriz n x r	matriz de entrada
$C(k)$ = Matriz m x n	matriz de salida

Suponiendo que los vectores de salida y control son iguales; de dimensión m , tenemos la siguiente ecuación de estado del integrador:

$$v(k) = v(k - 1) + r(k) - y(k) \quad (29)$$

En el cual:

$v(k)$ = vector de error de actuación.

$r(k)$ = vector de entrada de comando.

El vector $u(k)$ para este sistema está definido por:

$$u(k) = -K_2x(k) + k_1v(k) \quad (30)$$

Si resolvemos la salida $y(k)$ del sistema de la figura 21, tomando solo al controlador integral podremos volver a escribir la ecuación (29) de la siguiente manera:

$$v(k + 1) = -CGx(k) + v(k) - CHu(k) + r(k + 1) \quad (31)$$

Con las ecuaciones (18), (29) y (30) obtenemos una nueva ecuación para $u(k + 1)$ definida de la siguiente manera.

$$u(k + 1) = (K_2 - K_2G - K_1CG)x(k) + (Im - K_2H - K_1CH)u(k) + K_1r(k + 1) \quad (32)$$

Para determinar las matrices K_1 y K_2 en el sistema de seguimiento, se tiene que $u(k)$ es una combinación lineal de los vectores de estado $x(k)$ y $v(k)$, con esto podemos definir un nuevo vector de estado formado por $x(k)$ y $u(k)$ [en lugar de $x(k)$ y $v(k)$].

De las ecuaciones (18) y (31) se tiene la siguiente ecuación de estado:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ K_2 - K_2G - K_1CG & I_m - K_2H - K_1CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_1 \end{bmatrix} r(k+1) \quad (33)$$

La ecuación (21) de salida puede escribirse:

$$y(k) = \begin{bmatrix} c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (34)$$

Los polos de lazo cerrado están determinados por el mismo sistema y no depende de la entrada de comando $r(k)$.

Para aplicar una forma directa la técnica de ubicación de polos al sistema de la figura 19. Se considera el caso que el vector $r(k)$ en un vector constante de la forma: $r(k) = r$ y la ecuación (32) se convierte en la ecuación (34). Cuando las entradas $x(k), u(k), v(k)$ del sistema tienden a valores de vectores constantes $x(\infty), u(\infty), v(\infty)$ se tiene:

$$v(\infty) = v(\infty) + r - y(\infty)$$

$$y(\infty) = r$$

En la salida no hay errores cuando la entrada es un vector escalón, así la ecuación (33) se convierte en:

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ K_1 - K_2G - K_1CG & I_m - K_2H - K_1CH \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ u(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_1 \end{bmatrix} r \quad (35)$$

Los vectores de error estarán definidos en nuestro sistema por:

$$x_e(k) = x(k) - x(\infty)$$

$$u_e(k) = u(k) - u(\infty)$$

Y la dinámica del sistema queda determinada por los valores característicos de la matriz de estado con la siguiente ecuación.

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ u_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_m \end{bmatrix} w(k) \quad (36)$$

Donde:

$$w(k) = [K_2 - K_2G - K_1CG : I_m - K_2H - K_1CH] \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(k) \end{bmatrix} \quad (37)$$

Las matrices k_1 y k_2 del sistema se determinan a partir de la siguiente ecuación:

$$[k_2 : k_1] \begin{bmatrix} G - I_n & \vdots & H \\ CG & \vdots & CH \end{bmatrix} = \hat{K} + [0 : I_m] \quad (38)$$

Y la matriz \hat{K} se obtiene mediante la técnica de ubicación de polos, refiriéndose a la fórmula de Ackerman.

Para obtener la salida $y(k)$ se tiene la ecuación general:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK_2 & \vdots & HK_1 \\ -CG + CHK_2 & \vdots & 1 - CHK_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k+1)$$

CAPITULO 4: DESARROLLO

El este capítulo se describe cada uno de los cálculos necesarios para la obtención de cada uno de los tres controladores planteados (PID, Realimentación de estados y Realimentación de estados con integrador), basándose explícitamente en la parte teórica citada en el capítulo anterior. En base a los datos del motor y su comportamiento similar al motor Brushless Fuze 4500kV, se tomó diseño del modelo matemático de un motor Brushless del artículo publicado en International Journal of Scientific and Research Publications, Volume 3, Issue 4, April 2013 ISSN 2250-3153 (Vinod KR Singh Patel, 2013).

4.1 Cálculos para el Control PID

Para realizar los cálculos para el control PID, necesitamos el modelo matemático y los parámetros de un motor Brushless, estos se indican a continuación en la tabla 5.

Tabla 5. Datos generales y parámetros del motor brushless

Fuente: (Vinod KR Singh Patel, 2013).

Datos del motor Brushless		Unidad	Valor
1	Voltaje de Referencia	V	12.0
2	Velocidad sin carga	rpm	4370
3	Corriente sin carga	mA	151
4	Velocidad nominal	rpm	2860
5	Torque nominal	mNm	59.0
6	Corriente nominal	A	2.14
7	Par Torque	mNm	255
8	Corriente de arranque	A	10.0
9	Eficiencia máxima	%	77
Características del motor brushless			
10	<i>Resistencia en el terminan de fase</i>	Ω	1.1
11	<i>Inductancia en el terminal de fase</i>	mH	0.50
12	<i>Torque constante</i>	mNm/A	24.5
13	<i>Velocidad constante</i>	rpm/V	35.4
14	<i>velocidad/Torque</i>	rpm/mNm	17.6
15	<i>Constante de tiempo mecanico</i>	ms	16.1
16	<i>Inercia del rotor</i>	gcm ²	82.5
17	<i>Numero de fases</i>		3

Las ecuaciones a emplearse para los cálculos son los siguientes:

Para la constante de tiempo mecánica del sistema:

$$T_m = \sum \frac{R_j}{k_e k_t} = \frac{j \sum R}{k_e k_t} \quad (39)$$

$$\text{Constante eléctrico } k_e = \left[\frac{\text{v-secs}}{\text{rad}} \right]$$

Constante mecánico $k_t = \left[\frac{\text{N-m}}{\text{A}} \right]$

Constante eléctrica definida por la ecuación:

$$T_e = \frac{L}{\sum R} \quad (40)$$

Donde L es la inductancia de las fases y R la resistencias. Para el motor brushless que tiene una configuración simétrica y trifásica, las constantes eléctricas y mecánicas quedan de la forma:

$$T_m = \frac{j(3R)}{k_e k_t} \quad T_e = \frac{L}{\sum R} \quad (41)$$

Con lo expuesto anterior, modelando todos los parámetros eléctricos y mecánicos se obtiene la ecuación de la función de transferencia para el motor brushless:

$$G(s) = \frac{1}{T_m T_e s^2 + T_m s + 1} \quad (42)$$

Con los datos de la tabla 4. Y sustituyendo en la ecuación (42), obtenemos nuestro modelo de función de transferencia.

$$G(s) = \frac{1}{151,51 \times 10^{-6} s^2 + 0,0161 s^2 + 0,0171 s + 1}$$

$$G(s) = \frac{14,48}{2,44 \times 10^{-6} s^2 + 0,0161 s + 1}$$

Control PID

Para el cálculo de las ganancias K_p, K_i, K_d se emplea el criterio de estabilidad de Routh, en donde nos dice que tenemos que tomar los valores de $T_i = \infty$ y $T_d = 0$.

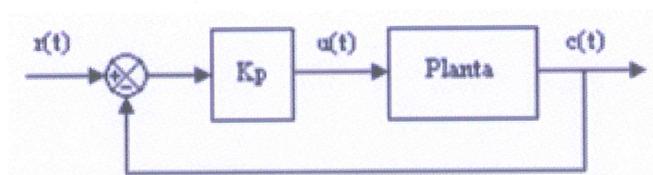


Figura 22. Control de un sistema o planta

Fuente: (Cano, s.f.)

Dado que la función de transferencia de la planta está determinada (Vinod KR Singh Patel, 2013) por:

$$G(S) = \frac{14.48}{2.44 \times 10^{-6} S^2 + 0.0161 S + 1}$$

Y la función de transferencia a lazo cerrado del sistema está caracterizada por:

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{G(S)}{1 + G(S)} = K \left(\frac{G(S)}{1 + G(S)} \right) \quad (43)$$

Remplazando la función de transferencia del motor $G(s)$ en la ecuación (43)

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{K \cdot 14.48}{2.44 \times 10^{-6} S^2 + 0.0161 S + 1 + K \cdot 14.48}$$

Aplicando el criterio de estabilidad de Routh, que analiza la ecuación característica del sistema a lazo cerrado para calcular los valores de K que estabilizan el sistema. Por lo tanto se toman los datos solo del denominador la ecuación.

$$2.44 \times 10^{-6} S^2 + 0.0161 S + 1 + 14.48 K = 0$$

Donde $a_0 = 2.44 \times 10^{-6}$ $a_1 = 0.0161$ $a_2 = 1 + 14.48 K$

Aplicando el arreglo de Routh como se indica a continuación.

$$\begin{bmatrix} S^2 & 2,44 \times 10^{-6} & 1 + 14,48 K \\ S^1 & 0,0161 & 0 \\ S^0 & b_1 & b_2 \end{bmatrix}$$

En donde los coeficientes b_1 y b_2 , están expresados de la siguiente manera:

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} = \frac{0,0161 \times (1 + 14,48 K) - 0}{0,0161} = 1 + 14,48 K$$

$$b_2 = 0$$

Con los valores de b_1 y b_2 , la tabla quedaría dispuesta de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} S^2 & 2,44 \times 10^{-6} & 1 + 14,48 K \\ S^1 & 0,0161 & 0 \\ S^0 & 1 + 14,48 K & 0 \end{bmatrix}$$

Donde obtenemos el valor de K :

$$1 + 14,48K > 0$$

$$K > -\frac{1}{14,48}$$

$$K > -0,069$$

Ahora, el valor de K calculado se reemplaza en la ecuación característica del denominador de la ecuación de función de transferencia, donde tenemos que $K = K_{cr} = K_p$.

$$2,44 \times 10^{-6} s^2 + 0,0161 s + 1 + 14,48 \left(-\frac{1}{14,48} \right) = 0 \quad (44)$$

$$2,44 \times 10^{-6} s^2 + 0,0161 s + 0 = 0$$

Asignándole un valor a K cercano a cero en la ecuación característica, para que no se elimine la parte real como se vio en la ecuación anterior (43). con esto igualamos la ecuación de la función de transferencia, dando valores de $K > -0,069$, se obtiene la siguiente ecuación.

$$0,986 = \frac{14,48 k_p}{2,44 \times 10^{-6} s^2 + 0,0161 s + 1 + k_p} \quad (45)$$

Resolviendo la ecuación (45) se obtiene el valor de k_p , cuyo resultado es:

$$K_p = 5,44$$

Para el cálculo de la frecuencia de oscilación P_{cr} , se sustituye $s = j\omega$.

$$-2,44 \times 10^{-6} \omega^2 + 0,0161 j\omega + 0 = 0$$

$$\text{Siendo } j^2 = -1$$

Posterior a lo resuelto se toman solo los valores reales.

$$-2,44 \times 10^{-6} \omega^2 + 8,8 \times 10^{-4} = 0 \quad (46)$$

Resolviendo la ecuación (46) y despejando el valor de ω , obtenemos:

$$\omega = 5,49 \times 10^3$$

Con ese resultado calculamos el periodo crítico P_{cr} .

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (47)$$

$$P_{cr} = 1,144 \times 10^{-3}$$

Con estos resultados y refiriéndonos a la tabla 4. Obtenemos los valores de K_p, T_i, T_d .

$$K_p = 0,6K_{cr} \quad K_p = 5,44$$

$$T_1 = 0,5P_{cr} \quad T_1 = 5,722 \times 10^{-4}$$

$$T_d = 0,125P_{cr} \quad T_d = 1,4305 \times 10^{-4}$$

Con los datos obtenidos de T_i y T_d podremos calcular K_i y K_d .

$$k_i = \frac{k_p}{T_i} = \frac{5,44}{5,722 \times 10^{-4}} = 9507,16 \quad (48)$$

$$k_d = k_p * T_d = 5,44 * 1,4305 \times 10^{-4} = 7,7819 \times 10^{-4} \quad (49)$$

Por lo tanto, la ecuación final calculada para el controlador PID, aplicando el criterio de Routh, queda determinada por:

$$\text{PID}(S) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S \right) \quad (50)$$

$$\text{PID}(S) = 5,44 \left(1 + \frac{1}{5,722 \times 10^{-4} s} + 1,4305 \times 10^{-4} s \right)$$

Las pruebas y simulaciones del sistema se muestran en el capítulo 5, así como su mejoramiento en base a la GUI elaborado en Matlab.

4.2 Cálculos Sistema de control con entrada de referencia

Para el cálculo de este primer controlador basado en espacio de estados, tenemos que discretizar la ecuación de nuestro sistema o planta, este procedimiento se realiza pasando la función de transferencia del plano s al plazo z , obteniendo de esta manera matrices de estado, G, H, F e I , con los que se realizarán todos los cálculos.

Discretización del Sistema de Control

El esquema de control planteado de los sistemas se muestra en la figura 23.

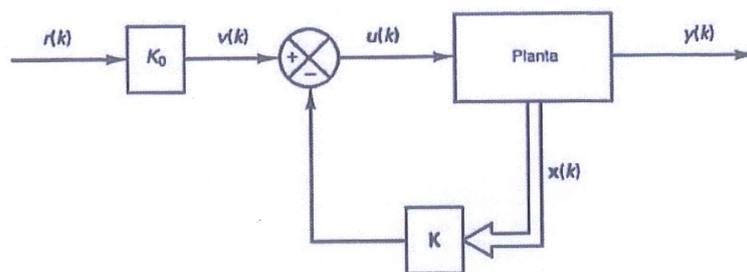


Figura 23. Sistema de control con realimentación de estado

Fuente: (Ogata, Sistemas de control en Tiempo Discreto Segunda Edición, 1996)

Bajo este contexto, se posee la planta $G(s)$, cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{14,48}{2,44 \times 10^{-6} s^2 + 0,0161 s + 1}$$

Para nuestro propósito, tenemos que discretizar nuestro modelo matemático o la ecuación de función de transferencia, pasando del plano s al plano z utilizando la transformada bilineal, con la siguiente ecuación:

$$s = \frac{2(z-1)}{Tz+1} \quad (51)$$

Con un periodo de $T_s = 0,1 \text{ seg}$ o $F_s = 10 \text{ Hz}$

Reemplazando el valor de s de la ecuación (45) en la ecuación de $G(s)$ tenemos:

$$G(z) = \frac{14,48}{2,44 \times 10^{-6} \left(\frac{2(z-1)}{Tz+1} \right)^2 + 0,0161 \left(\frac{2(z-1)}{Tz+1} \right) + 1}$$

Resolviendo la ecuación y reemplazando los términos, tenemos una nueva ecuación en el plano z .

$$G(z) = \frac{10,945z^2 + 21,891z + 10,945}{z^2 + 1,51z + 0,5131} \quad (52)$$

Función de transferencia a espacio de estados

Ahora bien, para transformar la función de transferencia obtenida a espacio de estados, se usa la forma canónica controlable, permitiendo obtener las matrices G, H y F , que se ingresan a las siguientes ecuaciones:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (53)$$

$$y(k) = Fx(k) \quad (54)$$

La forma canónica controlable transforma una función de transferencia a espacio de estados siempre y cuando el sistema esté representado de la siguiente forma.

$$\frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_n}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (55)$$

Por lo tanto, según nuestra ecuación (45) tenemos los siguientes datos:

$$a_0 = 1 \quad b_0 = 10,94$$

$$a_1 = 1,51 \quad b_1 = 21,891$$

$$a_2 = 0,5131 \quad b_2 = 10,94$$

Donde la matriz G y H queda totalmente descrita por la siguiente representación

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los valores de a_1 y a_2 , se obtiene la matriz G .

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5131 & -1,51 \end{bmatrix}$$

De la misma manera, la matriz F en la forma canónica controlable obtiene de la siguiente forma:

$$F = [b_2 - a_2 b_0 \quad b_1 - a_1 b_0]$$

$$F = [(10,94) - (0,5131)(10,94) \quad (21,891) - (1,51)(10,94)]$$

$$F = [5,326 \quad 5,3717]$$

Realimentación K del sistema de control

La matriz de realimentación K se obtiene de la siguiente relación.

$$K = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_1 - a_1]$$

$$K = [\alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1]$$

En donde a_i son los coeficientes de la ecuación característica del sistema original.

Y α_i son coeficientes de la ecuación característica deseada, que corresponden al sistema de control con realimentación de estado.

La ecuación característica del sistema de la figura 22, en tiempo discreto está dada por la ecuación.

$$|zI - G| = z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n \quad (56)$$

$$|zI - G + HK| = z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n \quad (57)$$

Entonces, los respectivos cálculos para la ecuación característica del sistema dado por $|zI - G|$ y en donde I es la matriz identidad.

$$zI = z * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix}$$

$$|zI - G| = \begin{vmatrix} z & -1 \\ 0,5131 & z - 1,51 \end{vmatrix}$$

$$|zI - G| = z^2 - 1,51z + 0,5131$$

Siendo los valores de a_1, a_2

$$a_1 = -1,51$$

$$a_2 = 0,5131$$

Ahora bien, para el cálculo de los coeficientes α_i de $|zI - G + HK|$ se usa la ubicación de polos, seleccionando valores que se encuentre en el semiplano izquierda para asegurar la estabilidad del sistema. Para nuestro propósito elegimos los polos p_1, p_2 .

$$p_1 = -2 + j$$

$$p_2 = -2 - j$$

Reemplazando los polos,

$$|zI - G + HK| = (z - p_1)(z - p_2)$$

$$|zI - G + HK| = (z + 2 - j)(z + 2 + j)$$

$$|zI - G + HK| = z^2 + 4z + 5$$

De tal manera los coeficientes α_1 y α_2 son:

$$\alpha_1 = 4$$

$$\alpha_2 = 5$$

Por lo tanto, la matriz de realimentación para el sistema es:

$$K = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_1 - a_1]$$

$$K = [\alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1]$$

$$K = [5 - 0,5130 \quad 4 - 1,51]$$

$$K = [4,48 \quad 5,51]$$

Ganancia K_0

Observando el diagrama de bloques del sistema de control planteado en la figura 23, las ecuaciones en espacio de estados que describen completamente dicho sistema son:

$$x(k+1) = (G - HK)x(k) + HK_0r(k) \quad (58)$$

$$x(k+1) = \hat{G}x(k) + \hat{H}r(k) \quad (59)$$

En donde las ecuaciones de las nuevas matrices son:

$$\hat{G} = G - HK \quad (60)$$

$$\hat{H} = HK_0 \quad (61)$$

Para el cálculo de la ganancia K_0 , se emplea la función de transferencia pulso con la siguiente ecuación.

$$G(z) = F(zI - \hat{G})^{-1}\hat{H} \quad (62)$$

Con los datos y ecuaciones anteriores que se tienen de las matrices, se puede calcular las nuevas matrices \hat{G} , zI , F , \hat{H} .

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5131 & 1,51 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [4,48 \quad 5,51]$$

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -49,93 & -4 \end{bmatrix}$$

$$zI = \begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix}$$

$$F = [5,326 \quad 5,3717]$$

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_0 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los valores anteriormente obtenidos en la ecuación (62) tenemos:

$$G(z) = F(zI - \hat{G})^{-1}\hat{H}$$

$$G(z) = [5,326 \quad 5,3717] \left(\begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -4 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ k_0 \end{bmatrix}$$

En consecuencia $G(z)$, es igual a:

$$G(z) = \frac{10,69zK_0}{z^2 + 4z + 5}$$

Puesto que el sistema debe ser estable en estado permanente, la salida debe ser igual a uno ante la acción de una entrada escalón. Por lo tanto, se dice que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})Y(z) \quad (63)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \frac{10,69zK_0}{z^2 + 4z + 5} \frac{z}{z-1}$$

$$k_0 = \frac{10,69K_0}{9} = 1$$

$$k_0 = 0.84$$

Las simulaciones del sistema de control obtenido se presentan en el capítulo 5, describiendo algunas propiedades interesantes de este controlador.

4.3 Cálculos Sistema de seguimiento con integrador

Esta técnica de control sugiere agregar propiedades integradores a la planta para reducir considerablemente los efectos de perturbaciones sobre el sistema. Además, este método tiene la propiedad de converger en cuatro tiempos de muestreo. El diagrama de bloques del controlador se muestra en la figura 24.

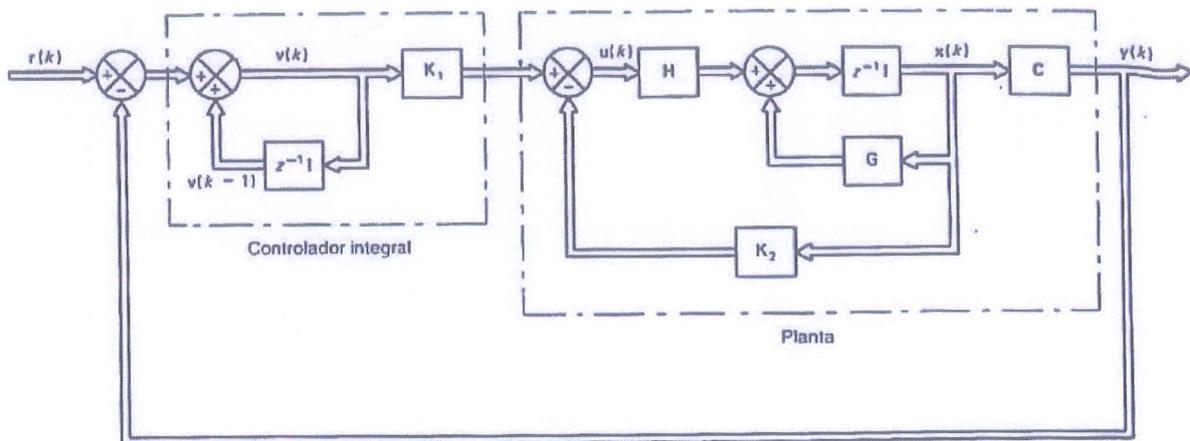


Figura 24. Sistema de seguimiento con realimentación de estado y control integral

Fuente: (Ogata, Sistemas de Control en Tiempo Discreto)

Puesto que, las matrices de estados para nuestro sistema están dados por G, H y F ya calculados anteriormente, por lo que tenemos:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5131 & 1,51 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad F = [5,326 \quad 5,3717]$$

Y el sistema está caracterizado por la ecuación de estados, salida y la señal de control.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{v}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} - \mathbf{H}\mathbf{K}_2 & \vdots & \mathbf{H}\mathbf{K}_1 \\ -\mathbf{C}\mathbf{G} + \mathbf{C}\mathbf{H}\mathbf{K}_2 & \vdots & \mathbf{1} - \mathbf{C}\mathbf{H}\mathbf{K}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{v}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k) \quad (64)$$

$$y(k) = [\mathbf{C} \quad 0] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{v}(k) \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$u(k) = -\mathbf{K}_2 \mathbf{x}(k) + \mathbf{K}_1 \mathbf{v}(k) \quad (66)$$

Las únicas incógnitas en nuestro algoritmo de control son las matrices de retroalimentación k_1, k_2 . Estas matrices se calculan con la siguiente ecuación.

$$[k_2 : k_1] = [\hat{K} + [0 : 1]] \begin{bmatrix} G - I_2 & H \\ FG & FH \end{bmatrix}^{-1} \quad (67)$$

Con la matriz \hat{K} igual a:

$$\hat{K} = [0 \ 0 \ 1] [\hat{H} : \hat{G}\hat{H} : \hat{G}^2\hat{H}]^{-1} \varnothing(\hat{G}) \quad (68)$$

Donde:

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} G & H \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \hat{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \varnothing(\hat{G}) = \hat{G}^3$$

Puesto que la matriz \hat{K} esta dada por la ecuación (68), los cálculos de cada uno de los parámetros se muestran a continuación.

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0,5131 & 1,51 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{G}\hat{H} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0,5131 & 1,51 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{G}^2\hat{H} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0,5131 & 1,51 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5131 & 1,51 & 1 \\ -0,7748 & 1,767 & 1,51 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{G}^2\hat{H} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1,51 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los datos obtenidos, en la ecuación de \hat{K} , se obtiene,

$$\hat{K} = [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1,51 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0,5131 & 1,51 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^3$$

$$\hat{K} = [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1,51 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,7748 & 1,7670 & 1,51 \\ -0,9066 & 1,8334 & 1,767 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{K} = [-0,7748 \ 1,7670 \ 1,5100]$$

Puesto que las matrices de retroalimentación están descritas por la ecuación (67), ahora se puede calcular los valores de cada elemento.

$$G - I_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5131 & 1,51 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G - I_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -0,5131 & 0,51 \end{bmatrix}$$

$$FG = [5,326 \quad 5,3777] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5131 & 1,51 \end{bmatrix}$$

$$FG = [-2,7562 \quad 13,4373]$$

$$FH = [5,326 \quad 5,3777] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$FH = 5,3717$$

Reemplazando los datos obtenidos en la ecuación (67), es posible obtener los valores de k_2 y k_1 .

$$[k_2 \ : \ k_1] = [\hat{K} + [0 \ : \ 1]] \begin{bmatrix} G - I_2 & \vdots & H \\ FG & \vdots & FH \end{bmatrix}^{-1}$$

$$[k_2 \ : \ k_1] = [-0,7748 \quad 1,7670 \quad 1,5160] + [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} -1 & 1 & \vdots & 0 \\ -0,5131 & 0,51 & \vdots & 1 \\ -2,7562 & 13,4373 & \vdots & 5,3717 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$[k_2 \ : \ k_1] = \begin{bmatrix} -0,7748 & 1,7670 & 2,5160 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -0,5021 & 0,0935 \\ 0 & -0,5021 & 0,0935 \\ -0,5131 & 0,9984 & 0,0003 \end{bmatrix}$$

$$[k_2 \ : \ k_1] = [-0,5131 \quad 2,0079 \quad \vdots \quad 0,0935]$$

Donde,

$$k_2 = [-0,5131 \quad 2,009]$$

$$k_1 = [0,0935]$$

De igual manera, reemplazando valores de las matrices de retroalimentación calculadas se puede obtener la matriz de estados del sistema de las ecuaciones (64), (65) y (66).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{v}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} - \mathbf{HK}_2 & \vdots & \mathbf{HK}_1 \\ -\mathbf{CG} + \mathbf{CHK}_2 & \vdots & \mathbf{1} - \mathbf{CHK}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{v}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = [c \quad 0] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix}$$

$$u(k) = -k_2 x(k) + k_1 v(k)$$

Donde,

$$G - Hk_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5131 & 1,51 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,5131 & 2,0079 \end{bmatrix}$$

$$G - Hk_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5131 & 1,51 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5131 & 2,0079 \end{bmatrix}$$

$$G - Hk_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0,4979 \end{bmatrix}$$

$$Hk_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [0,0935]$$

$$Hk_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,0935 \end{bmatrix}$$

$$FG = [5,326 \quad 5,3717] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5131 & 1,51 \end{bmatrix}$$

$$FG = [-2,7562 \quad 13,4373]$$

$$FHk_2 = [5,326 \quad 5,3717] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,5131 & 2,0079 \end{bmatrix}$$

$$FHk_2 = [-2,7562 \quad 10,7858]$$

$$-FG + FHk_2 = -[-2,7562 \quad 13,4373] + [-2,7562 \quad 10,7858]$$

$$-FG + FHk_2 = [0 \quad -2,6514]$$

$$1 - FHk_1 = 1 - [5,3260 \quad 5,3717] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (0,0935)$$

$$1 - FHk_1 = 0,4977$$

$$\begin{bmatrix} G - Hk_2 & : & Hk_1 \\ -FG + FHk_2 & : & 1 - FHk_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & : & 0 \\ 0 & -0,4979 & : & 0,0935 \\ 0 & -2,6514 & : & 0,4978 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, las ecuaciones de estado, de salida y de señal de comando, que caracterizan al sistema están representadas por las siguientes expresiones.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & : & 0 \\ 0 & -0,4979 & : & 0,0935 \\ 0 & -2,6514 & : & 0,4978 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = [5,326 \quad 5,3717] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

$$u(k) = -[-0,5131 \quad 2,009] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + [0,0935]v(k)$$

Dado que la entrada comando $r(k)$ es de escalón unitario, tenemos que $r(k) = 1$ para $k = 0, 1, 2, \dots, n$. En el capítulo 5 se muestra las simulaciones del controlador calculado, reflejando las ventajas considerables de este controlador.

CAPITULO 5: PRUEBAS Y RESULTADOS

En esta tesis se han propuesto el desarrollo de tres algoritmos de control basado en la realimentación de estados, con el objetivo de realizar comparaciones de desempeño. Para esto se ha desarrollado un software de simulación usando la GUI de Matlab (figura 25), programando los tres algoritmos de control (PID, Realimentación de estados y Realimentación de estados con integrador) para su rápida y fácil manipulación y obtención de datos de su comportamiento en el sistema propuesto.

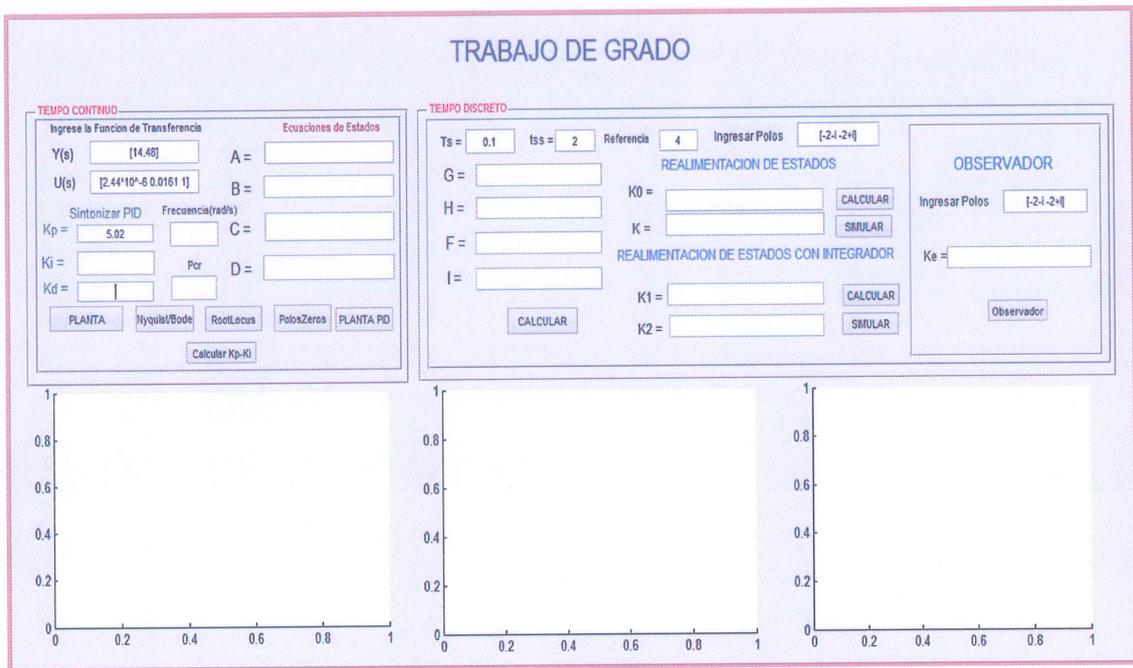


Figura 25. Interfaz de GUI de Matlab para las simulaciones de los tres tipos de controladores.

Fuente: Autor

La función de transferencia definida para el diseño de los controladores es:

$$G(S) = \frac{14.48}{2.44 \times 10^{-6} S^2 + 0.0161 S + 1}$$

Si ingresamos los datos y simulamos su respuesta ante una entrada escalón, se obtiene la gráfica del comportamiento del sistema, como se puede observar en la figura 26.

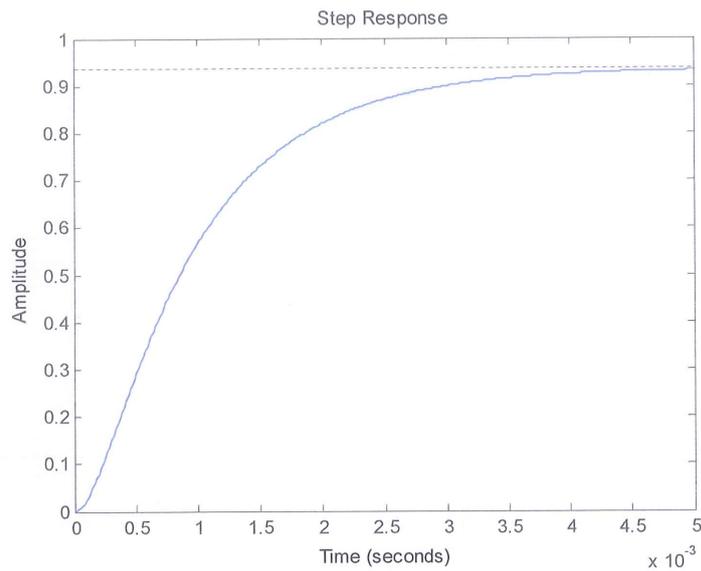


Figura 26. Respuesta al impulso, simulación en Matlab

Fuente: Autor

Como el sistema es estable, podemos ver la ubicación de sus polos en el semiplano izquierdo, como se ve en la figura 27.

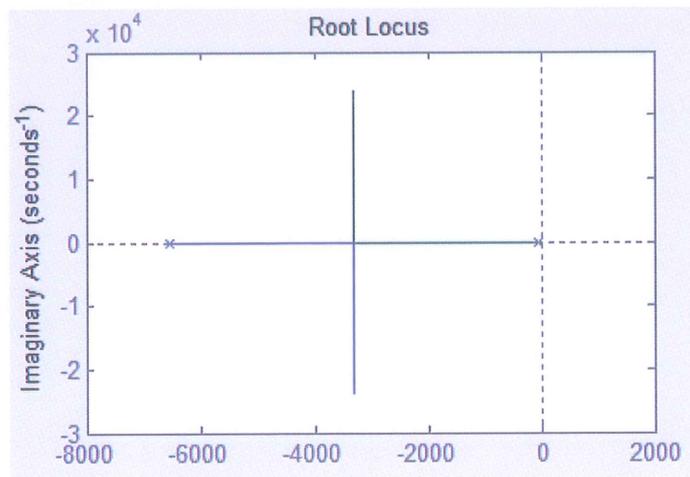


Figura 27. Ubicación de los polos en el semiplano izquierdo

Fuente: Autor

5.1 Controlador PID

Como se vio en el capítulo 4, se desarrolló el procedimiento y la obtención de los datos de la ecuación (50) del controlador PID.

$$PID(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Con los siguientes resultados ya obtenidos.

$$K_p = 5,44,$$

$$T_i = 5,722 \times 10^{-4}$$

$$T_d = 1,4305 \times 10^{-4}$$

$$PID(s) = 5,44 \left(1 + \frac{1}{5,722 \times 10^{-4}s} + 1,4305 \times 10^{-4}s \right)$$

En donde las constantes K_p , K_i y K_d son:

$$K_p = 5,44$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} = \frac{5,44}{5,722 \times 10^{-4}} = 9507,16$$

$$K_d = K_p * T_d = 5,44 * 1,4305 \times 10^{-4} = 7,7819 \times 10^{-4}$$

Ingresando las constantes calculadas en la interfaz de Matlab creada como se indica en la figura 28, en la cual podremos realizar la simulación del sistema a lazo cerrado ante una entrada escalón.

De igual manera, reemplazando valores de las matrices de retroalimentación calculadas se puede obtener la matriz de estados del sistema de las ecuaciones (64), (65) y (66).

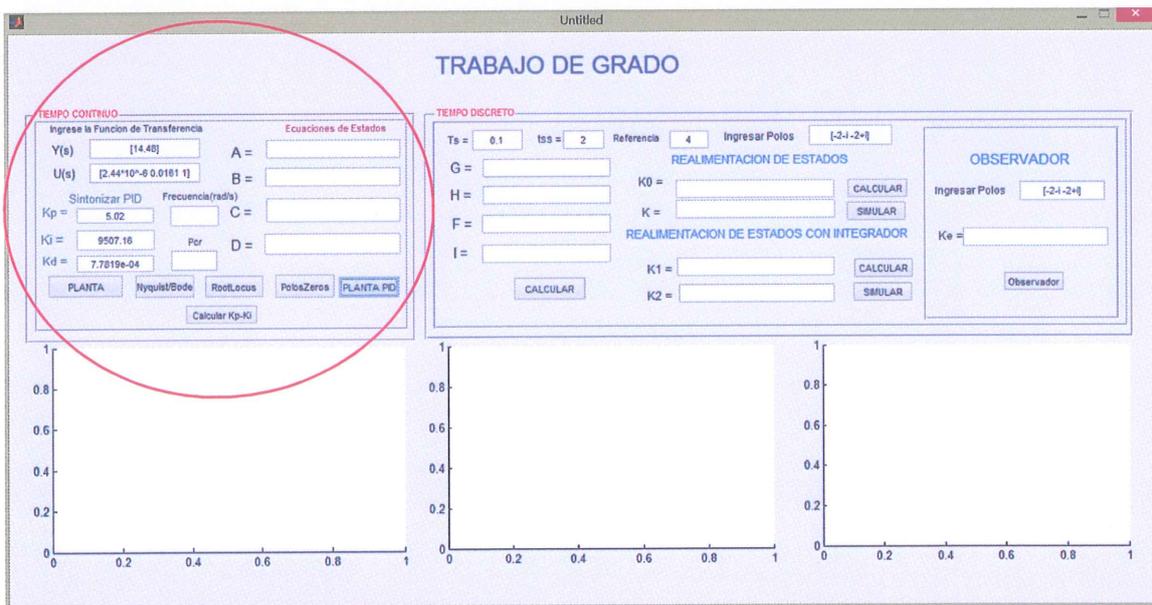


Figura 28. Ingreso de los valores de las constantes en la Interface en Matlab para obtener las gráficas de las curvas

Fuente: Autor

La respuesta al escalón unitario del sistema con el controlador PID, está representada por la curva de color verde, como se puede observar en la figura 29, podemos ver que la respuesta de la curva con relación a la curva del sistema sin la actuación de un controlador (curva azul), presenta mejor respuesta en el tiempo de estabilización.

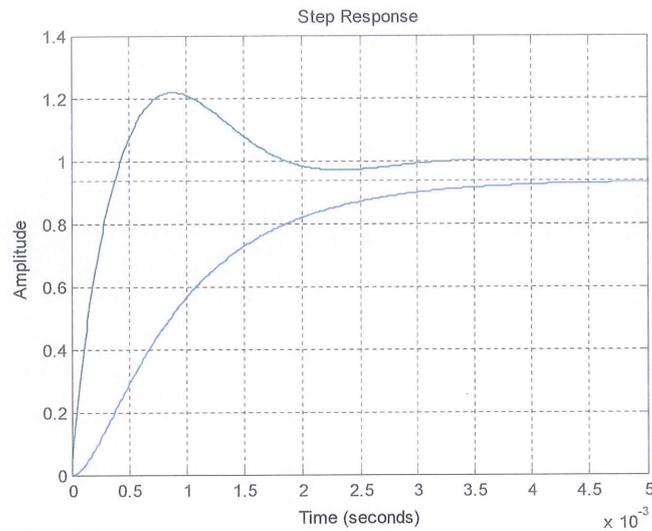


Figura 29. Grafica a la respuesta del impulso con un controlador PID (curva de color verde) en Matlab.

Fuente: Autor

Por otra parte, se puede mejorar la respuesta del sistema manipulando por separado cada una de las ganancias del controlador PID. Para propósitos ilustrativos, a continuación en la figura 30, se ilustran varios análisis con los valores de las ganancias distintas a la calculada para nuestro sistema.

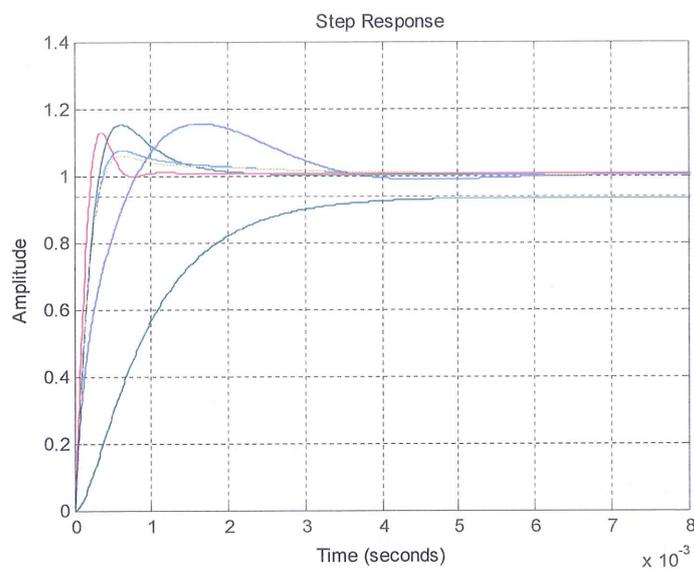


Figura 30. Resultado a diferentes valores de las ganancias del controlador PID

Fuente: Autor

Como se puede notar en la simulación, los datos del controlador calculado presentan una respuesta aceptable, con un pico menor al 25%. Por tal motivo, dichos parámetros son usados para su posterior implementación en el microcontrolador.

Otra manera de poder calcular los valores numéricos de K_i, K_d , es mediante el diagrama de Nyquist, ya que el uso más común de estos diagramas es para evaluar la estabilidad de un sistema con realimentación. Con los cálculos realizados en el capítulo 4, de la sección de control PID, se desarrolló el ejercicio partiendo de la ecuación (43), se obtuvo el valor de la constante $K_p > -0,069$, con esto decimos que le asignamos cualquier valor mayor a $-0,069$, y constatando el resultado según nos indique la gráfica del diagrama de Nyquist cuando el sistema sea estable, el valor de K_p asignamos $K_p = 5,44$, con $K_d = K_i = 0$. Al simular dicho sistema se obtiene el diagrama de Nyquist mostrada en la figura 31.

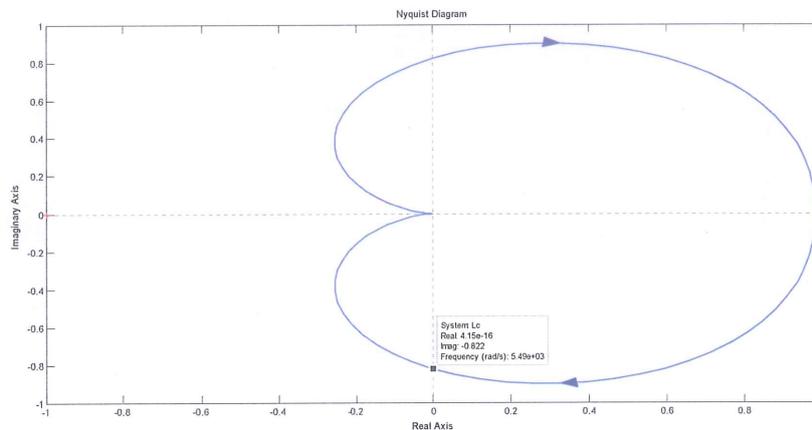


Figura 31. Diagrama de Nyquist para ver la frecuencia

Fuente: Autor

Cuando se aplica el criterio de estabilidad de Routh, la parte real del sistema se considera cero, encontrando la frecuencia de oscilación sostenida del sistema, siendo cuyo su valor ilustrado en la figura 31, igual a $5,49e^{+03}$ rad/s. Dicha frecuencia nos facilita calcular la constantes K_i y K_d , asimismo sus ecuaciones de estado en tiempo continuo.

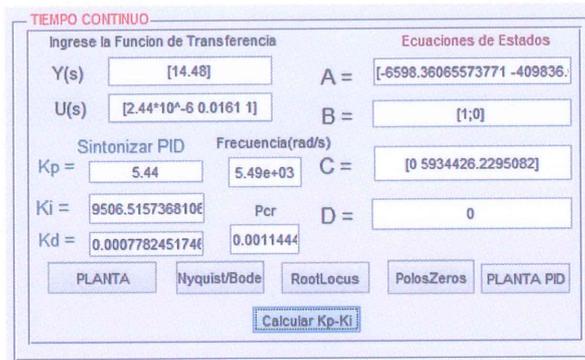


Figura 32. Entorno en Matlab para realizar el cálculo de las constantes

Fuente: Autor

Con todos los datos ya podemos obtener la gráfica y comportamiento del controlador PID, como se podrá el resultado ya calculado anteriormente en la figura 32.

A continuación, en la figura 33, podremos ver a través del monitor serial del arduino ATmega 2650 conectado a un sensor optoacoplador, se visualizan el número de pulsaciones generadas por el motor a efecto del controlador PID, intentando estabilizarse entre 78 y 79 pulsaciones por segundo. El controlador PID trabaja adecuadamente, siempre y cuando la referencia sea fija, de no ser así, el controlador no converge.

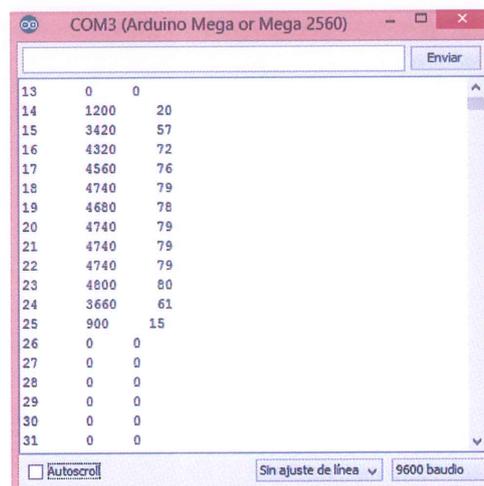


Figura 33. Controlador PID actuando en el sistema

Fuente: autor

En el control PID no se puede realizar el cambio de referencia para la velocidad del motor brushless porque alteraría el comportamiento del sistema y no se tendría el resultado esperado. Para cambiar la referencia se tiene que volver a realizar los cálculos de las constantes nuevamente y así obtener nuevos datos y otro comportamiento del sistema.

5.2 Sistemas de control con entrada de referencia

El controlador PID no posee la cualidad de cambio de referencia durante la operación del cambio de velocidad del motor del prototipo de vehículo eléctrico, tampoco permite manipular con facilidad el tiempo de estabilización. Ante las deficiencias que se presentaron y desventajas para nuestro propósito, se plantea el sistema de control con entrada de referencia, que elimina los problemas expuestos por el controlador PID. De igual manera, a través de la interfaz de Matlab se obtiene las matrices de estados en tiempo discreto, así como sus matrices de realimentación, como su tiempo de estabilización y referencia, como se muestra en la figura 34.

TEMPO DISCRETO

Ts = 0.1 tss = 2 Referencia 4 Ingresar Polos [-2-i -2+i]

G = [0 1; -0.5131 1.51]

H = [0; 1]

F = [5.326 5.3717]

I = 0

CALCULAR

REALIMENTACION DE ESTADOS

K0 = 0.934780373351281 CALCULAR

K = [4.4869 5.51] SIMULAR

REALIMENTACION DE ESTADOS CON INTEGRADOR

K1 = CALCULAR

K2 = SIMULAR

OBSERVADOR

Ingresar Polos [-2-i -2+i]

Ke =

Observador

Figura 34. Entorno de GUI de Matlab para el cálculo de sistema de control con entrada de referencia.

Fuente: Autor

Como se podrá observar en la figura 35, las simulaciones cumplen con las especificaciones establecidas en la interfaz de Matlab, con el tiempo de estabilización y referencia propuesta anteriormente en la figura 34. En donde, la primera grafica (a), muestra la evolución de los dos estados, la segunda grafica (b), la referencia (verde) conjuntamente con la salida del sistema (azul), estabilizándose con la referencia propuesta de 4 y un tiempo de estabilización de 2s, y la tercera grafica (c) indica el costo de migrar del estado inicial al final.

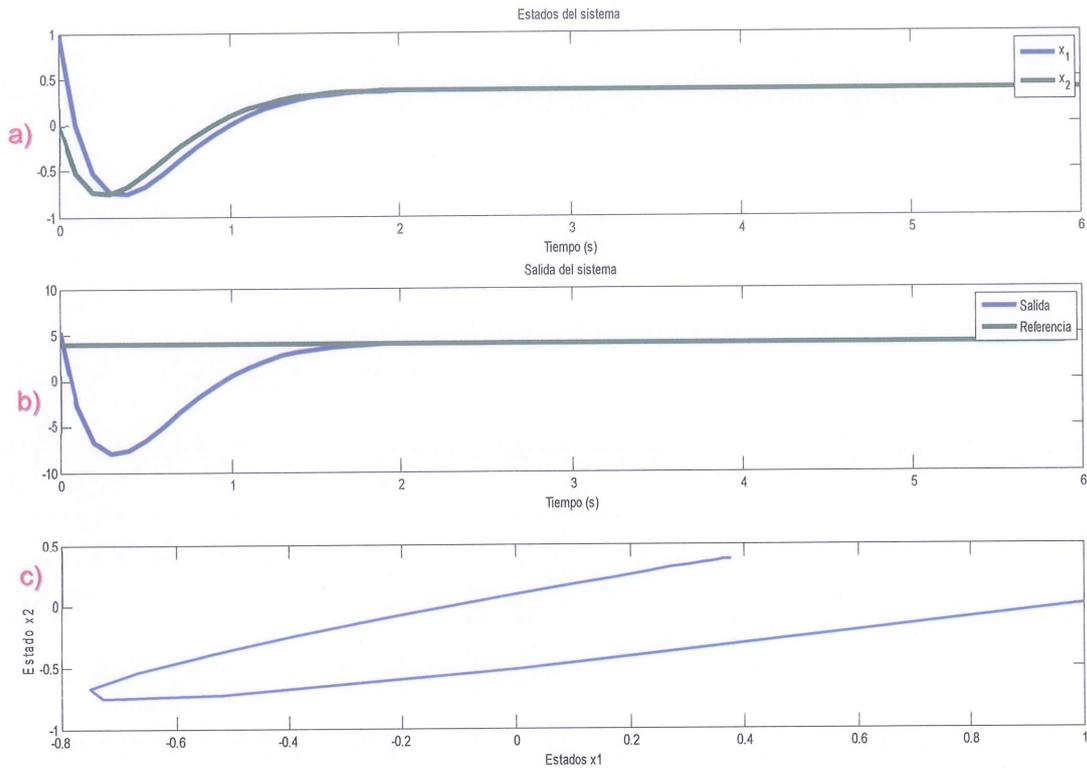


Figura 35. Salida del sistema en comparación con la referencia

Fuente: Autor

Ya que el sistema presenta la facilidad de cambiar el tiempo de estabilización, así como su referencia (figura 36), se realiza el cambio para observar el comportamiento con los nuevos datos.

The screenshot shows a software interface for a discrete-time control system simulation. At the top, it says 'TIEMPO DISCRETO'. The main control area includes:
 - $T_s = 0.1$
 - $t_{ss} = 4$ (circled in red)
 - Referencia = 10
 - Ingresar Polos: [-2-i-2+i]
 - Section 'REALIMENTACION DE ESTADOS' with fields for G, H, F, and I, and buttons for 'CALCULAR' and 'SIMULAR'.
 - Section 'REALIMENTACION DE ESTADOS CON INTEGRADOR' with fields for K0, K, K1, and K2, and buttons for 'CALCULAR' and 'SIMULAR'.
 - Section 'OBSERVADOR' with 'Ingresar Polos' and 'Ke' fields, and an 'Observador' button.

Figura 36. Cambio de los datos de referencia y tiempo de estabilización.

Fuente: Autor

Para una referencia del valor de 10 y un tiempo de estabilización de 4s, el sistema se comporta como se muestra en la figura 37. En donde, la primera grafica (a), muestra la evolución de los dos estados, la segunda grafica (b), la referencia (verde) conjuntamente con la salida del sistema(azul), estabilizándose con la referencia

propuesta de 4 y un tiempo de estabilización de 4s, y la tercera grafica (c), indica el costo de migrar del estado inicial al final.

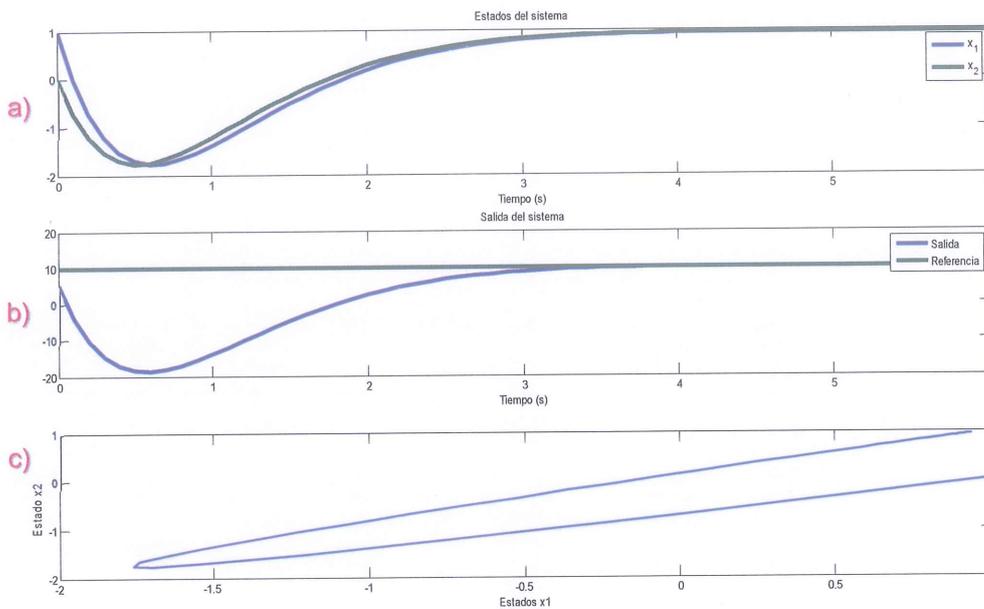


Figura 37. Comportamiento del sistema al cambiar la referencia y tiempo de estabilización

Fuente: Autor

Ahora bien, si el tiempo de muestreo es manipulado, las ecuaciones de estado también se alteran (figura 38), obteniendo las nuevas matrices de estados mostradas en la interfaz de Matlab.

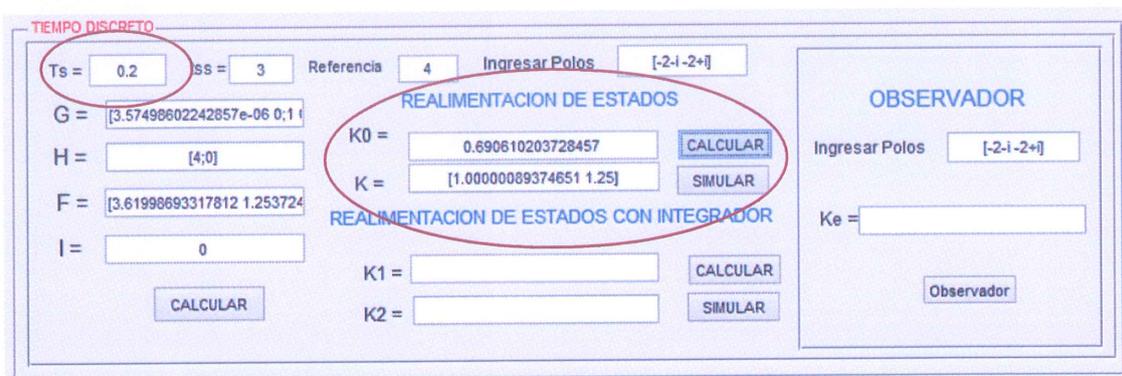


Figura 38. Nuevas matrices al manipular el tiempo de muestreo.

Fuente: Autor

El tiempo de muestreo usado es de 0.2s, tiempo de estabilización de 3s y con una referencia de 4. El resultado de la simulación se presenta en la siguiente figura 39. En donde, la primera grafica (a), muestra la evolución de los dos estados, la segunda grafica (b), la referencia (verde) conjuntamente con la salida del sistema (azul),

estabilizándose con la referencia propuesta de 4 y un tiempo de estabilización de 3s, y la tercera grafica (c), indica el costo de migrar del estado inicial al final.

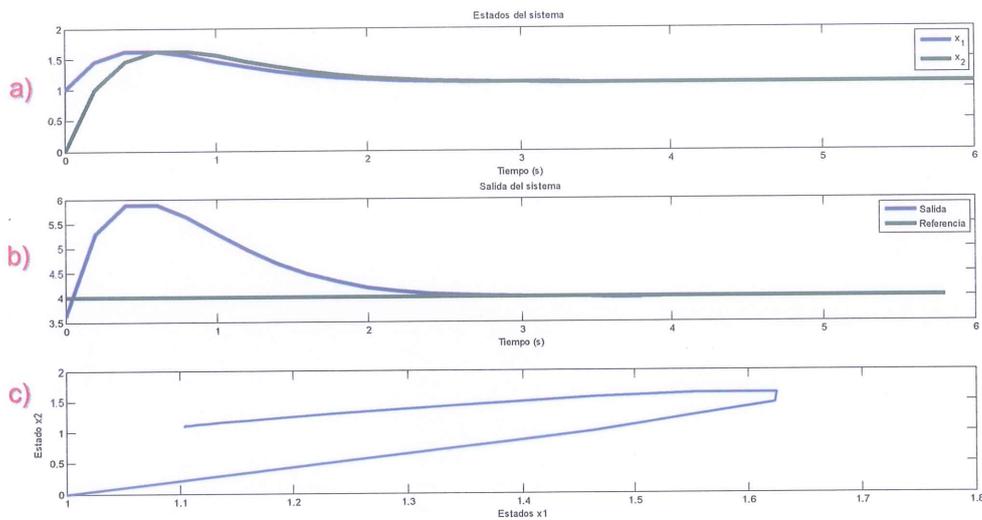


Figura 39. Resultado al cambio de los tiempos de estabilización

Fuente: Autor

5.3 Sistema de control con Integrador

Las ecuaciones que describían el comportamiento del sistema para este controlador son:

$$\begin{bmatrix} x1(k+1) \\ x2(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \vdots & 0 \\ 0 & -0,4979 & \vdots & 0,0935 \\ 0 & -2,6514 & \vdots & 0,4978 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1(k) \\ x2(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = [5,326 \quad 5,3717] \begin{bmatrix} x1(k) \\ x2(k) \end{bmatrix}$$

$$u(k) = -[-0,5131 \quad 2,009] \begin{bmatrix} x1(k) \\ x2(k) \end{bmatrix} + [0,0935] v(k)$$

Cuyo algoritmo está programa en la interfaz creada en Matlab, pudiendo manipular el tiempo de muestreo del sistema. Los valores de las matrices de realimentación calculados se muestran en la interfaz, cuyos valores son idénticos a los calculados teóricamente en el capítulo anterior.

Mediante la ecuación (67) se pudo calcular los valores k_1 y k_2 y en la siguiente grafica (40) podemos ver si ingresamos las matrices G,H,F y I, y los polos del sistema ubicando en el origen, podemos obtener los datos de k_1 y k_2 .

TIEMPO DISCRETO

Ts = 0.1 tss = 3 Referencia 4 Ingresar Polos [0 0 0]

G = [0 1; -0.5131 1.51] REALIMENTACION DE ESTADOS

H = [0; 1] K0 = 0.934780373351281 CALCULAR

F = [5.326 5.3717] K = [4.4869 5.51] SIMULAR

I = 0 REALIMENTACION DE ESTADOS CON INTEGRADOR

K1 = 0.093478037335128 CALCULAR

K2 = [-0.5131 2.00786402684689] SIMULAR

OBSERVADOR

Ingresar Polos [-2-i -2+i]

Ke =

Observador

Figura 40. Calculo de las constantes k1 y k2.

Fuente: Autor

Para un tiempo de muestreo de 0.1s y una referencia de 4, el sistema describe el comportamiento ilustrado en la figura 41. El literal (a) muestra la evolución de los dos estados durante el proceso de estabilización, así como también la evolución del vector integrador. El literal (b), en cambio, indica la referencia y la estabilización de la salida y(k) del sistema aplicando el control de Realimentación del sistema con integrador.

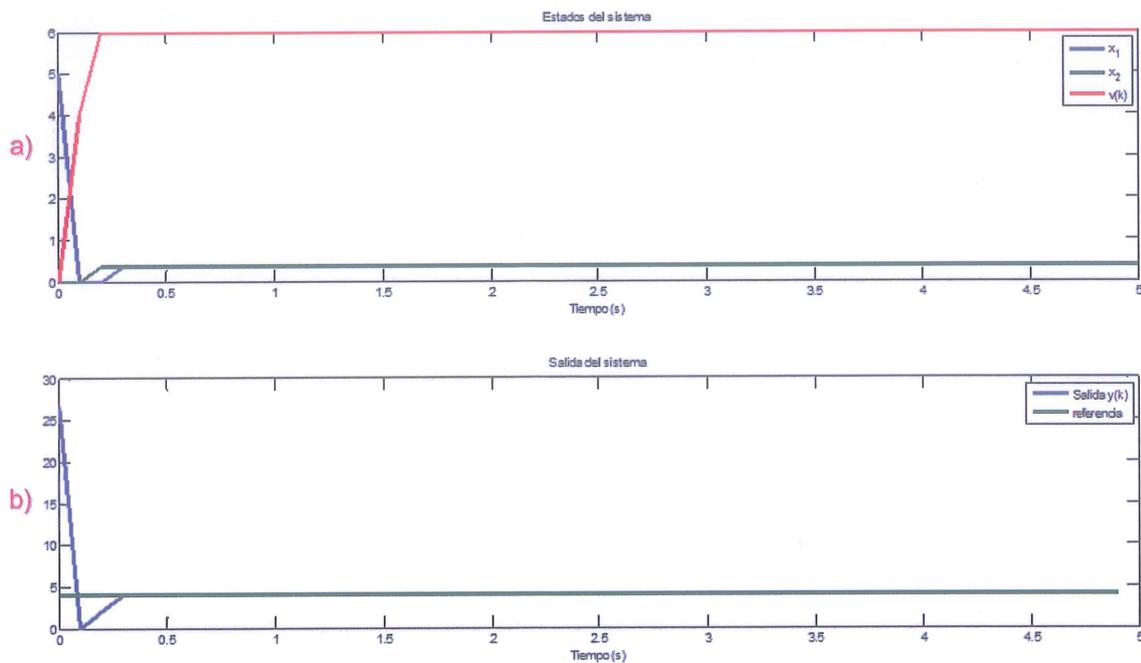


Figura 41. Graficas de la evolución de dos estados en el proceso de estabilización

Fuente: Autor

Por otra parte, si cambiamos el tiempo de muestreo del sistema a 0.5s como se puede ver en la figura 42, las matrices del sistema y los valores de k_1 y k_2 son calculados nuevamente.

TIEMPO DISCRETO

Ts = 0.5 Tss = 3 Referencia 10 Ingresar Polos [0 0 0]

G = [2.41649482996027e-14 0; 1]

H = [4; 0]

F = [3.61999999999991 8.474492]

I = 0

CALCULAR

REALIMENTACION DE ESTADOS

K0 = 0.934780373351281 CALCULAR

K = [4.4869 5.51] SIMULAR

REALIMENTACION DE ESTADOS CON INTEGRADOR

K1 = 0.0690607734806647 CALCULAR

K2 = [6.09976257654752e-15 3.7746530] SIMULAR

OBSERVADOR

Ingresar Polos [-2 -2 +j]

Ke =

Observador

Figura 42. Cálculos al cambiar el valor del tiempo de muestreo

Fuente: Autor

El comportamiento descrito por el sistema con un tiempo de muestreo de 0.5s, se ilustra en la siguiente figura 43. El literal (a) muestra la evolución de los dos estados durante el proceso de estabilización, así como también la evolución del vector integrador. El literal (b), en cambio, indica la referencia y la estabilización de la salida $y(k)$ del sistema aplicando el control de Realimentación del sistema con integrador

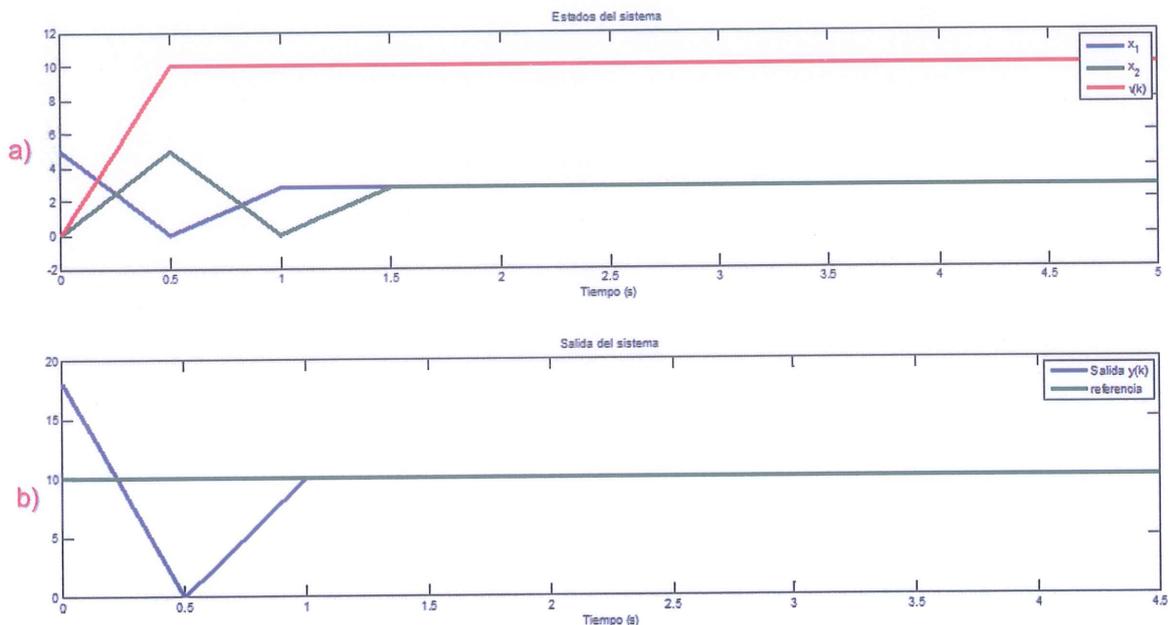


Figura 43. Comportamiento del sistema al cambiar los valores.

Fuente: Autor

Todo el funcionamiento de los controladores aplicando al prototipo del vehículo eléctrico, se puede observar en los anexos, en donde se detalla como varia el funcionamiento y los tiempos de respuesta con la ayuda de un osciloscopio y lecturas tomadas por un arduino ATmega 2650.

CONCLUSIONES

El proyecto fue realizado con el fin de obtener un sistema control de velocidad para el prototipo de vehículo eléctrico a escala, para ello se realizó tres tipos de controladores que son; control PID, realimentación de estados y realimentación de estados con integrador. Cada controlador antes mencionado presento diferentes características dado a su configuración y planteamiento al sistema aplicado.

Los resultados obtenidos mediante los cálculos y simulaciones son aceptables, porque se pudo alcanzar la velocidad deseada en un tiempo de estabilización considerable para nuestros fines. Las diferencias entre cada controlador radican en el manejo y comportamiento del cambio de velocidad cuando el motor del vehículo eléctrico este generando movimiento en el sistema de tracción.

Con respecto al cambio de velocidad, en el controlador PID no se puede cambiar el valor de referencia sin que afecte al comportamiento del sistema, puesto que las constantes cambian haciendo que la salida del sistema en este caso la velocidad del motor no converja a la referencia dada, por tal motivo decimos que el controlador PID trabaja adecuadamente, siempre y cuando la referencia sea fija, de no ser así, el controlador no converge.

Para el caso del control mediante realimentación de estados y realimentación de estados con integrador, estos dos controladores nos permiten la utilización de variables internas o externas al sistema, haciendo que el control de velocidad sea manipulable y así lograr una variación a la velocidad acorde al lugar en que se encuentre el sistema.

Con el sistema de realimentación de estados se puede obtener una respuesta a su salida, en este caso la velocidad del motor según se ajuste la referencia. Para tener el control de la velocidad el sistema cuenta con un sensor para medir las revoluciones de giro del motor, de esta manera el sistema tendrá la referencia adecuada para cada cambio de velocidad, pero su tiempo de reacción al ajuste de referencia proporcionado ya sea para disminuir o proponer más velocidad es mayor al sistema de realimentación de estados con integrador.

En conclusión, el sistema de control mediante realimentación de Estado con Integrador, demuestra una mejor respuesta del sistema, ante la presencia del cambio de velocidad del motor, convergiendo en menos tiempo con relación al sistema de control PID y realimentación de estados.

RECOMENDACIONES

Tener en cuenta el funcionamiento de cada controlador que se presentó en este trabajo de titulación, cada uno de ellos presenta características diferentes con relación al control de velocidad de un motor brushless. Como el control realizado en los sistemas se basa en el cambio de referencia para adquirir la velocidad deseada, esto debe acoplarse a la utilidad que se disponga. Si desea que el comportamiento del motor brushless al momento del arranque alcance su velocidad máxima en un tiempo considerable y se mantenga constante, se optaría por el sistema de control PID.

Si se plantea desarrollar un sistema capaz de variar la velocidad del motor acorde a lugares estratégicos como en campo abierto, carreteras rurales o en ciudades con influencia de tráfico vehicular y peatones, se optaría por un sistema de control por realimentación de estados, porque nos permite variar su velocidad acorde a nuestras exigencias y en el caso si se plantea la opción de un vehículo autónomo, este sistema de control tendría grandes beneficios porque la variación de referencia para su velocidad, se lo podría realizar mediante sensores acoplados al vehículo prototipo, estos sensores podrían ser de proximidad, visión artificial, navegación mediante GPS, o disponer de graficas de su entorno en tiempo real con un Lidar. El control y la variación de referencia para el cambio de velocidad ya no será manual, en este caso los sensores enviarían la señal para que el vehículo desarrolle la velocidad acorde al lugar en el que se encuentre.

Bibliografía

- Alphr.es. (17 de Julio de 2017). Obtenido de <http://alphr.es/motor/historia-automovil-primer-coche-combustion-interna-y-electrico/>
- Automocion, S. d. (2011). *El vehiculo electrico "Desafios tecnologicos, infraestructuras y oportunidades de negocio*. Barcelona: libbooks Barcelona, S.L.L.
- Cano, J. L. (s.f.). *Pybonaccy*. Obtenido de <https://bit.ly/2TvWJZG>
- Capellan, G. C. (2017). *Caracterizacion del tren de potencia de un vehiculo electrico de categoria L7 tipo Smart*. Barcelona.
- Carlos Escobar, J. M. (2005). *Control de un motor Brushless DC con frenado regenerativo*. Pontificia Universidad Javeriana , Bogota. Obtenido de <http://www.javeriana.edu.co/biblos/tesis/ingenieria/tesis89.pdf>
- Castells, J. J. (31 de Julio de 2018). *Hibridos y Electricos*. Recuperado el 15 de Febrero de 2019, de <https://www.hibridosyelectricos.com/articulo/tecnologia/porque-industria-subiendo-voltaje-coche-electrico/20180731102620020760.html>
- Cesar. (s.f.). *monografias.com*. Obtenido de <https://bit.ly/2UoTEL2>
- Coto, A. S. (15 de noviembre de 2006). Obtenido de <http://verona.fi-p.unam.mx/~lfridman/clases/control/Clase14.ppt>
- Daniel Rodriguez Ramirez, C. B. (2007). *Apuntes de Ingenieria de Control*.
- Daniel Rodriguez, C. B. (4 de Mayo de 2007). Obtenido de <https://bit.ly/2FLiHVA>
- Diseño de sistemas de control*. (s.f.). Obtenido de Sintonia de PID: <https://bit.ly/2BatDIY>
- Eduardo Alcaide, D. C. (2016). *Motor de corriente continua sin escobillas*. Obtenido de <http://www1.frm.utn.edu.ar/mielectricas/docs2/Brushless/BrushlessME.pdf>
- Eduardo Alcaide, D. C. (s.f.). *MaquinasElectricas*. Obtenido de <http://www1.frm.utn.edu.ar/mielectricas/docs2/Brushless/BrushlessME.pdf>
- Electrico, B. (2017). *BDY Electrico*. Obtenido de <https://bydelectrico.com/autos-electricos/e5/>
- Electricos, C. (10 de septiembre de 2018). TIPOS DE CARGADORES QUE EXISTEN PARA LOS VEHÍCULOS ELÉCTRICOS. Mexico, Mexico.
- endesaeduca*. (s.f.). Obtenido de http://www.endesaeduca.com/Endesa_educa/recursos-interactivos/el-uso-de-la-electricidad/coche-electrico
- EV, E. (2014). *Que es y como funciona el frenado regenerativo*. Hermosillo, Mexico. Obtenido de <http://energyev.com/que-es-y-como-funciona-el-frenado-regenerativo/>

- Forococheselectricos. (2008). *Forococheselectricos*. Obtenido de <https://forococheselectricos.com/2018/06/los-anodos-compuestos-de-carbono-podrian-triplicar-la-capacidad-de-las-baterias.html>
- Garcia, J. (1997). *Vehiculos Electricos*. Recuperado el 23 de Enero de 2019, de https://books.google.com.ec/books?hl=en&lr=&id=z6VIQmSodD8C&oi=fnd&pg=PA12&dq=veh%C3%ADculos+electricos&ots=qS3_qGyYl4&sig=HfSQQ24Dil501-6mKLyU5sovgvA#v=onepage&q=veh%C3%ADculos%20electricos&f=false
- Garcia, R. M. (2015). *Pasado, presente y futuro de vehiculos electricos*. Universidad Tecnológica de Pereira, Tecnología Eléctrica, Pereira. Recuperado el 23 de Septiembre de 2018, de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/FCEFYn/article/viewFile/6865/7943>
- Gerardo Morichetti, G. O. (Septiembre de 2002). IMPLEMENTACION DE UN CONVERTIDOR REDUCTOR-ELEVADOR BIDIRECCIONAL PARA VEHICULOS ELECTRICOS. *Congreso Argentino de Control Automatico*, 1,2. Obtenido de https://www.academia.edu/26983606/Implementaci%C3%B3n_de_un_convertidor_reductor-elevador_bidireccional_para_veh%C3%ADculos_el%C3%A9ctricos
- Gil Luis, R. J. (2014). *Control Pid para el control de velocidad de un motor dc*. Universidad Tecnológica de Pereira, Tecnología Eléctrica, Pereira. Recuperado el 25 de septiembre de 2018
- hipertextual*. (15 de Enero de 2016). Obtenido de <https://hipertextual.com/2016/01/historia-del-coches-electrico>
- hobbies, A. (13 de Enero de 2019). *Amain hobbies*. Obtenido de <https://www.amainhobbies.com/losi-mini-8ightt-1-14-scale-4wd-electric-brushless-truggy-rtr-los01000/p300276>
- Instrumentacion y control*. (s.f.). Obtenido de <https://bit.ly/2DJuHV8>
- Jorge Mario Cotte Corredor, A. F. (2010). *Diseño de un control Robusto de velocidad de motores Brushless para robotica Aerea*. Colombia.
- José, R. V. (2014). *Maquinas Electricas*. Obtenido de <http://maquinaselectricasunam.blogspot.com/2015/05/motor-brushless.html>
- Lopez Montes, D. (2014). *Sistema de control Longitudinal para vehiculo electrico urbano*. Trabajo fin de grado, Universidad de Cantabria. Recuperado el 19 de Noviembre de 2018
- meganeboy, D. (2017). *Aficionados a la Mecanica*. Obtenido de http://www.aficionadosalamecanica.com/coche-electrico_control.htm
- Moreno, F. M. (Mayo de 2016). Vehículos Eléctricos. Historia, Estado Actual y Retos Futuros. *European Scientific Journal (ESJ)*, 14. Recuperado el 25 de Febrero de 2019, de <http://eujournal.org/index.php/esj/article/view/7393/7121>

- Motor, O. (2018). *Oriental Motor*. Obtenido de <https://www.orientalmotor.com/brushless-dc-motors-gear-motors/technology/AC-brushless-brushed-motors.html>
- Motorreductores, C. (2006). *Diferencia entre motores con escobillas y sin escobillas*. España. Obtenido de WWW.CLR.ES
- Ned Mohan, T. M. (2009). *ELECTRONICA DE POTENCIA - Convertidores, aplicacion y diseño 3° edicion* (Vol. Tercera Edicion). Mexico: McGraw-Hill.
- Ogata, K. (1996). *Sistemas de control en Tiempo Discreto Segunda Edicion*. Mexico: Lyda Griffiths/TKM Productions.
- Ogata, K. (s.f.). Sistemas de Control en Tiempo Discreto. En K. Ogata, *Sistemas de Control en Tiempo Discreto* (pág. 296).
- Ogata, K. (s.f.). Tiempo Discreto. En K. Ogata, *Sistemas de Control en Tiempo Discreto Segunda Edicion* (pág. 461).
- Patricia N. Baldini, G. L. (s.f.). *Diseño Robusto basado en PSO de un Controlador PID*. Obtenido de <https://bit.ly/2ShIXOj>
- Patricio Guaraca, L. C. (18 de julio de 2012). *MOTOR BRUSHLESS DC*. Recuperado el 25 de septiembre de 2018, de scribd: <https://es.scribd.com/doc/100367501/Motor-Brushless>
- Quiñonez, F. (2018). *Distretizacion de Sistemas Continuos*. Obtenido de <https://bit.ly/2UA3VED>
- Rabadán, J. M. (2019). *Electromovilidad*. Obtenido de <http://electromovilidad.net/tecnica-del-vehiculo-electrico/>
- Rodriguez Cea, A. I. (Julio de 2017). *UVA Biblioteca Universitaria*. Obtenido de <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/24673>
- S.L., T. G. (s.f.). *Hibridos y electricos tecnologia del vehiculo*. Obtenido de <http://xurl.es/np3yp>
- Sindel Productos Electricos*. (24 de Julio de 2018). Obtenido de <http://www.elmmaterial.gq/cargadores-de-coches-orbis/>
- Vinod KR Singh Patel, A. P. (4 de April de 2013). Modeling and perfomanci Analysis of PID controlled BLDC motor and different Schemes of PWM controlled BLDC Motor. *International Journal of Scientific and Research Publication*, 14. Recuperado el 3 de Agust de 2018

ANEXO A

Explicación del funcionamiento de los controladores

Para enviar la señal de control entre un dispositivo móvil y el controlador acoplado al prototipo de vehículo eléctrico, se realizó a través de conexión Bluetooth mediante una aplicación llamada Serial Bluetooth Terminal, que se encuentra disponible para descargar en la tienda de Google Play, cuando se establezca la conexión entre el dispositivo móvil y el módulo Bluetooth de la placa del controlador, se podrá enviar los siguientes comandos; poner en marcha el vehículo (s), acelerar (a), desacelerar(d) y detener (s), como se puede ver en la imagen 1.

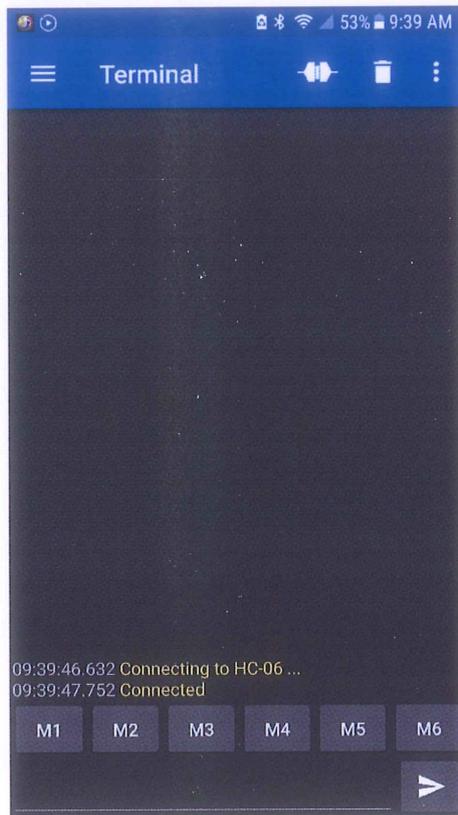


Imagen 1. Entorno de la aplicación en el dispositivo móvil.

La variación del ancho de pulso con respecto a la velocidad se ve en el osciloscopio como indica la imagen 2. En donde indica el ancho de pulso cuando está detenido el motor brushless permanece en 1,5ms que es el punto medio o neutro en donde el motor no genera movimiento. Para diferenciar el sentido de giro del motor, se tiene el rango de operación del motor que esta entre 1ms y 2ms. Cuando el ancho de pulso de 1,5ms baja a 1ms tendrá la máxima velocidad y su sentido de giro será horario, y cuando el

ancho de pulso pase de 1,5ms a 2ms, el motor estará a su máxima velocidad pero en sentido anti horario.

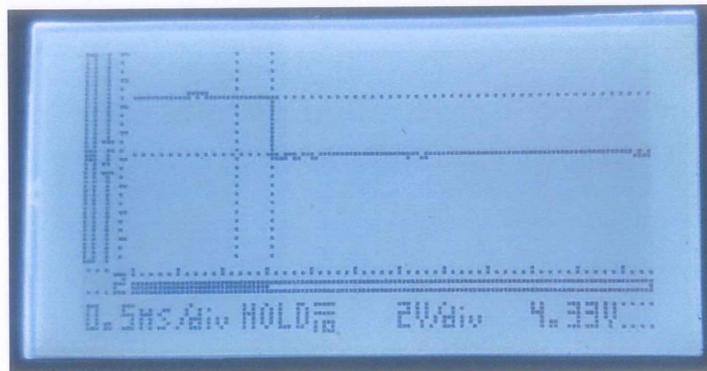


Imagen 2. El ancho de pulso con el motor detenido a 1,5ms.

Para que el motor brushless o vehículo se ponga en marcha y actué el controlador PID, se envía un comando en el dispositivo móvil, para arrancar el motor enviamos la letra (a) y se puede observar en la imagen 3, que el ancho de pulso ahora es 1,1ms en donde alcanza su máxima velocidad, para detener el giro del motor se envía la letra (s).

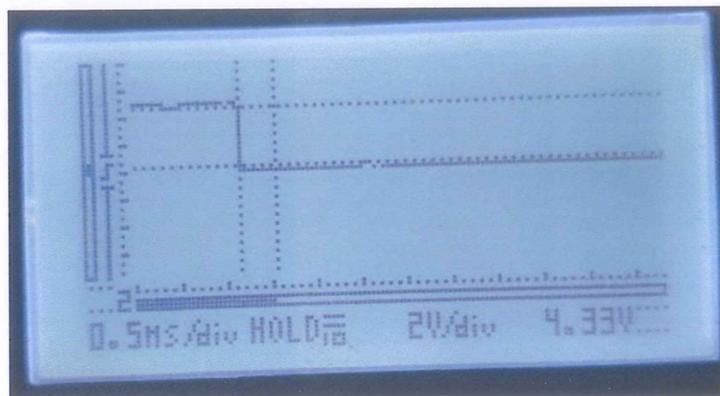


Imagen 3. Ancho de pulso a 1,1ms con el motor en movimiento.

Control por Realimentación de Estados

Para ello se estableció un límite inferior y superior de pulsaciones que mide el sensor según la velocidad del motor. En este caso el límite inferior de pulsaciones es 5, como se puede observar en la imagen 4. Este dato es tomado por la placa de Arduino ATMega 2560 que está conectado el sensor optoacoplador para ver la velocidad del motor, y está conectado al computador para su monitoreo y comportamiento ante la variación de la referencia para el cambio de velocidad del motor brushless.

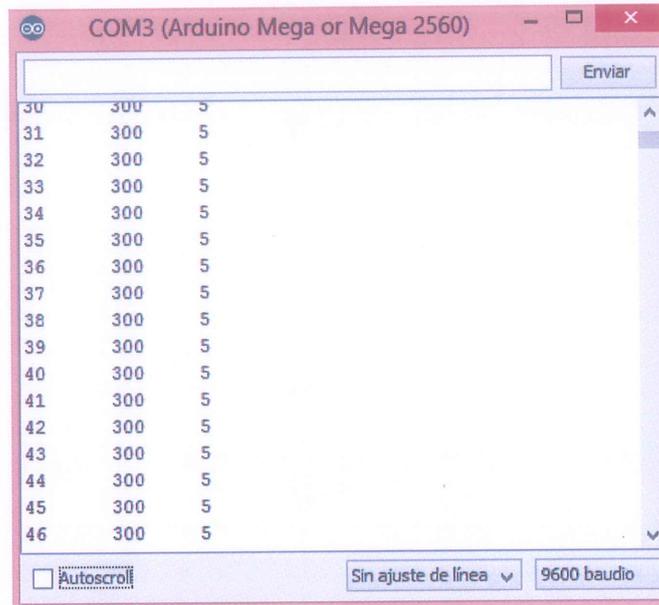


Imagen 4. Indica el límite inferior de pulsaciones en donde el motor tiene una menor velocidad.

Si queremos que el motor brushless o el vehículo arranque con la menor velocidad permitida, enviamos el comando (a) en el dispositivo móvil y podremos observar en la imagen 5, como el ancho de pulso baja 0,05ms con relación a 1,5ms cuando el motor estaba detenido. Ahora su ancho de pulso es de 1,45ms y conforme se va acelerando el ancho de pulso bajara hasta llegar a su límite de 1.1ms y tiene su máxima velocidad.

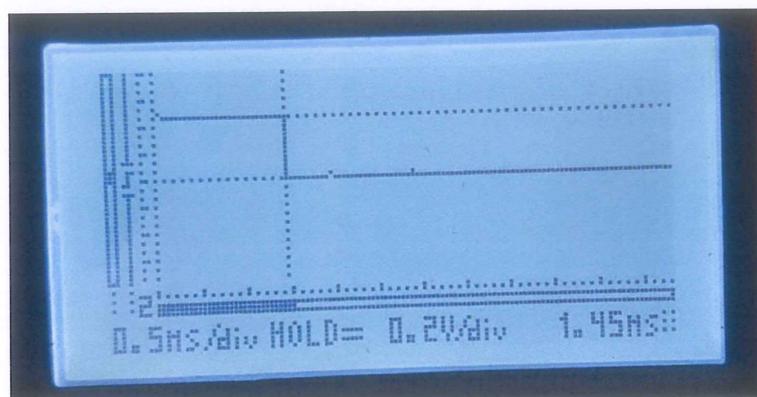


Imagen 5. Velocidad mínima del motor permitido.

Si se cambia el valor de la referencia, en este caso acelerando enviando nuevamente la letra (a), se podrá ver en la imagen 6, como incrementa el valor del número de pulsaciones y de esta manera el motor adquiere mayor velocidad.

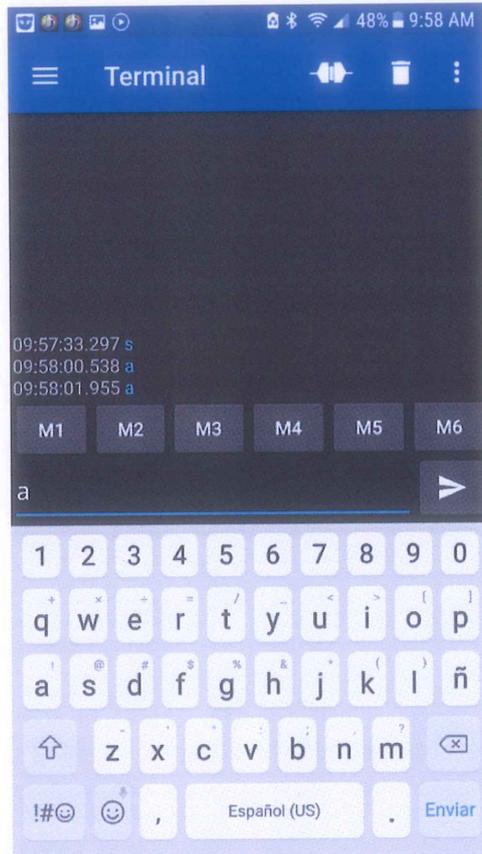


Imagen 6. Generando mayor velocidad enviando el comando (a).

De esta manera el número de pulsaciones se incrementa por el rango de 31-32 pulsaciones por segundo, según los datos tomados por el sensor optoacoplador como se observa en la imagen 7, y mayor velocidad.

Line	Value	Count
289	1920	32
290	1920	32
291	1860	31
292	1860	31
293	1920	32
294	1920	32
295	1920	32
296	1920	32
297	1860	31
298	1920	32
299	1920	32
300	1980	33
301	1920	32
302	1920	32
303	1920	32
304	1920	32
305	1920	32
306	1920	32
307	1860	31

Imagen 7. Incremento del número de pulsaciones por segundo con relación a la velocidad.

Para tener mayor velocidad realizamos el mismo proceso de enviar el comando (a), ahora su ancho de pulso bajo a 1,35ms como se ve en la imagen 8, por esta razón adquirió mayor velocidad.

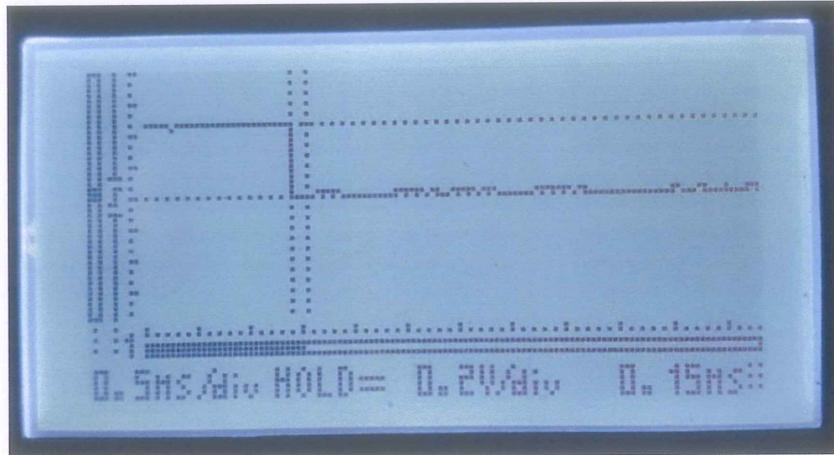


Imagen 8. Incremento de la velocidad y su ancho de pulso está a 1,35ms.

La referencia se incrementa y la velocidad de la misma manera se incrementa, como se podrá observar en la imagen 9. El valor de pulsaciones nos indica que el motor tiene mayor velocidad.

La imagen muestra una ventana de software de comunicación serial titulada "COM3 (Arduino Mega or Mega 2560)". La ventana contiene un campo de entrada con el botón "Enviar" a su derecha. El área principal muestra un flujo de datos en tres columnas. En la parte inferior, hay un botón "Autoscroll" desactivado, un menú desplegable "Sin ajuste de línea" y un campo "9600 baudio".

330	3060	51
331	3060	51
332	3180	53
333	3060	51
334	3060	51
335	3120	52
336	3120	52
337	3060	51
338	3120	52
339	3120	52
340	3180	53
341	3000	50
342	3060	51
343	3120	52
344	3120	52
345	3120	52
346	3060	51

Imagen 9. Incremento del valor de pulsaciones con respecto a la velocidad del motor.

Si queremos que el motor disminuya la velocidad le enviamos el comando (d), hasta llegar a la velocidad que uno desee. Todo esto se reflejara en el número de pulsaciones del motor. si se incrementa la velocidad al motor brushless, el número de pulsaciones llegara hasta su máximo permitido que es de 95 como se indica en la imagen 10, y su ancho de pulso también alcanzara su máximo permitido de 1,10ms (imagen 11).

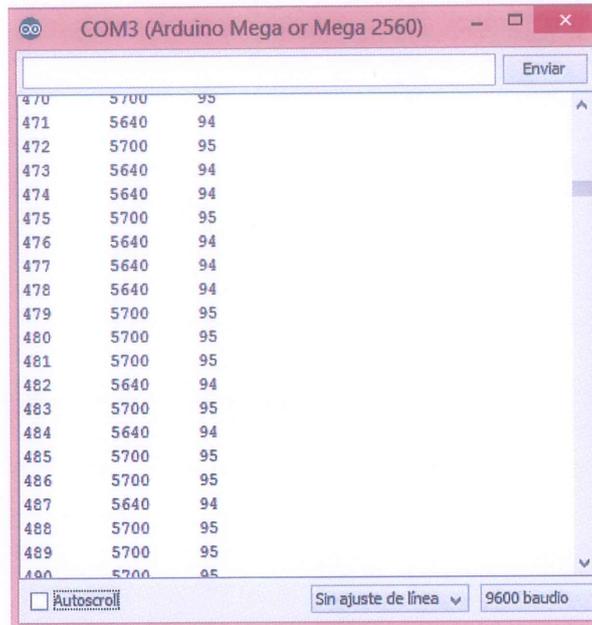


Imagen 10. Máximo número de pulsaciones permitido por el motor brushless.

Si se continua enviando el comando (a) para brindar mayor velocidad, el motor no lo permite.

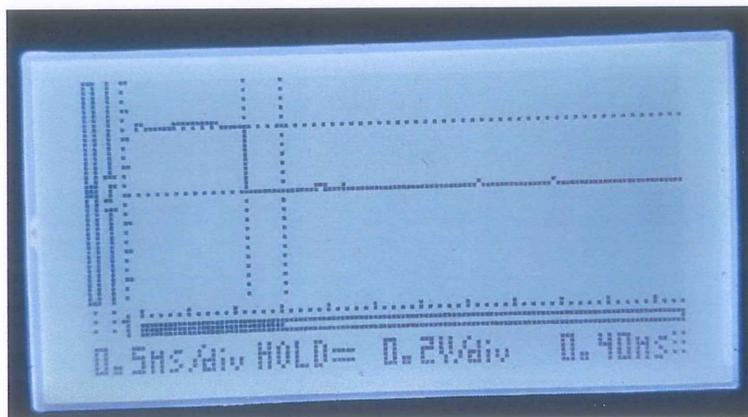


Imagen 11. Motor a 1,1ms alcanzando su máxima velocidad permitida.

ANEXO B

En la siguiente figura 1. Se indica el diagrama de conexión del PIC 18f4550 para los tres controladores propuestos diseñado en el programa Proteus 8 Professional.

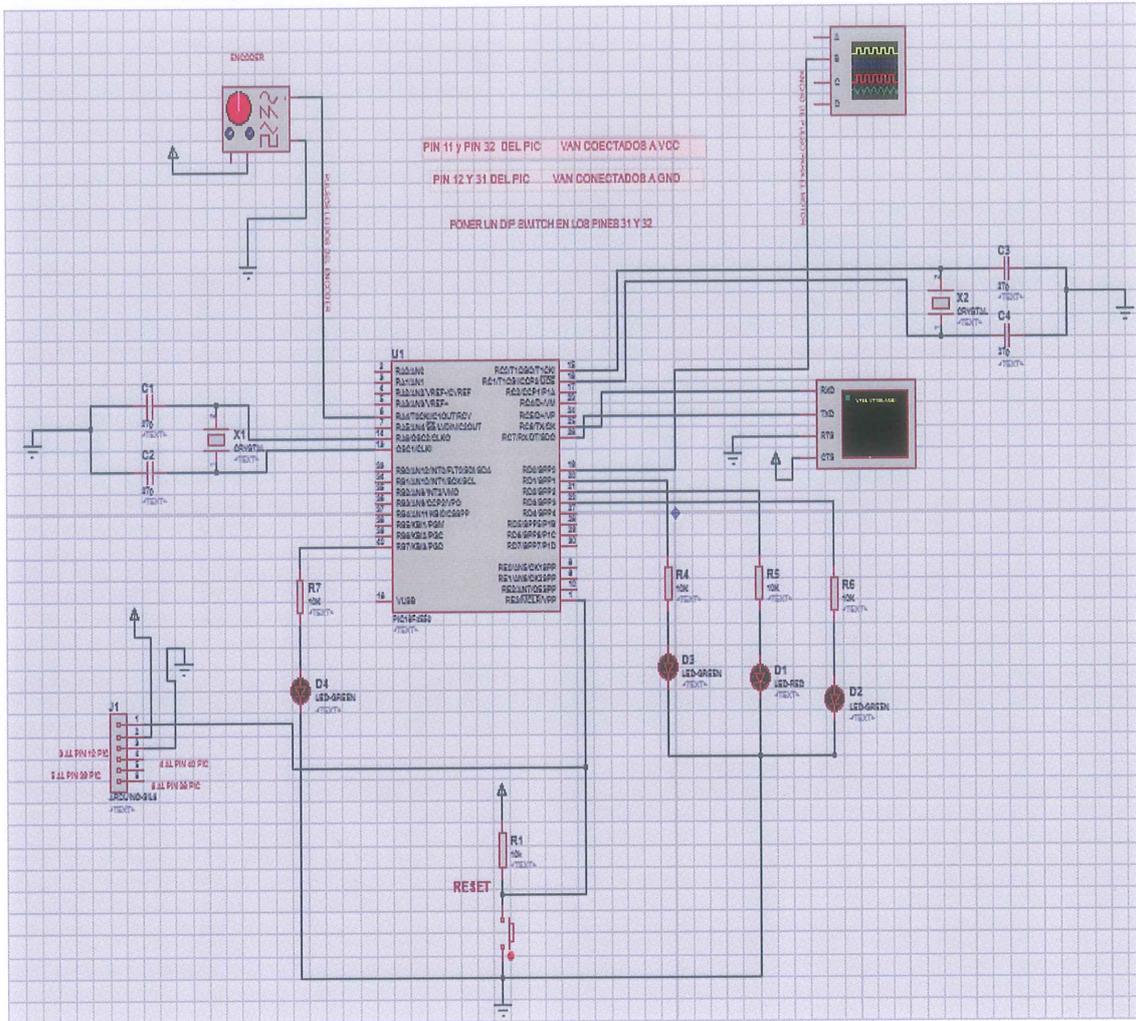
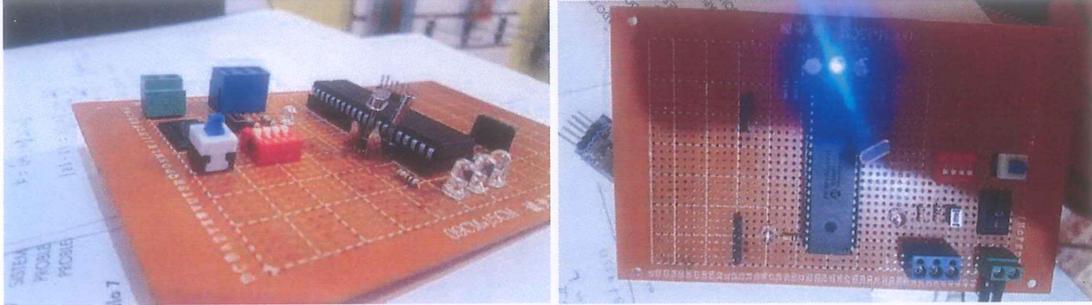


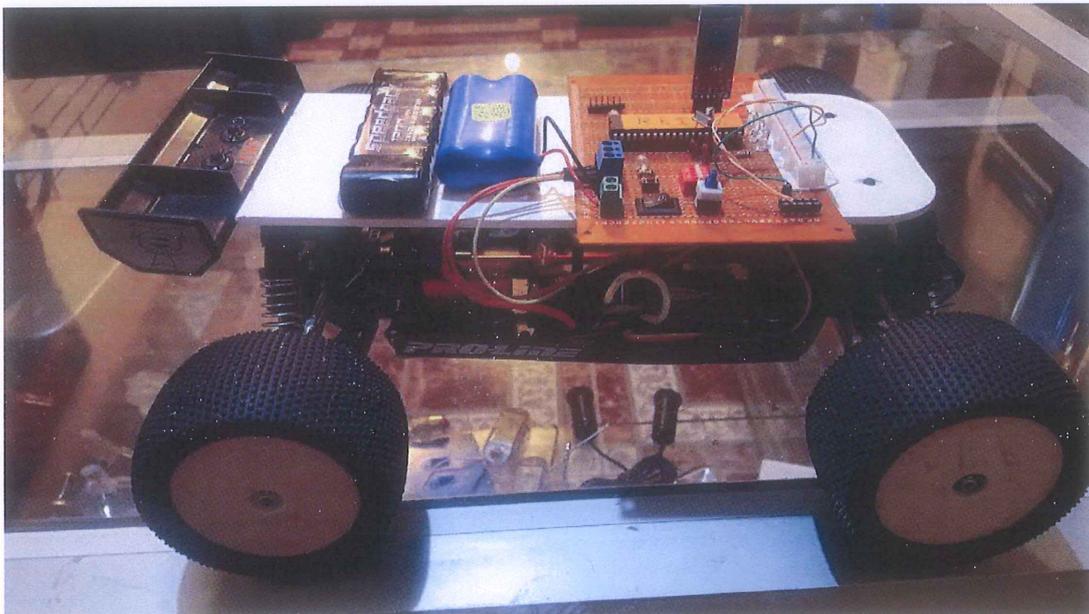
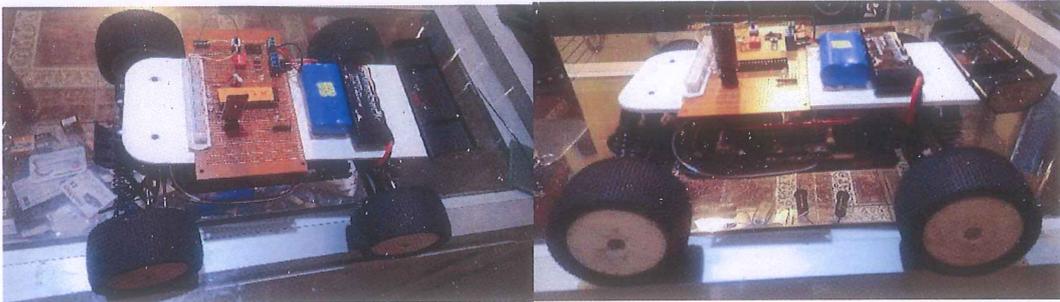
Figura 1. Diagrama de conexión para el PIC 18f4550 para los controladores propuestos.

ANEXO C

Placa para el funcionamiento de los controladores; PID, Realimentación de estados y Realimentación de estados con integrador.



Implementación de la placa al vehículo prototipo de escala 1/16 Truggy.



El microcontrolador Arduino ATMEGA 2650 utilizado para obtener el numero de pulsaciones por segundo que recibe del sensor optoacoplador acoplado en el eje principal del motor, para ver el cambio de referencia en el sistema a través del monitor serial en la computadora.





**PERMISO DEL AUTOR DE TESIS PARA SUBIR AL REPOSITORIO
INSTITUCIONAL**

Yo, **Jorge Rodrigo Criollo Niveló** portador(a) de la cédula de ciudadanía N° 0104968318. En calidad de autor/a y titular de los derechos patrimoniales del trabajo de titulación "**Control de un motor Brushless DC para aplicación en un vehículo eléctrico**" de conformidad a lo establecido en el artículo 114 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, reconozco a favor de la Universidad Católica de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos, Así mismo; autorizo a la Universidad para que realice la publicación de éste trabajo de titulación en el Repositorio Institucional de conformidad a lo dispuesto en el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 03 de abril de 2019

F:

Jorge Rodrigo Criollo Niveló
C.I. 0104968318