UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA

Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo

UNIDAD ACADÉMICA DE SALUD Y BIENESTAR

CARRERA DE ODONTOLOGÍA

EL SISTEMA DE SALUD Y EL USO DE MODELOS MATEMÁTICOS

PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE ODONTÓLOGO

AUTOR: DIANA ESTEFANIA AGUILAR CORDERO

DIRECTOR: ING. AURA DEL CISNE GUERRERO LUZURIAGA

CUENCA - ECUADOR

2024

DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA

Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo

UNIDAD ACADÉMICA DE SALUD Y BIENESTAR

CARRERA DE ODONTOLOGÍA

EL SISTEMA DE SALUD Y EL USO DE

MODELOS MATEMÁTICOS

PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE ODONTÓLOGO

AUTOR: DIANA ESTEFANIA AGUILAR CORDERO

DIRECTOR: ING. AURA DEL CISNE GUERRERO LUZURIAGA

CUENCA - ECUADOR

2024

DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO

ÍNDICE

CAPÍTULO III: El sistema de salud y el uso de modelos matemáticos.

1 Introducción

Comprender la realidad en un aspecto amplio, conlleva a un gran desafío por su complejidad y diversidad. Por ello, las decisiones que se empleen racionalmente deberán considerar dos aspectos importantes: conocer y comprender las posibilidades que se pueden suscitar. Dicha comprensión se puede realizar a través de modelos según su variación de simplicidad [(1)]. Estos modelos se autentifican de manera cualitativa y cuantitativa, gracias a un proceso o esfuerzo que se genera, brindando como efecto aquellos factores que son indispensables para la obtención de los resultados y conclusiones [(2)].

Los modelos matemáticos funcionan como representación idónea mediante un sistema real. Permitiendo describir, analizar y predecir el comportamiento de algunos sistemas complejos en diversas áreas de estudio, como la biología, la física, la economía, la ingeniería, la salud, etc., mediante la aplicación de conceptos y técnicas matemáticas [(1)]. La correcta elección de un modelo y su modelación permiten prevenir modelos mal planteados o identificados que proporcionan información no valida, conduciendo a una toma de decisión errónea [(2)].

Con lo que refiere a modelos aplicados sobre el sistema de salud, se lo define como técnicas especializadas netamente diseñadas para el manejo de problemas complejos presentes por medio de operaciones matemáticas. Estos modelos definen y solucionan problemas emergentes, de los servicios de atención en salud, como centros médicos, administración de recursos y alertas de riesgos en enfermedades infecciosas. En la planificación de estrategias de control en enfermedades infecciosas de propagación rápida, los modelados matemáticos funcionan de forma efectiva y verídica, permitiendo ejecutar medidas apropiadas con respecto a los recursos hospitalarios, todo en base al número de casos disponibles con el avance de la enfermedad. De igual forma, ayuda en la aplicación de medidas preventivas [(3)].

Por tanto, este capítulo pretende abarcar conceptos importantes del objeto de estudio: modelos matemáticos. Además de identificar los tipos de modelos existentes generales y del área odontológica, y los pasos para elaborarlo mediante una búsqueda sistemática en las diferentes bases de datos existentes.

2 Definición

A partir de la década de 1960, surgió la necesidad de aclarar la distinción entre el sujeto que reside en el mundo real y el sujeto que coexiste en ese mismo mundo. Este discernimiento condujo a la formulación de la definición de un modelo como una representación abstracta, simplificada e idealizada de un objeto presente en el mundo real, un sistema de relaciones, o un proceso en constante evolución que se deriva de una descripción dada. Desde un punto de vista teórico riguroso, un modelo se convierte en una expresión simbólica de aspectos específicos de un objeto o fenómeno existente en el mundo real, lo que significa que es una manifestación de una fórmula formulada de acuerdo con las reglas del sistema simbólico del que emana. Como resultado, un modelo puede adoptar formas en sistemas de signos, como imágenes, patrones, lenguajes o simbolismos, y puede representarse en registros de representaciones, que varía según su grado de isomorfismo [(4)].

Al abordar la tarea de modelar el entorno, surge con regularidad la necesidad de prever el valor futuro de una variable específica. Esta demanda se manifiesta en diversos dominios, como la estimación de población, la valoración de bienes raíces o la proyección del impacto de enfermedades contagiosas. En este contexto, los modelos matemáticos se erigen como herramientas esenciales que enriquecen la comprensión y respaldan la planificación a futuro [(5)]. Estos modelos desempeñan un papel fundamental al comprender, analizar sistemas complejos y fenómenos del mundo real. Facilitan la simplificación de situaciones intrincadas al desglosarlas en componentes más manejables, lo que permite una representación más nítida a través de ecuaciones y relaciones matemáticas [(4)].

Se utilizan para predecir el comportamiento futuro de sistemas y fenómenos, esto es esencial en una amplia gama de campos, desde la predicción del clima hasta la predicción de tendencias económicas y sociales. Se aplican para encontrar soluciones óptimas en situaciones donde se deben tomar decisiones, como la optimización de rutas de transporte, la asignación de recursos o la planificación de la producción. Estos modelos ayudan a minimizar costos o maximizar ganancias. Por otra parte, pueden simular sistemas y fenómenos en un entorno controlado, esto es útil cuando no es práctico o ético realizar experimentos en el mundo real, como en la simulación de ensayos nucleares [(4,6)].

En la ingeniería y el diseño, se emplean para crear prototipos virtuales de productos o sistemas antes de construirlos físicamente, lo que permite ahorrar tiempo y recursos al perfeccionar diseños y reducir errores. Por lo que ayudan en la toma de decisiones informadas, proporcionan una base cuantitativa para evaluar diferentes opciones y las consecuencias, lo que es esencial en la toma de decisiones empresariales, gubernamentales y personales. Estas son herramientas fundamentales en la investigación científica, ya que contribuyen a formular hipótesis, diseñar experimentos y comprender los resultados. Con frecuencia conducen al descubrimiento de nuevas relaciones, patrones en datos y observaciones [4,7].

Dentro de esta práctica en el tiempo el modelo matemático ha evolucionado en consecución con la práctica generada, lo que ha permitido que se consideren diversos elementos al momento de establecer una definición, por lo que autores como Giordano et al. [8], lo definen como una construcción matemática orientada a estudiar un sistema o fenómeno particular del mundo real. Esto significa que es una representación abstracta y formalizada que se basa en principios matemáticos. Los modelos matemáticos se crean mediante ecuaciones, fórmulas, gráficos y otros elementos matemáticos que describen relaciones y comportamientos. Están diseñados para proporcionar una herramienta de análisis que permite comprender mejor un sistema o fenómeno particular. Esto implica que los modelos se crean con un objetivo definido en mente, como entender el comportamiento de un mercado, predecir el movimiento de un cuerpo celeste o evaluar el crecimiento de una población.

Otra particular característica que se extrae de esta definición es que los modelos matemáticos no son genéricos; están enfocados en sistemas o fenómenos específicos del mundo real. Esto puede incluir desde sistemas físicos como una máquina o un circuito eléctrico, hasta fenómenos sociales como la propagación de enfermedades o los patrones de tráfico. La capacidad de centrarse en aspectos específicos es una de las fortalezas de los modelos matemáticos, ya que permiten un análisis detallado. La ventaja de estos radica en la capacidad para representar situaciones reales. Esto significa que los datos, observaciones y comportamientos del mundo real se traducen en términos matemáticos para que puedan ser analizados y comprendidos de manera más rigurosa y precisa [8].

Por otra parte, Biembengut y Hein [9], se refieren a modelo matemático de una situación problemática como el conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, la situación estudiada. Esto resalta que los modelos matemáticos se utilizan con mayor frecuencia en situaciones donde existe un problema o una pregunta que requiere una solución o comprensión más profunda. Pueden ser situaciones de la vida real que varían desde problemas científicos y técnicos hasta cuestiones en economía, ciencias sociales. Los autores hacen referencia a que un modelo se construye mediante ecuaciones, fórmulas, gráficos y otros componentes matemáticos. Estos símbolos y relaciones representan aspectos clave de la situación problemática, lo que permite un análisis cuantitativo y una descripción más precisa.

Considerando que un modelo matemático no tiene que ser una réplica de la situación real, sino que debe capturar aspectos esenciales de esta. Simplificando la realidad para hacerla más manejable y tratable desde un punto de vista matemático, lo que puede implicar ciertas aproximaciones y simplificaciones. Además, Villa ed al. [(4,10)], definen al modelo matemático como un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que intentan explicar, predecir y solucionar algunos aspectos de un fenómeno o situación. Estos elementos matemáticos se utilizan para representar y describir los aspectos esenciales de la situación o fenómeno de interés. Los símbolos pueden ser variables, constantes, operadores matemáticos y otros elementos que se relacionan entre sí a través de ecuaciones y fórmulas matemáticas. Uno de los objetivos principales de un modelo matemático es explicar aspectos de un fenómeno o situación.

Esto implica que los modelos buscan proporcionar una comprensión más profunda y fundamentada del sistema en estudio. Al identificar las relaciones matemáticas subyacentes, los modelos pueden ayudar a responder preguntas sobre por qué ocurren ciertos comportamientos o eventos. Otro objetivo importante es la predicción, los modelos matemáticos se utilizan para anticipar el comportamiento futuro del fenómeno o sistema. Al utilizar las relaciones matemáticas en el modelo, es posible hacer proyecciones y estimaciones sobre cómo evolucionará la situación en el tiempo, lo que es valioso para la toma de decisiones y la planificación. Los autores también mencionan la capacidad de los modelos para solucionar aspectos de una situación. Esto se refiere a la capacidad de los modelos para proponer soluciones a problemas planteados en el contexto del fenómeno estudiado. Los modelos pueden ayudar a identificar estrategias o acciones que pueden abordar los desafíos planteados por la situación [(10)].

Para consolidar las generalizaciones anteriores los modelos matemáticos son herramientas cruciales en la comprensión y resolución de una amplia gama de desafíos del mundo real. Al abordar la tarea de modelar el entorno, se revela la necesidad recurrente de anticipar el comportamiento futuro de variables específicas. Esta demanda se manifiesta en diversos dominios, que abarcan desde la estimación de población y la valoración de bienes raíces hasta la proyección del impacto de enfermedades contagiosas. En esencia, los modelos matemáticos se rigen como herramientas esenciales que enriquecen nuestra comprensión y respaldan la planificación a futuro. Su función principal radica en descomponer sistemas complejos y fenómenos del mundo real en componentes más manejables y describirlas de manera más nítida a través de ecuaciones y relaciones matemáticas.

3 Tipos de modelos

La utilización de modelos matemáticos se ha convertido en una herramienta fundamental en diversas disciplinas para comprender, predecir y optimizar fenómenos complejos. En este contexto, se desglosarán los 3 tipos de modelos matemáticos más frecuentados, los cuales desempeñan un papel crucial al ofrecer estructuras y enfoques específicos para abordar distintos problemas.

3.1.1 Determinista o estocástico

En el modelo determinista, se incorporan generadores de procesos aleatorios al modelo, lo que introduce modificaciones sutiles en algunas de las variables. Como resultado, para un conjunto de datos de entrada específico, las salidas no son consistentes en cada ejecución. Esto a menudo conduce a una confusión entre los modelos deterministas y estocásticos, erróneamente relacionando los modelos estocásticos con enfoques empíricos y los modelos deterministas con enfoques físicos. En realidad, un modelo determinista es aquel en el que, dadas un conjunto de parámetros y variables de entrada, siempre generará el mismo conjunto de variables de salida. Por otro lado, en un modelo estocástico, los valores de las variables de salida varían entre diferentes ejecuciones del modelo, ya que se permite la intervención de factores aleatorios [8,11].

El comportamiento aleatorio de un sistema puede tener varias causas. En algunos casos, el sistema en cuestión opera intrínsecamente de manera aleatoria, lo que significa que no sigue un patrón o una lógica determinista. Ocasionalmente, lo que parece un comportamiento aleatorio se debe a nuestra falta de comprensión o a información incompleta sobre el sistema, lo que nos lleva a tratar ciertos procesos como estocásticos debido a la incertidumbre. Además, las mediciones y datos recopilados pueden contener errores aleatorios debido a factores como la precisión de los instrumentos, condiciones ambientales variables o factores humanos, lo que da la impresión de aleatoriedad en el comportamiento del sistema [8,12].

En situaciones en las que los procesos son tan complejos que resulta difícil modelarlos de manera determinista, se recurre a la modelización estocástica como un enfoque más realista y práctico. La introducción de un componente estocástico en un sistema deriva del uso de generadores aleatorios de series para representar las variables de entrada, como modelar la precipitación, por ejemplo. Estos generadores aleatorios agregan variabilidad al sistema y ayudan a capturar la naturaleza incierta de ciertas variables. Al utilizar generadores aleatorios para asignar valores a los parámetros del modelo y su distribución espacial, se evita el desafío de emplear parámetros estimados con cierto grado de incertidumbre (8,13).

La introducción del componente estocástico también permite explorar cómo se comportaría el modelo para diferentes conjuntos de parámetros o valores de las variables de entrada. En lugar de obtener un resultado basado en un conjunto único de datos verosímiles, se obtiene un conjunto de resultados a partir de múltiples conjuntos de parámetros y variables verosímiles. Esto no solo proporciona un valor esperado, sino un rango de variación dentro del cual se encuentran los resultados probables, lo que es fundamental para comprender la incertidumbre en la toma de decisiones y la planificación (13).

3.1.2 Agregados o distribuidos

En un modelo agregado, se considera toda el área de estudio como una entidad única, el modelo se encarga de predecir salidas para un conjunto de entradas sin proporcionar información detallada sobre lo que sucede internamente en el sistema. Esto significa que todas las variables y parámetros se combinan en una única representación, lo que simplifica el análisis, pero puede no reflejar completamente la complejidad del sistema real. Es adecuado cuando se requiere una visión general y simplificada del sistema. En contraste, en un modelo distribuido, el área de estudio se divide en múltiples segmentos o parcelas, cada una con conjunto individual de parámetros y variables de estado. Esto permite un análisis detallado de las interacciones y comportamientos específicos en cada región del sistema (8,14).

Cada segmento genera las propias salidas en función de las entradas y condiciones internas. Los modelos distribuidos son útiles cuando se necesita un entendimiento profundo y específico de un sistema complejo que presenta variabilidad espacial. Por otra parte, los modelos semi distribuidos representan una combinación de los enfoques anteriores. En este caso, se construyen mediante la yuxtaposición de varios modelos agregados que representan diferentes unidades o secciones del área de estudio. Cada unidad genera sus propias salidas de manera agregada, pero también puede haber interacciones y transferencias de entradas y salidas entre las diferentes unidades (15). Este enfoque se utiliza cuando se necesita un equilibrio entre la simplicidad de un modelo agregado y la representación más detallada de un modelo distribuido (8).

La elección entre estos enfoques se basa en diversos factores, que incluyen la complejidad del sistema, los objetivos específicos del análisis, la cantidad y calidad de los datos disponibles. En este sentido, los modelos agregados son una elección óptima cuando se busca una visión panorámica y simplificada del sistema, especialmente en situaciones donde una descripción detallada no es esencial y se valora la simplicidad en el análisis. Los modelos distribuidos se destacan en situaciones que requieren un análisis minucioso y preciso, especialmente en sistemas complejos donde las variaciones espaciales desempeñan un papel crucial. Estos modelos desglosan el sistema en segmentos individuales para comprender en detalle su comportamiento [8,15].

Los modelos semi distribuidos son útiles en situaciones intermedias, donde se busca un equilibrio entre la simplicidad de los modelos agregados y la precisión de los modelos distribuidos. Estos modelos permiten una representación más detallada que los agregados, pero sin llegar al nivel de complejidad de los modelos completamente distribuidos. La selección del enfoque adecuado depende de la pregunta de investigación y de los recursos disponibles. Es esencial evaluar cuál de estos enfoques proporcionará los resultados más relevantes y útiles para los objetivos del análisis [8,15].

3.1.3 Estáticos o dinámicos

Los modelos matemáticos estáticos representan un enfoque poderoso para comprender sistemas y fenómenos en situaciones específicas en un momento dado. Estos modelos son ideales cuando se puede asumir que las condiciones del sistema son constantes o cambian de manera insignificante en un período corto. Frecuentemente, se caracterizan por la simplicidad y facilidad de interpretación. Esto los hace apropiados para resolver problemas que no requieren un seguimiento continuo de las variables a lo largo del tiempo. En campos como la economía, la estadística y la ciencia social, se utilizan para comprender relaciones y tendencias en un punto específico [8,16].

Cuando se abordan situaciones en las que los cambios temporales son mínimos, como el rendimiento de una máquina en operación constante, los modelos estáticos pueden proporcionar predicciones útiles y prácticas. En el ámbito de la ingeniería y la toma de decisiones empresariales, los modelos estáticos son esenciales para la optimización en situaciones donde las condiciones no cambian significativamente en el corto plazo. En contraposición, un modelo dinámico se caracteriza por la capacidad para considerar la evolución de un sistema a lo largo del tiempo. Estos modelos no se limitan a capturar un estado particular, sino que incorporan un conjunto de variables de estado y ecuaciones que detallan cómo estas variables experimentan cambios a medida que avanza el tiempo [8,17].

Los modelos dinámicos se revelan fundamentales en la representación de sistemas donde el tiempo desempeña un papel esencial, abarcando disciplinas que incluyen la física, la economía, la biología y la ingeniería. Su aplicabilidad es amplia, ya que pueden utilizarse tanto para predecir la evolución futura de un sistema como para comprender en profundidad cómo ha evolucionado en el pasado. En un modelo matemático dinámico, el enfoque se desplaza más allá de una instantánea estática y se adentra en la dinámica del sistema. Estos modelos no solo consideran las relaciones entre las variables en un momento específico, sino que también establecen cómo esas relaciones cambian con el tiempo. Esto les permite ofrecer una visión más completa de cómo los sistemas se desarrollan y se adaptan en respuesta a diferentes influencias y condiciones temporales [(8)].

En contraste, nos encontramos con diversos tipos comunes de modelos matemáticos, cada uno sobresaliendo por sus rasgos distintivos y aplicaciones en variados contextos científicos y prácticos. Esta diversidad de enfoques brinda a investigadores y profesionales la capacidad de seleccionar la metodología más apropiada según la naturaleza de los datos y los objetivos de investigación. Entre estos modelos se incluyen:

3.1.4 Lineales

Expresan conexiones lineales entre variables, indicando que una alteración constante en una variable está vinculada con una variación constante en otra [(18)].

3.1.5 Predictivos

Son utilizados para prever o estimar valores futuros basados en datos históricos y patrones identificados [(19)].

3.1.6 De clasificación

Se utilizan para asignar categorías o etiquetas a observaciones según ciertos criterios, como algoritmos de aprendizaje supervisado [(20)].

3.1.7 De regresión

Describen la relación estadística entre variables, permitiendo predecir el valor de una variable dependiente en función de una o más variables independientes [(21)].

3.1.8 No lineales

Describen relaciones más complejas que no son lineales, permitiendo capturar patrones no lineales en los datos [(22)].

3.1.9 De simulación

Utilizados para imitar el comportamiento de un sistema a lo largo del tiempo, ayudando a comprender su dinámica y a evaluar diferentes escenarios [(23)].

3.1.10 De optimización

Buscan encontrar la mejor solución posible para un problema, maximizando o minimizando una función objetivo sujeta a restricciones [24].

3.1.11 De aprendizaje automático

Utilizan algoritmos para permitir a los sistemas aprender patrones y realizar tareas sin ser programados explícitamente, como el reconocimiento de imágenes o el procesamiento del lenguaje natural [25].

3.1.12 Epidemiológicos

Utilizados en el estudio de la propagación de enfermedades en poblaciones, como el modelo SIR (Susceptibles-Infectados-Recuperados) y otros modelos que describen dinámicas epidemiológicas [26].

4 Modelos en la odontología

Los modelos en la odontología desempeñan un papel crucial en la planificación y ejecución de tratamientos dentales, la formación de profesionales y la investigación en el campo odontológico. Estos modelos son réplicas o representaciones tridimensionales de estructuras orales, como dientes, encías, mandíbulas y tejidos circundantes. Además, se orientan, hacia la planificación y diseño de tratamientos, formación y educación, investigación y desarrollo, estudio de anomalías y maloclusiones, evaluación de resultados, comunicación con el paciente, pruebas de estilo de vida, hábitos orales y documentación clínica. Es por ello, que se hace referencia a estudios que así lo demuestran [27].

Como es el caso de Domínguez y Aran [27], quienes han abordado un aspecto fundamental en la salud ocupacional de los odontólogos al desarrollar un algoritmo que identifica y prevé lesiones músculo-esqueléticas. Al considerar variables demográficas y laborales, como género, especialidad, edad y horas de trabajo, de igual forma logran proporcionar un panorama detallado sobre los riesgos asociados al desgaste físico en la práctica odontológica. Este enfoque preventivo permite a los profesionales tomar medidas proactivas para mitigar riesgos y garantizar una práctica más saludable y sostenible a lo largo del tiempo.

Por otra parte, autores como Ballin y Tierra [28], presentan un avance significativo en la eficiencia de los procesos clínicos en odontología, al aprovechar herramientas como Matlab, logrando automatizar tareas manuales en áreas cruciales como la admisión, diagnóstico y pronóstico. Esta automatización no solo simplifica la carga laboral, sino que también contribuye a una toma de decisiones más precisa, especialmente en la identificación temprana y el tratamiento de caries dental, mejorando la calidad general de la atención odontológica. De igual manera, Ascencio [29], utiliza técnicas avanzadas de Machine Learning, específicamente redes bayesianas, para proyectar la incidencia de enfermedades bucales como la caries y la gingivitis.

Este enfoque no solo predice la ocurrencia de estas afecciones, sino que también identifica patrones y variables clave que contribuyen al desarrollo. Este nivel de anticipación permite intervenciones preventivas más efectivas y estrategias de tratamiento más personalizadas, mejorando significativamente la gestión de la salud bucal. Así mismo, Lozada, Salame y López [30], han abordado una preocupación importante relacionada con la adaptación de prótesis en adultos mayores. Al utilizar Compensatory Fuzzy Logic, han creado un marco de evaluación exhaustiva que identifica problemas comunes de adaptabilidad en prótesis totales. Esta evaluación detallada ofrece una comprensión más profunda de los desafíos que enfrentan los adultos mayores, permitiendo mejoras específicas en el diseño y la adaptación de estas prótesis para mejorar la calidad de vida de este grupo demográfico.

Por otro lado, encontramos a Salazar y Mesa [31], quienes destacaron una aplicación innovadora de la fotogrametría en odontología, permitiendo la creación de modelos tridimensionales digitales detallados. Estos modelos ofrecen una herramienta valiosa para la planificación de tratamientos dentales, permitiendo una reconstrucción minuciosa de las estructuras anatómicas. Al emplear herramientas como Agisoft Metashape Standard y Blender, se mejora la visualización y precisión en la planificación de tratamientos odontológicos, lo que puede mejorar la calidad y eficacia de la atención. Por lo que, cada uno de estos estudios demuestran la forma en que los modelos matemáticos y las tecnologías innovadoras están revolucionando la odontología, desde la prevención de riesgos laborales hasta la optimización de procesos clínicos y la mejora en la precisión del diagnóstico y tratamiento. Estos enfoques representan avances significativos que no solo mejoran la práctica odontológica, sino que también impactan positivamente la calidad de vida de los pacientes y profesionales de la salud.

Por último, y muy importante de mencionar son las estrategias de modelos matemáticos propuestas por Moreno, Blanco y Moscoso [32], cuyo fin fue mejorar la eficiencia de los Centros de Atención Primaria de la Salud (CAPS). Este enfoque se orienta en ajustar la distribución de los servicios de salud en función de la necesidad y la demanda de la población. Al considerar modelos de localización óptima y cobertura máxima, se busca garantizar que estos centros estén ubicados estratégicamente para satisfacer las necesidades de atención médica de manera más efectiva y equitativa. Así como un enfoque estadístico de Gavilanes [33], basado en series temporales para predecir la ocupación de camas en un entorno hospitalario. Este modelo proporciona una herramienta crucial para la gestión eficiente de recursos en un entorno de atención médica. Al analizar y pronosticar la demanda de camas, se permite una planificación más precisa, asegurando la disponibilidad adecuada de recursos y mejorando la atención al paciente al garantizar una capacidad hospitalaria óptima.

5 Diferencia entre proyectar y predecir

La distinción entre proyectar y predecir en el contexto de los modelos matemáticos es fundamental para comprender cómo los matemáticos, los científicos y expertos en diversas disciplinas abordan la estimación de eventos futuros además del análisis de datos históricos. Estos dos términos se utilizan comúnmente, pero tienen significados distintos y conllevan implicaciones importantes para la toma de decisiones y la planificación a largo plazo. Por lo que es importante considerarlos de manera individual a razón de contextualizarlos en el escenario apropiado según sea la naturaleza. En este sentido la proyección en un modelo matemático implica extender una tendencia o patrón observado en datos históricos hacia el futuro. En esencia, se basa en la suposición de que las condiciones y relaciones que han prevalecido en el pasado se mantendrán en el futuro, al menos en el corto plazo. La proyección se utiliza en una variedad de campos, desde la economía hasta la demografía, la meteorología y la salud [34].

En el ámbito económico, los analistas financieros a menudo proyectan el crecimiento de una empresa basándose en el historial de ventas y ganancias. Estas proyecciones son útiles para la planificación a corto plazo y la toma de decisiones tácticas. Sin embargo, es importante destacar que las proyecciones tienden a ser más limitadas en el alcance, ya que no necesariamente tienen en cuenta factores desconocidos o eventos imprevistos. Un aspecto crítico que se debe considerar de las proyecciones es que generalmente no intentan comprender completamente las causas subyacentes de los patrones observados. En cambio, se centran en extrapolar los datos existentes y las tendencias identificadas. Esto puede ser valioso cuando se necesita una estimación rápida o una guía para la planificación a corto plazo, pero tiene limitaciones en entornos más complejos o dinámicos [35].

La predicción, por otro lado, se diferencia de la proyección en varios aspectos fundamentales, en lugar de simplemente extrapolar tendencias pasadas, la predicción implica hacer afirmaciones sobre eventos futuros basándose en un entendimiento más profundo de las relaciones matemáticas incluyendo las variables en juego. Es utilizada en situaciones donde se busca anticipar eventos futuros con mayor precisión y contexto.

En la meteorología, se emplean modelos matemáticos complejos para predecir el clima, estos modelos tienen en cuenta una amplia gama de factores, como la presión atmosférica, la temperatura del agua y los patrones de viento. Al comprender las interacciones entre estos factores, los meteorólogos pueden hacer pronósticos más precisos sobre el clima futuro, estas predicciones son cruciales para la seguridad pública y la planificación a largo plazo [36].

Lo que distingue aún más a la predicción es el enfoque en la identificación de factores causales, es por lo que, los modelos matemáticos utilizados para la predicción a menudo incorporan teorías científicas que explican la razón de ocurrencia de ciertos eventos. Por lo tanto, las predicciones no solo se basan en datos históricos, sino que también se apoyan en la comprensión de los procesos subyacentes. Por otra parte, tanto la proyección como la predicción tienen aplicaciones específicas y limitaciones inherentes. La elección entre uno u otro depende de los objetivos del análisis, así como, de la disponibilidad de datos y conocimientos, las proyecciones son especialmente útiles cuando se necesita una estimación rápida o cuando se trabaja con datos limitados [37].

Sin embargo, son menos adecuadas para situaciones en las que factores inesperados pueden tener un impacto significativo en los resultados. En estos casos, pueden proporcionar una guía inicial, pero la incertidumbre inherente es alta. Por otro lado, las predicciones son ideales cuando se requiere una mayor precisión y se dispone de un conocimiento más profundo sobre el sistema en estudio. Sin embargo, la construcción de modelos predictivos puede ser más compleja y requerir datos detallados, al igual que teorías científicas sólidas. Es importante resaltar que, incluso los modelos predictivos más avanzados tienen limitaciones, ya que no pueden anticipar eventos completamente impredecibles o desconocidos. Por lo anteriormente expuesto, en la **Tabla 1**, se presentan los aspectos más relevantes que evidencian las diferencias entre los tópicos considerados.

Tabla 1 Diferencia entre proyectar y predecir en un modelo matemático

Proyectar	Predecir
Proyectar en un modelo matemático implica estimar o calcular valores futuros basados en una serie de datos históricos y suposiciones sobre el comportamiento del sistema o fenómeno que se está modelando.	Predecir en un modelo matemático implica hacer afirmaciones sobre eventos futuros con base en el conocimiento actual y las relaciones matemáticas en el modelo.
Las proyecciones suelen estar más enfocadas en extender una tendencia pasada o un patrón observado hacia el futuro.	Las predicciones a menudo se basan en la identificación de factores causales y en la comprensión de las relaciones entre las variables en el modelo.
Las proyecciones pueden basarse en la extrapolación de datos, en la aplicación de reglas matemáticas o en la simulación de eventos futuros.	Las predicciones suelen ser más específicas y detalladas que las proyecciones y pueden incluir análisis de escenarios alternativos.

Adaptado Fleiderman BE [37].

Ahora bien, la distinción entre predicción y proyección en modelos matemáticos orientados hacia la salud influyen la toma de decisiones en este ámbito, la planificación de recursos de atención médica y la gestión de enfermedades. En este sentido, la proyección en modelos matemáticos de salud implica extender tendencias pasadas o datos históricos de salud hacia el futuro, asumiendo que las condiciones y comportamientos existentes continuarán sin cambios significativos. Estas proyecciones son útiles para estimar demandas futuras de atención médica, recursos necesarios para la planificación a corto plazo. Como es el caso de las proyecciones de población, el cual, los demógrafos y planificadores de atención médica proyectan el crecimiento de la población en una región específica. Esto es importante para determinar las necesidades futuras de hospitales, clínicas y servicios de atención médica [38].

De igual manera, los epidemiólogos pueden proyectar cómo la prevalencia de enfermedades específicas, como la diabetes o el cáncer, cambiará con el tiempo en función de tendencias de diagnóstico y factores de riesgo. Así mismo, a nivel de costos de atención médica, proyectan los costos futuros en este aspecto, lo que es crucial para la planificación presupuestaria y la asignación de recursos. Sin embargo, las proyecciones en salud tienden a ser limitadas en la capacidad para anticipar factores desconocidos o eventos imprevistos, como brotes de enfermedades infecciosas, además, no tienen en cuenta factores de intervención o cambios en políticas de salud [38].

En el caso de la predicción en modelos matemáticos de salud, esta se centra en hacer afirmaciones sobre eventos futuros basadas en un entendimiento más profundo de las relaciones entre variables y factores causales. Aquí se consideran factores específicos que pueden influir en la salud y se intenta anticipar resultados de manera más precisa.

Como es el caso de las predicciones de brotes de enfermedades infecciosas, la cual, facilita a los epidemiólogos la predicción de la propagación de enfermedades infecciosas, teniendo en cuenta factores como la transmisión, la inmunidad de la población y las medidas de control. Así mismo, los resultados de tratamientos, pues se pueden utilizar modelos para predecir cómo un paciente responderá a un tratamiento específico, considerando datos médicos y factores individuales [(39)].

Los modelos matemáticos pueden utilizarse para predecir tendencias en salud pública, como tasas de obesidad, mortalidad por enfermedades cardiovasculares o tasas de vacunación. En este sentido, las predicciones en salud son valiosas para la toma de decisiones clínicas, la gestión de recursos y la formulación de políticas de salud. Sin embargo, construir modelos predictivos precisos en salud puede ser más complejo que las simples proyecciones, ya que requiere una comprensión más profunda de las interacciones entre variables y factores causales [(40)].

Por lo tanto, la distinción entre proyección y predicción en el contexto de la odontología es relevante para la planificación de tratamientos, la gestión de la salud oral, además de la toma de decisiones clínicas. La proyección en modelos matemáticos de odontología implica extender tendencias o datos históricos sobre la salud oral hacia el futuro asumiendo que las condiciones y comportamientos actuales se mantendrán sin cambios significativos. Las proyecciones en odontología son útiles para estimar la demanda futura de servicios dentales y planificar recursos a corto plazo. Siendo el caso de las proyecciones de necesidades de atención dental, de esta manera los planificadores de atención médica proyectan las necesidades futuras de atención dental en una región determinada, lo que es esencial para la planificación de clínicas dentales y la concesión de elementos que contribuyan al éxito de las acciones [(41)].

Adicionalmente, los odontólogos pueden proyectar cómo la prevalencia de enfermedades orales, como la caries dental o la periodontitis, cambiará en función de las tendencias actuales de higiene oral y factores de riesgo. Los analistas de salud proyectan los costos futuros de la atención dental, lo que es fundamental para la planificación presupuestaria y la evaluación de seguros dentales. Sin embargo, las proyecciones en odontología pueden tener limitaciones en la anticipación de factores imprevistos o eventos inesperados, como epidemias de enfermedades orales o cambios en la legislación de atención dental [(41)].

En contraste, la predicción en modelos matemáticos de odontología se centra en hacer afirmaciones sobre eventos futuros basadas en un conocimiento más profundo de las relaciones entre variables y factores causales específicos. Los odontólogos pueden utilizar modelos para predecir cómo una enfermedad oral específica evolucionará en un paciente, considerando factores como la higiene oral, la dieta y los factores de riesgo individuales. Se pueden utilizar modelos para predecir cómo un paciente responderá a un tratamiento específico, teniendo en cuenta factores como la edad, la salud general y el tipo de procedimiento dental. Los modelos matemáticos pueden ayudar a identificar las necesidades de atención dental específicas de un paciente, lo que es útil para la planificación de tratamientos y la educación del paciente.

6 Los primeros modelos científicos.

Para el desarrollo de las raíces de la comprensión humana de los fenómenos naturales y las fuerzas que dan forma al mundo fueron diseñados los primeros modelos científicos. Desde la antigüedad, los seres humanos han tratado de dar sentido al entorno y explicar los misterios de la naturaleza mediante la creación de modelos simplificados que representen los procesos con patrones observados. Estos modelos tempranos, a menudo basados en la observación, acompañados de la intuición, sentaron las bases para el desarrollo posterior de la ciencia, así como, para la construcción de modelos más precisos con alta rigurosidad. En las civilizaciones antiguas, donde los seres humanos comenzaron a observar y registrar los fenómenos naturales que los rodeaban, modelos científicos tenían como objetivo dar sentido a estos fenómenos y proporcionar explicaciones en lo referente al origen y comportamiento [42].

Una de las civilizaciones más influyentes en la historia temprana de la ciencia fue la antigua Grecia, filósofos como Aristarco de Samos propusieron el primer modelo heliocéntrico del sistema solar, con el Sol en el centro. Aunque este modelo no ganó aceptación general para esta época, sentó las bases para futuros desarrollos en la astronomía. Además, pensadores griegos como Eudoxo y Apolonio desarrollaron modelos matemáticos para explicar el movimiento de los cuerpos celestes. Estos modelos matemáticos sentaron las bases para futuros avances en astronomía y matemáticas. En este contexto, se puede considerar que estas civilizaciones antiguas fueron pioneras en el desarrollo de modelos científicos que permitieron una mayor comprensión de los movimientos celestes y la geometría [43].

Uno de los modelos científicos más influyentes en la antigüedad fue el modelo geocéntrico propuesto por Claudio Ptolomeo, un astrónomo y matemático griego-egipcio del siglo II d.C. Según este modelo, la Tierra estaba en el centro del universo y los planetas y las estrellas se movían en órbitas alrededor de la Tierra. Aunque este modelo resultó ser incorrecto, influyó en la cosmología occidental durante más de un milenio. El modelo geocéntrico de Ptolomeo tenía como objetivo explicar el movimiento de los cuerpos celestes observados desde la Tierra, se basaba tanto en la observación como en la intuición en lugar de evidencia empírica sólida. A pesar de las limitaciones, este modelo fue aceptado durante siglos y tuvo un impacto significativo en la forma en que se percibía el universo [(44)].

Mientras que en la antigua Grecia se desarrollaban modelos astronómicos, Demócrito, un filósofo griego del siglo V a.C., propuso un modelo completamente diferente que sentó las bases de la teoría atómica. Donde se formuló la idea de que la materia estaba compuesta por partículas indivisibles llamadas átomos. Aunque el modelo carecía de evidencia experimental para esta época, la noción de átomos se convirtió en un concepto fundamental en la química y la física. Demócrito creía que los diferentes tipos de átomos tenían diferentes formas y tamaños, lo que influía en las propiedades de la materia. Esta idea allanó el camino para la teoría atómica moderna, que postula que la materia está compuesta por átomos que se combinan para formar moléculas y sustancias químicas [(45)].

La medicina antigua también tenía modelos iniciales propios, una de las teorías más influyentes en la medicina antigua fue la teoría de los humores, esta teoría, que se originó en la antigua Grecia. Se desarrolló aún más en la medicina romana, sostenía que la salud y la enfermedad estaban relacionadas con la proporción, el equilibrio de cuatro humores corporales: la sangre, la bilis amarilla, la bilis negra y la flema. Los médicos antiguos creían que el desequilibrio de estos humores podía causar enfermedades, y que restablecer el equilibrio era fundamental para la curación. Aunque esta teoría carecía de base científica sólida, influyó en la práctica médica durante siglos, ejemplifica cómo los modelos tempranos se utilizaban para comprender, además de abordar tanto la salud como la enfermedad [(46)].

Es importante señalar que, el concepto de modelo ha ganado un protagonismo creciente en la filosofía de la ciencia desde mediados del siglo XX hasta la actualidad. La filosofía de la ciencia, como campo disciplinario independiente, se originó en la década de 1930, tenía como principal objetivo aclarar la noción de teoría científica. Ejemplos notables de teorías científicas surgieron de las nuevas teorías físicas desarrolladas a partir de la segunda mitad del siglo XIX, incluyendo la electrodinámica de Maxwell, la termodinámica, la física estadística, teorías de la relatividad especial y general, así como la mecánica cuántica no relativista en las primeras tres décadas del siglo XX. La estructura de las teorías científicas y la relación con la experiencia fueron asuntos centrales para los filósofos de la ciencia clásicos, como Carnap, Reichenbach, Nagel, Hempel y Popper, entre otros, hasta aproximadamente la década de 1970 [(47)].

A partir de ese momento, las teorías científicas comenzaron a perder posición predominante como objeto de estudio epistemológico, los filósofos de la ciencia pasaron a enfocarse en el concepto de modelo en lugar del concepto de teoría. Lo que generó cuestionamientos sobre la relación entre teorías y modelos, lo que se convirtió en un problema central en la epistemología. A principios del siglo XXI, pensadores como Frederick Suppe, expresaron la idea de que los verdaderos portadores del conocimiento científico no son las teorías, sino los modelos. Por otro lado, Ulises Moulines clasificó la última fase del desarrollo de la filosofía de la ciencia del siglo XX como modelística, un período que se inició en torno a 1970 (46).

Los modelos científicos según lo documentado por Daniela Bailer, habrían sido objeto de debate tanto por parte de científicos como de filósofos desde mediados del siglo XIX, especialmente en el campo de la física. Mientras que, en la década de 1960, figuras como Max Black, Mary Hesse y Peter Achinstein decidieron escribir los primeros estudios filosóficos detallados sobre modelos en la ciencia. A pesar de que, se habían producido una serie de artículos sobre el tema en un momento anterior, de los cuales se habrían generado de manera aislada según Bailer. El cambio en el enfoque de los filósofos de la ciencia durante la década de 1970 se debió a dos razones principales (45).

En primer lugar, surgió la concepción semántica o modelo-teórica de las teorías científicas como una alternativa a la concepción clásica, que se había desarrollado desde la década de 1930 y aún estaba vigente. Según la concepción semántica, una teoría no se concibe como un conjunto de oraciones lógicamente cerradas, sino como una colección de modelos. Esto llevó a la idea de que los modelos son componentes intrínsecos de las propias teorías científicas, en contraposición a la creencia anterior de que eran ajenos a las teorías o, en el mejor de los casos, meros complementos ilustrativos o ejemplificadores. La segunda razón provino del creciente interés de los filósofos de la ciencia en el análisis de las prácticas científicas concretas, particularmente a partir de la década de 1980 (48).

El estudio de estas prácticas reveló a los filósofos, entre otras cosas, que la formulación de teorías es un fenómeno relativamente poco común y no ocupa una posición central en la actividad científica cotidiana. En cambio, en la ciencia normal, la creación y utilización de modelos resulta mucho más relevante, a menudo con un propósito puramente instrumental y predictivo. Si bien es innegable que el estudio de los modelos científicos juega un papel destacado en la agenda de investigación de los filósofos de la ciencia contemporáneos, esto no excluye la consideración de otros temas igualmente importantes. Durante las últimas décadas, se han abordado cuestiones relacionadas con la explicación científica, la confirmación de hipótesis y la experimentación, entre otros aspectos, que a menudo se han explorado de manera independiente del concepto de modelo [48].

Es claro que existen muchos problemas en la filosofía de la ciencia que no guardan relación con los modelos o la modelización. Además, no sería razonable afirmar que los modelos son el único medio de conocimiento científico, ya que las teorías también desempeñan un papel fundamental en este proceso. La modelización de fenómenos es una de las actividades más importantes en la ciencia actual, pero representa solo una de las numerosas facetas de la empresa científica, que abarca múltiples aspectos y funciones que difícilmente pueden ser unificados exclusivamente a través del concepto de modelo [48].

7 Elaboración de modelos matemáticos

Los modelos matemáticos son las piedras angulares de la ciencia, la ingeniería y numerosas disciplinas. Estas construcciones abstractas, aparentemente distantes de la vida cotidiana, desempeñan un papel esencial en la comprensión y predicción de fenómenos complejos. Detrás de cada pronóstico meteorológico, del diseño de productos innovadores, de la toma de decisiones en la economía o de la optimización de tratamientos médicos, se encuentran modelos matemáticos que, de alguna manera, representan y simplifican la realidad. Son el instrumento con el que los científicos e ingenieros observan y entienden el mundo que les rodea, ayudan a desentrañar los misterios de la naturaleza, a tomar decisiones informadas en situaciones complejas y a anticipar el comportamiento de sistemas diversos [49].

La utilidad de estos se extiende a una amplia variedad de campos, como las ciencias naturales, la física, la química y la biología, los modelos matemáticos se utilizan para comprender desde la dinámica de partículas subatómicas hasta la propagación de epidemias. Por otra parte, los modelos climáticos ayudan a predecir patrones climáticos, evaluar el cambio climático y tomar decisiones para mitigar los efectos. La economía se apoya en modelos para analizar tendencias, prever impactos de políticas y entender los mercados financieros. Desde la construcción de puentes hasta el diseño de circuitos electrónicos, los ingenieros utilizan modelos para garantizar la eficiencia y la seguridad de sus creaciones [50].

En medicina, ayudan a comprender la propagación de enfermedades, optimizar tratamientos lo que permite, diseñar prótesis personalizadas. La sociología, la psicología y la antropología emplean modelos para analizar el comportamiento humano, las dinámicas sociales y culturales. Los algoritmos y modelos matemáticos impulsan la inteligencia artificial, el aprendizaje automático, así como, la seguridad informática. La versatilidad de los modelos matemáticos los convierte en herramientas esenciales en la era moderna, permitiendo abordar una amplia gama de desafíos y cuestiones complejas. Pero ¿cómo se construyen estos modelos? ¿Cuál es el proceso que subyace al desarrollo?, para comprenderlo en profundidad, es necesario explorar los pasos involucrados en la elaboración [(51)].

La construcción de un modelo matemático implica un proceso metódico y riguroso que combina la lógica, la matemática y la intuición, por lo que es indispensable desarrollar los siguientes pasos:

7.1.1 Identificación del sistema o fenómeno a modelar

El punto de partida es definir claramente el sistema o fenómeno de interés. Esto implica determinar cuáles son las variables relevantes y los componentes clave del sistema. Es crucial delimitar el alcance del modelo y establecer sus objetivos. En esta etapa, se lleva a cabo una exploración detallada que abarca tanto aspectos cualitativos como cuantitativos. Antes de abordar cualquier proceso de modelamiento, es fundamental definir de manera precisa los objetivos que se buscan alcanzar con el modelo. Estos objetivos pueden variar ampliamente, desde comprender el comportamiento de un sistema complejo hasta prever su evolución en diferentes escenarios. La claridad en la definición de los objetivos es esencial, ya que guiará el enfoque y alcance del modelo [(52)].

En la identificación del sistema, se debe determinar las variables más relevantes que influencian el comportamiento del fenómeno o sistema en cuestión. Esto implica identificar tanto las variables de entrada: independientes como las de salida: dependientes que serán parte integral del modelo. La selección de variables requiere una comprensión profunda de la dinámica del sistema, así como del problema que se pretende resolver. Un aspecto crítico en esta etapa es la delimitación del alcance del modelo, dado que es imposible capturar todos los detalles y variables de un sistema real en un modelo. Es necesario establecer límites, esto implica definir qué se incluirá en el modelo y qué será omitido, la delimitación del alcance es esencial para mantener la simplicidad y utilidad del modelo [(53)].

Toda modelización matemática se basa en suposiciones simplificadoras, estas suposiciones pueden incluir asunciones sobre la linealidad del sistema, la ausencia de ciertos efectos o la homogeneidad de las variables. Es esencial analizar, al igual que, documentar estas suposiciones, ya que tienen un impacto directo en la validez y aplicabilidad del modelo. Para identificar adecuadamente el sistema, es necesario recopilar datos e información relevante. Esto puede implicar la revisión de estudios previos, la realización de experimentos, la recopilación de datos observacionales o el acceso a bases de datos existentes. Tanto la calidad como la cantidad de los datos disponibles juegan un papel fundamental en la precisión del modelo [53].

Por otra parte, toda modelización conlleva cierto grado de incertidumbre, por lo que es importante durante esta fase, proceder a la identificación, además de la evaluación de las fuentes de incertidumbre que pueden afectar la precisión de las predicciones del modelo. Esto permite tener una comprensión clara de los límites y riesgos asociados con el modelo. En muchos casos, antes de crear un modelo desde cero, puede ser beneficioso buscar modelos existentes que sean aplicables al sistema en cuestión. Validar la adecuación de un modelo existente para este propósito y, de ser el caso, adaptarlo a las necesidades específicas puede ahorrar tiempo y recursos [54].

La identificación del sistema a modelar es un proceso colaborativo que involucra a expertos de diversas disciplinas. La combinación de conocimientos y enfoques interdisciplinarios puede enriquecer la comprensión del sistema y garantizar que se tengan en cuenta todos los aspectos relevantes. En síntesis, es relevante mencionar que la identificación del sistema o fenómeno a modelar es una etapa crítica en el modelamiento matemático. Requiere una definición clara de objetivos, una cuidadosa selección de variables, la delimitación del alcance, la consideración de suposiciones simplificadoras, la recopilación de datos, la evaluación de incertidumbre y, en muchos casos, la colaboración interdisciplinaria. Un enfoque sólido en esta fase sentará las bases para el desarrollo de un modelo matemático preciso y útil que aborde de manera efectiva los desafíos planteados por el sistema o fenómeno de interés [55].

7.1.2 Formulación de suposiciones

Dado que es imposible capturar todos los detalles de la realidad, los modelos matemáticos a menudo se basan en suposiciones que simplifican el sistema. Estas suposiciones deben ser fundamentadas y razonables, y ayudan a reducir la complejidad del modelo. Es un área en la que la experiencia y el juicio experto son cruciales, considerando que son representaciones simplificadas de la realidad, ya que es imposible tener en cuenta todos los detalles. Las suposiciones permiten esta simplificación al eliminar elementos considerados menos relevantes o que, de lo contrario, harían que el modelo fuera demasiado complejo para ser útil [56]. Estas simplificaciones pueden incluir la omisión de variables irrelevantes o la asunción de relaciones lineales en lugar de no lineales.

Las suposiciones no deben ser arbitrarias, sino fundamentadas en un conocimiento sólido del sistema o fenómeno que se está modelando. Es importante que las suposiciones se basen en evidencia empírica, teoría previa o resultados experimentales siempre que sea posible. Cuanto más fundamentadas sean las suposiciones, mayor será la validez y confiabilidad del modelo. Antes de incluir una suposición en el modelo, es crucial evaluar el impacto potencial en los resultados. Algunas suposiciones pueden introducir sesgos o inexactitudes significativas, mientras que otras pueden tener un impacto mínimo. Los expertos en modelamiento matemático deben sopesar cuidadosamente los beneficios de la simplificación con los posibles costos de precisión [57].

Otro aspecto fundamental es que las suposiciones deben estar claramente documentadas y comunicadas en todo el proceso de modelamiento. Esto es esencial para que otros investigadores o partes interesadas comprendan las limitaciones y restricciones del modelo. La transparencia en cuanto a las suposiciones también es fundamental para la validación, así como para la replicabilidad del modelo. Durante la etapa de validación, se debe evaluar si las suposiciones son razonables y si el modelo se ajusta a los datos observados. También es importante realizar análisis de sensibilidad para comprender cómo las suposiciones pueden afectar las predicciones del modelo. Esto permite evaluar los límites y la robustez del modelo [58].

Las suposiciones no son estáticas; pueden evolucionar a medida que se adquiere más conocimiento o se obtienen nuevos datos. Los modelos matemáticos deben ser sujetos a un proceso de refinamiento continuo a medida que se adquiere información adicional. Esto puede implicar la revisión y ajuste de suposiciones a lo largo del tiempo. Algunas suposiciones comunes en el modelamiento matemático incluyen la idealización de un sistema como un sistema de resortes y masas en la mecánica, la suposición de distribuciones de probabilidad en estadística y la asunción de homogeneidad en fenómenos difusos. Cada uno de estos ejemplos simplifica el sistema modelado para hacerlo más tratable desde una perspectiva matemática [59].

7.1.3 Desarrollo de ecuaciones matemáticas

Una vez que se han definido las variables y las suposiciones, se procede a desarrollar ecuaciones matemáticas que describan la relación entre estas variables. Estas ecuaciones pueden ser ecuaciones algebraicas, ecuaciones diferenciales, ecuaciones integrales u otras, dependiendo de la naturaleza del sistema. Lo que implica la traducción de las características esenciales del sistema o fenómeno que se está modelando en un conjunto de ecuaciones matemáticas que describan su comportamiento. La naturaleza del sistema a modelar influye en el tipo de ecuaciones matemáticas que se utilizarán. En el caso de sistemas estáticos o de equilibrio, las ecuaciones algebraicas suelen ser apropiadas [60].

En contraste, para sistemas dinámicos, las ecuaciones diferenciales son la elección común. Si se trata de sistemas con acumulación, como en la física de fluidos o la dinámica de poblaciones, las ecuaciones integrales pueden ser necesarias. Por otra parte, el desarrollo de ecuaciones matemáticas implica expresar relaciones causales entre las variables del sistema, esto significa identificar la forma en que las variables dependientes e independientes interactúan, así como esos procesos se describen matemáticamente. Estas relaciones pueden ser lineales o no lineales, dependiendo de la complejidad del sistema [61].

En muchas ecuaciones matemáticas, aparecen parámetros o coeficientes que caracterizan el sistema, estos parámetros pueden representar propiedades físicas, tasas de cambio o características específicas del sistema. El valor a menudo se obtiene a través de datos experimentales o calibración del modelo. En el caso de ecuaciones diferenciales o ecuaciones en derivadas parciales, es fundamental definir las condiciones iniciales y de frontera. Estas condiciones establecen el estado inicial del sistema, además de las restricciones en los límites del dominio espacial o temporal [62].

En la práctica, las ecuaciones matemáticas pueden ser muy complejas, la simplificación es un paso esencial para hacer que las ecuaciones sean manejables y comprensibles. Esto implica la reducción de términos, el uso de aproximaciones o la identificación de soluciones analíticas cuando sea posible. Las ecuaciones matemáticas desarrolladas deben ser consistentes con los principios fundamentales de la física, la química u otras disciplinas relevantes. Esto asegura que el modelo sea coherente con la teoría subyacente y que respete las leyes físicas. Con frecuencia, el desarrollo de ecuaciones matemáticas es un proceso iterativo [63].

Es posible que sea necesario revisar y ajustar las ecuaciones a medida que se adquiere un mayor entendimiento del sistema o se recopilan más datos experimentales, esto es especialmente cierto en sistemas complejos. Las ecuaciones matemáticas desarrolladas deben ser validadas, lo que implica comparar las predicciones del modelo con datos experimentales o evidencia observacional. La validación es fundamental para determinar si las ecuaciones son adecuadas para representar el sistema real [64].

Para sistemas complejos o ecuaciones que no tienen soluciones analíticas, es común utilizar técnicas de simulación numérica, esto implica la discretización del tiempo o el espacio y la resolución numérica de las ecuaciones utilizando algoritmos computacionales. Las ecuaciones matemáticas, junto con todas las suposiciones y parámetros, deben documentarse de manera completa y comunicarse claramente a otros investigadores, ingenieros o partes interesadas, esto garantiza la transparencia y la posibilidad de revisión por pares [65].

7.1.4 Parámetros y condiciones iniciales

Los modelos matemáticos frecuentemente dependen de parámetros, que son constantes que caracterizan el sistema. En este sentido, los parámetros son valores que caracterizan propiedades específicas del sistema en estudio. Pueden representar, constantes físicas, tasas de cambio, eficiencias, coeficientes de transferencia de calor, tasas de crecimiento, entre otros. La elección de los parámetros adecuados es fundamental para la precisión del modelo. En muchos casos, los valores de los parámetros se obtienen mediante calibración del modelo. Esto implica ajustar los parámetros para que las predicciones del modelo se ajusten a los datos experimentales o de observación [66].

La calibración es un proceso iterativo que requiere experiencia y conocimientos para lograr un buen ajuste. Algunos parámetros pueden estar sujetos a variabilidad en la realidad. Es importante realizar análisis de sensibilidad para comprender cómo las variaciones en los valores de los parámetros afectan las predicciones del modelo, lo que contribuye a evaluar la robustez del modelo. Cada parámetro debe estar claramente documentado, indicando el significado físico o conceptual. La documentación adecuada garantiza que otros investigadores puedan comprender y utilizar el modelo de manera efectiva. Los parámetros deben tener unidades y dimensiones físicas coherentes. Esto es esencial para garantizar la consistencia en las ecuaciones matemáticas, en las unidades de las variables del modelo [67].

Es importante definir las condiciones iniciales, que son los valores de las variables en el momento inicial del estudio. Esta, representan el estado del sistema en el momento inicial del estudio, son cruciales para modelos dinámicos, como ecuaciones diferenciales, ya que definen el punto de partida de la evolución del sistema en el tiempo. Si se considera, cambiar las condiciones iniciales puede tener un impacto significativo en las predicciones del modelo, por lo tanto, es esencial definir con precisión estas condiciones, basadas en datos reales o en información confiable. En algunos casos, el sistema puede tener condiciones transitorias que son diferentes de las condiciones iniciales. Estas condiciones pueden ser el resultado de eventos previos o cambios en el sistema [68].

Durante la validación del modelo, es esencial asegurarse de que los valores de los parámetros y las condiciones iniciales sean consistentes con los datos observados. Este es un paso crítico para garantizar que el modelo sea capaz de reproducir el comportamiento real del sistema. Realizar análisis de sensibilidad para evaluar cómo las variaciones en los parámetros y las condiciones iniciales afectan las predicciones del modelo. Este análisis proporciona información sobre la estabilidad y la robustez del modelo frente a la incertidumbre en estos valores (68).

7.1.5 Validación del modelo

Implica comparar los resultados con datos experimentales o evidencia observacional. Si el modelo no concuerda con los datos, es necesario ajustar las suposiciones o las ecuaciones. Este es un componente crítico en el proceso de modelamiento matemático, ya que determina si el modelo es una representación precisa del sistema o fenómeno en estudio. Lo que implica comparar sistemáticamente las predicciones del modelo con datos experimentales o evidencia observacional, permitiendo determinar la medida de concordancia del modelo con la realidad. Si las predicciones del modelo se ajustan de manera cercana a los datos observados, es un indicio de que el modelo es válido (69).

En la validación, se plantea una hipótesis nula que establece que no hay diferencia significativa entre las predicciones del modelo y los datos observados. La hipótesis alternativa indica que existe una diferencia significativa, las pruebas estadísticas se utilizan para determinar si se debe rechazar la hipótesis nula, lo que implica que el modelo no es válido. Si el modelo no concuerda con los datos de validación, es necesario realizar ajustes, esto puede implicar modificar las suposiciones subyacentes, ajustar parámetros o revisar las ecuaciones matemáticas. El proceso de ajuste y mejora del modelo es iterativo y puede requerir un profundo conocimiento del sistema en estudio (70).

Dentro de la validación del modelo puede incluir análisis de sensibilidad para evaluar la afectación de las pequeñas variaciones en las suposiciones, parámetros o condiciones iniciales sobre las predicciones. Este análisis ayuda a identificar las fuentes de incertidumbre, además de evaluar la robustez del modelo. En algunos casos, se utiliza la validación cruzada, que implica dividir los datos en conjuntos de entrenamiento y prueba. El modelo se ajusta a los datos de entrenamiento y se valida utilizando los datos de prueba. Esto proporciona una evaluación más rigurosa del rendimiento del modelo en datos no utilizados previamente (71).

La validación del modelo puede basarse en criterios específicos, como el coeficiente de determinación (R^2), el error medio cuadrado (MSE) o el error absoluto medio (MAE).

Estos criterios cuantifican la bondad del ajuste entre las predicciones del modelo y los datos observados. La validación no solo se trata de verificar si el modelo coincide con los datos utilizados en la validación. También implica evaluar la capacidad del modelo para generalizar y realizar predicciones precisas en nuevos escenarios o para diferentes condiciones. Los resultados de la validación, incluidos los ajustes realizados y los criterios utilizados, deben documentarse de manera completa y comunicarse de manera transparente. Esto es esencial para que otros investigadores o partes interesadas comprendan las limitaciones y la confiabilidad del modelo (72).

En algunos casos, la validación externa por parte de expertos independientes puede proporcionar una evaluación objetiva adicional de la validez del modelo, esto es especialmente relevante en aplicaciones críticas o en escenarios regulatorios. La validación no es un proceso único, debe ser un proceso continuo a medida que se obtienen más datos o se adquiere un mayor entendimiento del sistema. Los modelos matemáticos pueden requerir ajustes y refinamientos a lo largo del tiempo, por lo que es un proceso que requiere rigor, atención a los detalles y una comprensión profunda tanto del modelo como del sistema en estudio (73).

7.1.6 Aplicación y predicción

Son las fases finales del proceso de modelamiento matemático y representan el momento en el que el modelo se convierte en una herramienta valiosa para la toma de decisiones y la comprensión de sistemas complejos. Una vez validado, el modelo se utiliza para realizar predicciones o analizar diferentes escenarios. Esto es útil en una amplia gama de campos, desde la predicción del clima hasta la optimización de procesos industriales. Ya que, una vez que se ha validado el modelo, se pueden realizar predicciones sobre el comportamiento futuro del sistema. Esto puede implicar la simulación de escenarios hipotéticos, la proyección de tendencias o la evaluación de resultados bajo diferentes condiciones (65).

En aplicaciones en tiempo real, como el control de procesos industriales, los modelos matemáticos pueden utilizarse para ajustar y controlar sistemas en tiempo real. Esto es fundamental para mantener la estabilidad y la eficiencia operativa. Proporcionando información valiosa sobre el comportamiento futuro del sistema, lo que es particularmente relevante en campos como la predicción del clima, donde los modelos meteorológicos son fundamentales para prever patrones climáticos y eventos extremos. Durante la fase de aplicación, se realizan análisis de sensibilidad para comprender cómo pequeñas variaciones en las variables de entrada afectan las predicciones del modelo. Esto es útil para evaluar la robustez del modelo y la influencia de factores clave (54).

Dentro de lo mencionado, es importante resaltar que los modelos matemáticos no son estáticos, pues, a medida que se obtienen nuevos datos y se adquiere un mayor conocimiento del sistema, es necesario actualizar y refinar el modelo. La actualización continua garantiza que el modelo siga siendo relevante y preciso con el tiempo. Por otra parte, las predicciones y resultados generados por el modelo deben comunicarse de manera efectiva a las partes interesadas. Esto implica la presentación de resultados de manera comprensible y la explicación de las limitaciones del modelo. En algunos casos, las predicciones del modelo deben validarse nuevamente mediante la comparación con datos reales a medida que se producen. Esto proporciona una retroalimentación continua sobre la precisión del modelo [(63)].

7.1.7 Evaluación de Impacto

Es importante evaluar el impacto de las decisiones basadas en las predicciones del modelo, considerando si ¿Se lograron los resultados esperados?, además ¿Hubo algún impacto inesperado? Esta evaluación contribuye al aprendizaje continuo y la mejora de los modelos. Tomando en cuenta que los modelos matemáticos son herramientas en constante evolución, en la medida que se recopilan más datos o se obtiene una comprensión más profunda del sistema, es posible refinar y mejorar el modelo, lo que a la vez genera predicciones más precisas [(74)].

8 Referencias bibliográficas

1. Isa FG. Propuestas de modelos matemáticos originales en dos conjeturas de primos, teoría de juegos y probabilidades para economía, seguridad ciudadana, biología, educación, salud y otros. Cien Lat Rev Cient Multidisco. 2023;7(3):3924-39.
2. Báquiro SA. Modelos matemáticos, objetividad y libre elección. Rev Cient Hum Soc Univ Cient Sur. 2023;15(2): e0023.
3. Pérez MJ. Sistema de vigilancia epidemiológico distribuido. Divulg Perfil Acad Posgrado. 2022;6(17):36-50.
4. Henry M. Notion de modéle et modélisation en l'enseignement. En: *Enseigner les probabilités au lycée.* Reims: Commission Inter-IREM; 1997.p.77-84.
5. González A. Revisión teórica de los modelos de orientación educativa. RECIE. 2018;2(2):43-60.
6. Manzano AP. Introducción a los modelos de ecuaciones estructurales. RIEM. 2018;7(25):67-72.
7. Zumba JP, León CA. Evolución de las Metodologías y Modelos utilizados en el Desarrollo de Software. INNOVA. 2018;3(10):20-33.
8. Giordano FR, Fox WP, Horton SB. A first Course in Mathematical Modelling. Tercera Edición. 1997.
9. Biembengut M, Hein N. Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Edu Mate. 2004;16(2):105-25.
10. Villa JA, Bustamante CA, Berrio M. Sentido de realidad en la modelación matemática. En: *Acta latinoamericana de matemática educativa ALME*. México: Comité latinoamericano de matemática educativa – colegio mexicano de matemática educativa; 2010. p.1087-1096.
11. Bueno AF. La inteligencia emocional: exposición teórica de los modelos fundantes. Rev Seres y Saberes. 2019;6:57-62.
12. Pizarro K, Cueva MR, Martínez O. Optimización de recursos económicos para compras de medicamentos e insumos médicos, aplicando modelos matemáticos determinísticos y estocásticos. JSR. 2022;7(1):80-99.
13. Pérez R. Introducción a los modelos de optimización. 1ra ed. Bogotá: UPC; 2019.
14. Cabrera JJ, Timbe LM, Crespo PJ. Evaluation of the HEC-HMS model for the hydrological simulation of a paramo basin. DYNA. 2019;86(210):338-344.
15. Flores I, Garrote L, Álvarado W. Generación de hidrogramas de crecida mediante simulación estocástica multivariada de lluvia y modelación hidrológica

distribuida: aplicación a seguridad de presas [tesis doctoral]. España: Universidad Politécnica de Madrid; 2018.

16. González G. Estudio del comportamiento de la albañilería confinada en el análisis estático y dinámico para la ciudad de Potosí, Bolivia. Revistaingenieria. 2018;2(3):77-84.
17. González J, Pessoa de Oliveira AK. Análisis de solvencia en empresas no financieras: modelo estático versus modelo dinámico. ICE Rev Econ. 2018;(905):137-152.
18. Iñiguez T, Marcaletti F. Modelos lineales multinivel en SPSS y su aplicación en investigación educativa. REIRE. 2018;11(1):26-40.
19. Sánchez P, Daponte A. Modelos predictivos de la epidemia de COVID-19 en España con curvas de Gompertz. Gac Sanit. 2021;35(6):585-589.
20. Leal AL, Aranguiz MA, Gallegos J. Análisis de riesgo crediticio, propuesta del modelo credit scoring. Rev.fac.cienc.econ. 2018; 26(1):181-207.
21. Arellano A, Peña D. Modelos de regresión lineal para predecir el consumo de agua potable. Novasinergia. 2020;3(1): 27-36.
22. Agustin F, Carlos J. Determinación de parámetros mecánicos para modelos no lineales de mampostería de relleno en pórticos de hormigón armado obtenidos de manera experimental [tesis de maestría]. Ecuador: Escuela Politécnica Nacional; 2018.
23. Heredia D, Ceballos YF, Sanchez G. Modelo de simulación de eventos discretos para el análisis y mejora del proceso de atención al cliente. Rev Investigación e Innovación en Ingenierías. 2020;8(2):44-61.
24. Bellido, Y., La Rosa, A., Torres, C., Quispe, G., & Raymundo, C. Modelo de optimización de desperdicios basado en Lean Manufacturing para incrementar la productividad en Micro y Pequeñas Empresas del Rubro Textil. En: *CICIC 2018 - Octava Conferencia Iberoamericana de Complejidad, Informática y Cibernética, Memorias*. International Institute of Informatics and Systemics, IIIS; 2018. p. 148-153.
25. Álvarez N, Pico P, Holgado JA. Detección de noticias falsas en redes sociales basada en aprendizaje automático y profundo: Una breve revisión sistemática. RISTI. 2021; E41:632-645.
26. Cavalleri F, Irisarri M, Bittar G, Cuello G, Pérez M, Aleman A. Modelos epidemiológicos en la pandemia por SARS-CoV-2: concepto, aplicaciones y alcance. Rev. Urug. Med. Int. 2020;5(2):4-8.

27. Dominguez R, Aran K. Desarrollo de un algoritmo para la predicción de lesiones músculo-esqueléticas a las que se exponen odontólogos por movimientos repetitivos y posturas fijas. RG. 2018:1-9.
28. Ballin JL, Tierra DA. Modelo computacional de ayuda a la toma de decisiones odontológicas ante la presencia de caries en la cavidad bucal [tesis]. Guayaquil: Universidad de Guayaquil; 2018.
29. Asencio DJ. Desarrollo y explotación de información de una base de datos de patologías presentes en la cavidad bucal con énfasis en caries y gingivitis a través de herramientas orientadas a minería de datos para la Facultad Piloto de Odontología de la Universidad de Guayaquil [tesis]. Guayaquil: Universidad de Guayaquil; 2020.
30. Lozada FR, Salame VA, López RG. Método para el análisis y evaluación de las fallas más comunes en la adaptación de prótesis total inferior en adultos mayores mediante Lógica Fuzzy Compensatoria. Rev NCML. 2024;25:55-66.
31. Salazar XG, Mesa MF. La fotogrametría como alternativa para la obtención de modelos 3d en odontología [tesis]. Riobamba: Universidad Nocional de Chimborazo; 2023.
32. Moreno G, Blanco A, Moscoso N. Análisis y rediseño de una red de centros de atención primaria de la salud. AJEA. 2022;6(15): ISSN 2683-8818.
33. Gavilanes CG. Modelo Prospectivo para Determinar la Ocupación de Camas en el Hospital IESS Puyo [tesis magíster]. Ambato: Universidad Técnica de Ambato; 2023.
34. Wilches JH, Castillo MC, Saraví FD. Radiografías periapicales y panorámicas como herramientas para la predicción temprana de osteoporosis. Rev Cubana Estomatol. 2022;59(2): 1-22.
35. Haro MJ. Ubicación del conducto mandibular en Tomografías Cone Beam en el servicio de odontología-cirugía bucal y maxilofacial del Hospital Nacional Guillermo Almenara Irigoyen 2017 [tesis pregrado]. Lima (Perú): Universidad Alas Peruanas; 2018.
36. Valverde HR, Parrales CE. Predictores radiográficos de caninos retenidos maxilares. Odontol Pediatr. 2018;17(1):52–60.
37. Fleiderman BE. Predicción de la demanda de las solicitudes de interconsultas de especialidades médicas y odontológicas del SSMSO [tesis pregrado]. Santiago de Chile: Universidad de Chile; 2023.
38. Bravo AJ, Vera MÁ, Huérfano YK. Modelos matemáticos estimadores de la infección por COVID-19: consideraciones esenciales y proyecciones en Colombia. Rev Salud Pública. 2020;22(3):1-7.

39. Diaz JE. Predicción del COVID-19 a nivel mundial para el año 2021. Rev Repert Med Cir. 2020;29(1):131-137.
40. Cruz NI, Briones A, Bezares VR, Toledo MD, León JM. Los factores de riesgo cardiovascular en población indígena y mestiza en Chiapas. RESPYN. 2021;20(4):31–46.
41. Garcia AF, Gironza C, Blanco I. Predicción de caries en función del riesgo, aplicando el programa informático CARIOGRAM® para obtener un diagrama que asemeja la etiología de caries en jóvenes de la Sub-17 A-B del Deportivo Pereira, durante el 2021 y 2022. Areandina. 2022:1-11.
42. Díaz CA, Garay FR, Acosta JD, Adúriz A. Los modelos y la modelización científica y sus aportes a la enseñanza de la periodicidad química en la formación inicial del profesorado. Didacticae. 2019;(5):7-25.
43. Acevedo JA, García A, Aragón MM, Oliva JM. Modelos científicos: significado y papel en la práctica científica. Rev Cient. 2017;30(3);155-166.
44. Blanco P, Díaz JM. Evolución en el uso de modelos a través de la argumentación en una actividad de geología. Rev investig exp didáct. 2017:4265-4271.
45. Lodeyro P. Modelos científicos: aproximaciones desde una simulación computacional. RDU. 2009;15:313-319.
46. Ladyman JAC, French S. Reinflating the Semantic Approach. Int Stud Philos Sci. 1999;13(19):99-117.
47. Mäki U. Models are experiments, experiments are models. Jour Econ Methodol. 2005;12(2):303–15.
48. Da Costa C, Newton CA. French S. Theories and Models. En: *Science and Partial Truth: A Unitary Approach to Models and Scientific Reasoning*. New York: Oxford University Press; 2003. p.21-39.
49. Toalongo X, Salgado M, Trelles C, Alsina Á. Creando los primeros modelos matemáticos: análisis de un ciclo de modelización a partir de un problema real en Educación Infantil. CADMO. 2021:81-98.
50. Rodríguez O, Florido R, Varela M. Aplicaciones de la modelación matemática y la simulación de cultivos agrícolas en Cuba. Cultrop. 2018;39(1):121-126.
51. Vivas M. Las matemáticas, algunas aplicaciones y su importancia. ESPOL-FCNM. 2018;16(1):67-77.
52. Fernández Ó, Angulo M. El proceso de modelación en clase de Matemática. Scientia et Technica. 2019;24(1):97-103.
53. Acebo CJ, Rodríguez R. Diseño y validación de rúbrica para la evaluación de modelación matemática en alumnos de secundaria. Rev Cient. 2021;40(1):13-29.

54. Lluveras E, Martínez J, Ortega L, Fundora J. (2018). Aplicación de software estadísticos y modelos matemáticos para la evaluación de la velocidad de corrosión en el acero. Rev UDCA. 2018;21(1):179-186.
55. Espejo N, Morales NV. A methodology for automatic ramp design in open pit mines. JMER. 2019;1(2):87-93.
56. Tobón S, Valdez E. Diseño de situaciones de aprendizaje para la resolución de problemas con base en las matemáticas desde la socioformación. Rev Estados. 2018;39(45):1-24.
57. Hernández RV. Procesos de modelación matemática y modelación estadística en tiempos contemporáneos: similitudes y diferencias. Rev Boletín Redipe. 2021;10(7); 334-356.
58. Gil RM, Revilla ER. El lenguaje científico en la formulación de modelos teóricos. Rev Dikaiosyne. 2018;(33):161-192.
59. Sánchez E. La modelización matemática en la economía actual [tesis]. España: Universidad de Jaén; 2020.
60. Álvarez D, Díaz IM, Flores T, Peña M, Montero O. Modelos matemáticos aplicados a la Epidemiología. Multimed. 2021;25(1): e1406.
61. Erazo IE, Escobar DA, Bravo MJ, Villa JA. La modelación matemática: un aporte al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden en ingeniera. Rev Sigma. 2018;14(1):31-48.
62. Marín LE. Desarrollo y validación de un modelo matemático en un sistema de producción de tomate de dos plantas por contenedor a dos racimos bajo cubierta plástica [tesis doctoral]. Cuernavaca: CIICAp; 2019.
63. Cliffor J, Herrera C. Metodologías para el aprendizaje por competencias de Ecuaciones Diferenciales aplicadas en Física al utilizar tecnología en la carrera Física Matemática. Rev Torreón Universitario. 2022;11(32): ISSN 2313-7215.
64. Ruiz L, Rivero S. Impacto de la matemática en el contexto de las ciencias con software matemático en ecuaciones diferenciales. Rev Científica. 2019;23(1):13-21.
65. Mora J, Holguín V. Aplicación de modelos matemáticos no lineales para la estimación de biomasa forrajera de Tithonia diversifolia (Hemsl.) A. Gray. Rev UDCA. 2018;21(1):43-50.
66. Villacís ME. Modelo matemático para el análisis del comportamiento térmico en el proceso de soldadura de un acero estructural mediante un software con base en el método de elementos finitos [tesis de magister]. Riobamba: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo; 2022.

67. Díaz A, Calle G, Iglesias C. Validación experimental de un modelo matemático para la determinación de la fuerza y potencia requerida en la compresión de tallos de caña panelera. En: *1st Iberic Conference on Theoretical and Experimental Mechanics and Materials and 11th National Congress on Experimental Mechanics*. Portugal: FEUP-INEGI; 2018. p.97-108.
68. Aguirre E, Garcia J, Morales H, di Sciascio F, Amicarelli AN. Metodología para el modelado y la estimación de parámetros del proceso de crecimiento de Lobesia botrana. RIAI. 2022;20(1):68–79.
69. Villa JA, Sánchez J, Parra MM. Modelación matemática en la perspectiva de la educación matemática. En: *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos*. Colombia: Ediciones Universidad Nacional de General Sarmiento; 2022. p.67–89.
70. Mejía CA. Validación de un modelo matemático para predicción de la fermentación y secado del grano de cacao. RIAA. 2018;9(1):59-69.
71. Ramos LA, Orozco I. Modelado de la producción de sedimentos en una cuenca con poca información incluyendo los potenciales efectos del cambio climático y el cambio de uso de suelo. Acta universitaria. 2020;30(1): e2901.
72. Palma PR. Análisis crítico del coeficiente de determinación (R2), como indicador de la calidad de modelos lineales y no lineales. ESPOL-FCNM. 2022;20(2):1-12.
73. Calpa JE. Validación de un modelo de logística inversa para la recuperación de los RAEE de la ciudad de Cali, basado en el Pensamiento Sistémico usando una simulación con Dinámica de Sistemas. Tecnol. 2020;23(48):55-81.
74. Méndez R. Formulación y evaluación de proyectos: enfoque para emprendedores. Rev Entorno. 2016;29(2):280-302.