



UNIVERSIDAD  
CATÓLICA  
DE CUENCA

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA**

*Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo*

**UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERÍA,  
INDUSTRIA Y CONSTRUCCIÓN.**

**CARRERA DE INGENIERÍA AMBIENTAL**

**EVALUACIÓN DEL SISTEMA DAF (FLOTACIÓN POR AIRE  
DISUELTO) PARA ELIMINACIÓN DE MATERIAL SUSPENDIDO  
EN AGUAS DE INDUSTRIAS LÁCTEAS.**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL  
TÍTULO DE INGENIERO AMBIENTAL**

**AUTOR: HENRY MARCELO BERMEJO BERMEJO.**

**DIRECTOR: ING. CARLOS MARCELO MATOVELLE BUSTOS  
MGS.**

**CUENCA - ECUADOR**

**2021**

**DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO**



**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA**

*Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo*

**UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERÍA,  
INDUSTRIA Y CONSTRUCCIÓN**

**CARRERA DE INGENIERÍA AMBIENTAL**

**EVALUACIÓN DEL SISTEMA DAF (FLOTACIÓN POR AIRE  
DISUELTO) PARA ELIMINACIÓN DE MATERIAL SUSPENDIDO  
EN AGUAS DE INDUSTRIAS LÁCTEAS.**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL  
TÍTULO DE INGENIERO AMBIENTAL**

**AUTOR: HENRY MARCELO BERMEJO BERMEJO.**

**DIRECTOR: ING. CARLOS MARCELO MATOVELLE BUSTOS,  
MGS.**

**CUENCA - ECUADOR**


**2021**

**DIOS, PATRIA, CULTURA Y DE SARROLLO**

## DECLARATORIA DE AUTORIA Y RESPONSABILIDAD

**Henry Marcelo Bermejo Bermejo** portador(a) de la cédula de ciudadanía N° **0302701461**. Declaro ser el autor de la obra: “**Evaluación del sistema DAF (flotación por aire disuelto) para eliminación de material suspendido de aguas de industrias lácteas**”, sobre la cual me hago responsable sobre las opiniones, versiones e ideas expresadas. Declaro que la misma ha sido elaborada respetando los derechos de propiedad intelectual de terceros y eximo a la Universidad Católica de Cuenca sobre cualquier reclamación que pudiera existir al respecto. Declaro finalmente que mi obra ha sido realizada cumpliendo con todos los requisitos legales, éticos y bioéticos de investigación, que la misma no incumple con la normativa nacional e internacional en el área específica de investigación, sobre la que también me responsabilizo y eximo a la Universidad Católica de Cuenca de toda reclamación al respecto.

Cuenca, **15 de diciembre de 2021**



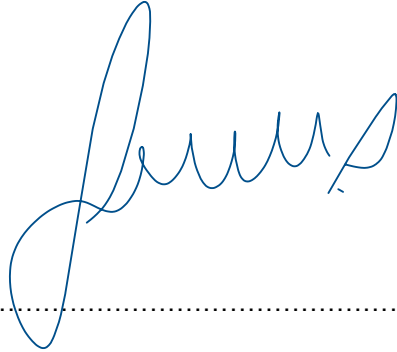
F: .....

Henry Marcelo Bermejo Bermejo

0302701461

## CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Henry Marcelo Bermejo Bermejo, bajo mi supervisión.



F: .....

Ing. Carlos Marcelo Matovelle Bustos, Mgs.

DIRECTOR

## DEDICATORIA

A mi querida madrecita Deysi Bermejo, por ser una mujer luchadora, por ser mi pilar fundamental para alcanzar mis sueños, por llenarme de optimismo y fe, por darme la oportunidad de estudiar en una Universidad, que a pesar de la distancia nunca se olvidó de mí y por siempre apoyarme en lo que llegue a necesitar.

A mi abuelita Tránsito Montero por su paciencia y su amor incondicional, por siempre preocuparse y cuidarme a pesar de ya no ser un niño, por inculcarme el valor de la educación y enseñarme valores únicos de respeto y consideración hacia los demás.

A mis bisabuelitos Martin Montero y Margarita Bermejo por ser mis héroes verdaderos, por haberme enseñado el valor de la humildad en todo el sentido de la palabra, por haberme cuidado en todo momento y por demostrarme el ejemplo de sencillez, unión y amor infinito.

A mis tíos Beatriz, Cecilia, y Angel Bermejo por sus consejos y sus buenos deseos hacia a mí, por aportar con su granito de arena para que yo pueda llegar a cumplir mis objetivos y por su gran afecto y estima.

## **AGRADECIMIENTOS**

A dios todopoderoso creador del cielo y de la tierra que siempre ha estado presente en mi corazón, en mi mejores y peores momentos, que me ha brindado salud y energía en todos los días de mi vida para poder cumplir con mis aspiraciones y sueños.

A toda mi familia, amigos, compañeros de aula y todas las personas que supieron brindarme un consejo para que yo pueda salir adelante.

A mi tutor del presente trabajo de investigación y a todos los docentes de la carrera de Ingeniería Ambiental de la Universidad Católica de Cuenca que me supieron guiar y orientar por el camino de la enseñanza y el aprendizaje.

## RESUMEN

Las aguas residuales provenientes de la industria láctea, al no contar con un tratamiento previo para eliminar la elevada carga contaminante de material suspendido, causan efectos perjudiciales e irreversibles a los ecosistemas. En este marco se evaluó el proceso de flotación por aire disuelto (DAF) mediante simulación de dinámica de fluidos computacionales (CFD) de un grupo de fábricas de la provincia del Cañar.

El parámetro de sólidos suspendidos totales (*SST*) se presenta como contaminante a diferentes porcentajes e interactúa con burbujas de aire produciéndose flotación, que permite recuperar agua contaminada. Para lo cual, se realizó pruebas por separado de simulación CFD con porcentajes iniciales de 75% y 65% de *SST* a temperaturas de 15°C, 22.7°C y 28°C y a velocidades de ingreso de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1 m/s y 1.5 m/s. La comparación partió al tener las condiciones iniciales de diseño y operación, con lo cual fue posible el dimensionamiento de cinco columnas DAF, que se diferencian por tener un diámetro del difusor de 1 mm, 2 mm, 4 mm, 7 mm y 10 mm respectivamente, esto se realizó con el fin de cotejar cambios en paralelo y evaluar distintos escenarios en cuanto a la eficiencia de remoción de *SST*.

El proceso de flotación por aire disuelto se pudo desarrollar mediante simulación CFD, gracias a las utilidades del *solver multiPhaseEulerFoam* que está disponible en el software de libre acceso *OpenFOAM*. Los resultados fueron óptimos al usar una velocidad de ingreso de aire de 1.5 m/s y temperatura de 28°C que se consideran los parámetros de operación más determinantes para alcanzar a la remoción de 74.73% y 87.70% de un porcentaje inicial de 75% y 65% de *SST*. Con esto, se demuestra que la eficiencia del sistema DAF está influenciado por los parámetros de diseño y operación.

*Palabras clave:* flotación por aire disuelto, dinámica de fluidos computacional, parámetros de operación, industria láctea

## ABSTRACT

The Wastewater from the dairy industry, not having a previous treatment to eliminate the high pollutant load of suspended material, causes damaging and irreversible effects on ecosystems. Within this framework, the dissolved air flotation (DAF) process was evaluated through computational fluid dynamics (CFD) simulation of a group of factories in the province of Cañar.

The parameter of total suspended solids (TSS) is presented as a pollutant at different percentages and interacts with air bubbles, producing flotation, which allows the recovery of contaminated water. For which, separate CFD simulation tests were carried out with initial percentages of 75% and 65% of *SST* at temperatures of 15 °C, 22.7 °C and 28 °C and at air entry speeds of 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1 m/s and 1.5 m/s. The comparison started with having the initial design and operation conditions, with which it was possible to design five DAF columns, which differ by having a diffuser diameter of 1 mm, 2 mm, 4 mm, 7 mm and 10 mm respectively. This was done in order to collate changes in parallel and evaluate different scenarios regarding the efficiency of TSS removal.

The dissolved air flotation process could be developed using CFD simulation, thanks to the utilities of the *multiPhaseEulerFoam solver* that is available in the open access software *OpenFOAM*. The results were optimal when using an air intake velocity of 1.5 m/s and a temperature of 28 °C, which are considered the most determining operating parameters to achieve a removal of up to 74.73% and 87.70% of an initial percentage of 75% and 65% of TSS. With this, it is shown that the efficiency of the DAF system is influenced by the design and operation parameters.

*Keywords:* dissolved air flotation, computational fluid dynamics, operating parameters, the dairy industry

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>CERTIFICACIÓN</b>	<b><i>i</i></b>
<b>DEDICATORIA</b>	<b><i>ii</i></b>
<b>AGRADECIMIENTOS</b>	<b><i>iii</i></b>
<b>RESUMEN</b>	<b><i>iv</i></b>
<b>ABSTRACT</b>	<b><i>v</i></b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b><i>ix</i></b>
<b>LISTA DE TABLAS</b>	<b><i>xii</i></b>
<b>LISTA DE ANEXOS</b>	<b><i>xiii</i></b>
<b>CAPÍTULO I</b>	<b>- 1 -</b>
<b>2. INTRODUCCIÓN</b>	<b>- 1 -</b>
<b>OBJETIVOS</b>	<b>- 4 -</b>
GENERAL	- 4 -
ESPECÍFICOS	- 4 -
<b>CAPÍTULO II</b>	<b>- 5 -</b>
<b>3. REVISIÓN DE LITERATURA.</b>	<b>- 5 -</b>
<b>3.1. La industria láctea en el Ecuador.</b>	<b>- 5 -</b>
<b>3.2. Proceso Lácteo.</b>	<b>- 5 -</b>
<b>3.3. Efluentes líquidos de industrias lácteas.</b>	<b>- 6 -</b>
3.3.1. Caracterización de efluentes lácteos.	- 7 -
3.3.2. Contaminantes presentes en efluentes lácteos.	- 7 -
a. Contaminantes físicos.	- 7 -
b. Contaminantes químicos.	- 8 -
<b>3.4. La flotación por aire disuelto (DAF) como sistema de tratamiento de aguas residuales</b>	<b>- 9 -</b>
3.4.1. La flotación.	- 9 -
3.4.2. Tipos de sistemas de Flotación.	- 9 -
3.4.3. Flotación por aire disuelto (DAF).	- 10 -
a. Descripción del proceso.	- 10 -
b. Elementos del sistema DAF.	- 11 -
c. Principio de la flotación por aire disuelto.	- 11 -
3.4.4. Parámetros generales de diseño del sistema DAF.	- 12 -
3.4.5. Parámetros operativos de los sistemas DAF	- 12 -
a. Relación aire-sólidos (A/S).	- 12 -
b. Solubilidad	- 13 -
c. Mecanismo de contacto.	- 14 -
d. Estimación de la presión de operación ( <b>P</b> ).	- 15 -
e. Turbidez y pH	- 16 -
f. Temperatura	- 16 -

2.4.6.	Parámetros de operación hidrodinámicos.	- 17 -
a.	Régimen de flujo	- 17 -
b.	Retención de gas.	- 19 -
c.	Caída de presión	- 20 -
d.	Tamaño de burbuja y su distribución	- 21 -
e.	Capacidad de carga	- 24 -
f.	Características de mezcla	- 24 -
<b>2.5.</b>	<b>Pruebas experimentales DAF en efluentes industriales.</b>	<b>- 25 -</b>
2.5.1.	Unidades de flotación por aire disuelto utilizado en laboratorios.	- 25 -
<b>2.6.</b>	<b>Simulación computacional de fluidos</b>	<b>- 30 -</b>
2.6.1.	Generalidades de la simulación por computadora	- 30 -
2.6.2.	Generalidades de Computational Fluid Dynamics (CFD),	- 30 -
a.	Antecedentes	- 30 -
b.	¿Qué es CFD?	- 31 -
c.	Etapas generales de la simulación numérica CFD	- 32 -
2.6.3.	Descripción teórica y matemática de la dinámica de fluidos.	- 33 -
a.	Descripción euleriana y lagrangiana de las leyes de la conservación.	- 35 -
b.	Ecuaciones de conservación	- 36 -
2.6.4.	CFD en el tratamiento de aguas residuales.	- 40 -
a.	Beneficios de los CFD	- 41 -
2.6.5.	Enfoque del modelado DAF	- 42 -
a.	Tipos de modelos de flotación	- 43 -
b.	Flujos multifásicos	- 43 -
<b>2.7.</b>	<b>Aplicación CFD en el modelamiento DAF</b>	<b>- 44 -</b>
2.7.1.	Tipos de modelos para validar la aplicación CFD en DAF	- 44 -
2.7.2.	Enfoque del modelado CFD en DAF	- 45 -
a.	Enfoque multifásico Euleriano-Euleriano (E-E)	- 46 -
b.	Enfoque multifásico Euleriano-Lagrangiano (E-L)	- 46 -
2.7.3.	El método de elementos finitos (FEM).	- 46 -
a.	Discretización del dominio	- 47 -
b.	Tipos de mallado	- 48 -
2.7.4.	El software <i>OpenFOAM</i>	- 49 -
a.	Capacidad para simular fluidos multifásicos	- 50 -
b.	Ejemplo de desarrollo del modelamiento en <i>OpenFOAM</i>	- 50 -
c.	Método de volúmenes finitos en <i>OpenFOAM</i>	- 50 -
d.	Métodos de resolución de modelos de turbulencia que posee <i>OpenFOAM</i>	- 52 -
e.	Convergencia, consistencia y estabilidad.	- 53 -
f.	Número de Courant	- 54 -
g.	Solucionador <i>multiPhaseEulerFoam</i>	- 54 -
h.	Algoritmo <i>PIMPLE</i>	- 55 -
<b>2.8.</b>	<b>Normativa Ambiental Vigente.</b>	<b>- 58 -</b>
<b>3.</b>	<b>METODOLOGÍA</b>	<b>- 60 -</b>
<b>3.1.</b>	<b>Caracterización de los parámetros fisicoquímicos de la calidad del agua residual de industrias lácteas.</b>	<b>- 60 -</b>
3.2.	Pre-proceamiento	- 63 -
3.2.1.	Geometría	- 63 -

3.2.2.	Diseño mecánico del sistema _____	- 66 -
3.2.3.	Mallado _____	- 67 -
<b>3.3.</b>	<b>Configuración del solucionador <i>multiPhaseEulerFoam</i></b> _____	<b>- 70 -</b>
3.3.1.	Condiciones de borde _____	- 71 -
3.3.2.	Configuración del directorio constant _____	- 73 -
3.3.3.	Configuración del directorio system _____	- 77 -
<b>CAPÍTULO IV</b> _____		<b>- 79 -</b>
<b>4.</b>	<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b> _____	<b>- 79 -</b>
4.1.	Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1 y 1.5m/s con temperatura de 15 °C, y con una concentración de SST de 65%. - 79 -	
4.2.	Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5m/s con temperatura de 22,7 °C y con una concentración de ST de 65%. - 81 -	
4.3.	Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5m/s con temperatura de 28 °C y con una concentración de ST de 65%. - 83 -	
4.4.	Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5m/s con temperatura de 15 °C y con una concentración de SST de 75%. - 85 -	
4.5.	Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5m/s con temperatura de 22,7 °C y con una concentración de SST de 75%. _____ - 87 -	
4.6.	Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5 m/s con temperatura de 28 °C y con una concentración de SST de 75%. - 89 -	
4.7.	Eficiencia de remoción del contaminante por el sistema propuesto. _____ - 94 -	
4.8.	Análisis estadístico. _____ - 98 -	
4.8.1.	Comparación entre los mejores resultados de eficiencia de remoción entre las concentraciones iniciales de 65% y 75% de SST. _____ - 102 -	
4.9.	Comparación del modelo CFD con un modelo determinista. _____ - 103 -	
4.10.	Aplicación de la eficiencia de remoción en parámetros físico – químicos. ____ - 105 -	
<b>CAPÍTULO V</b> _____		<b>- 106 -</b>
<b>3.</b>	<b>CONCLUSIONES</b> _____	<b>- 106 -</b>
<b>CAPÍTULO VI</b> _____		<b>- 109 -</b>
<b>4.</b>	<b>RECOMENDACIONES</b> _____	<b>- 109 -</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> _____		<b>- 110 -</b>
<b>ANEXOS</b> _____		<b>- 122 -</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Proceso esquemático de la producción de leche y los productos que se obtiene. _	- 6 -
<b>Figura 2.</b> Tipos de sistemas de Flotación. _____	- 10 -
<b>Figura 3.</b> Equipo DAF a escala piloto. _____	- 11 -
<b>Figura 4.</b> Variables generales de diseño de un sistema DAF. _____	- 12 -
<b>Figura 5.</b> Mecanismos de burbuja-partícula en DAF: a) colisión y adhesión de partículas-burbujas; b) formación de burbujas en la superficie de las partículas; c) microburbujas atrapadas en agregados; d) arrastre de burbujas con agregados. _____	- 15 -
<b>Figura 6.</b> Factores que inciden en el régimen de flujo de una columna de flotación. _____	- 17 -
<b>Figura 7.</b> Esquema de régimen de flujo en distintos tamaños de burbuja y velocidad superficial de gas. _____	- 19 -
<b>Figura 8.</b> Número de burbujas por cada partícula suspendida para tamaños de burbuja de 40 y 60 $\mu\text{m}$ respectivamente, basado en una relación de aire/sólidos de 1 y un factor de empaquetamiento de 1. _____	- 22 -
<b>Figura 9.</b> Aproximación de una burbuja que va en dirección ascendente y una partícula en dirección descendente que indica la influencia de fuerzas hidrodinámicas y fuerzas entre partículas. _____	- 23 -
<b>Figura 10.</b> Relación entre la teoría pura, experimento puro y CFD. _____	- 31 -
<b>Figura 11.</b> Etapas generales de la modelación numérica CFD. _____	- 33 -
<b>Figura 12.</b> La clasificación de la materia según la mecánica de fluidos. _____	- 34 -
<b>Figura 13.</b> Diferencia entre fluidos. _____	- 34 -
<b>Figura 14.</b> a) Enfoque Lagrangiano vs b) Enfoque euleriano en el campo de flujo. _____	- 35 -
<b>Figura 15.</b> Volumen de fluido de un material en movimiento. _____	- 37 -
<b>Figura 16.</b> Inversión de recurso/riesgo vs tiempo en adopción de las simulaciones CFD. _	- 42 -
<b>Figura 17.</b> Clasificación general de modelos de flotación. _____	- 43 -
<b>Figura 18.</b> Tipos de modelos para validar la aplicación CFD en el proceso DAF. _____	- 44 -
<b>Figura 19.</b> Diseño conceptual para la fabricación de equipos sofisticados. _____	- 47 -
<b>Figura 20.</b> Malla típica de volúmenes finitos. Límites, volúmenes, nodos y caras. _____	- 48 -
<b>Figura 21.</b> Elección de cuadrículas para el mallado. <b>a)</b> Estructura de cuadrícula cuadrilátera; <b>b)</b> Cuadrícula triangular estructurada <b>c)</b> Cuadrícula triangular no estructurada. _____	- 49 -
<b>Figura 22.</b> Ejemplo para adoptar ecuaciones diferenciales en el entorno de <i>OpenFOAM</i> . _	- 50 -
<b>Figura 23.</b> Las formas de realizar el mallado de forma interna y externa en <i>OpenFOAM</i> . _	- 51 -
<b>Figura 24.</b> Diferentes métodos de resolución existentes en la paquetería de <i>OpenFOAM</i> para flujos turbulentos. _____	- 52 -
<b>Figura 25.</b> Comparación de simulaciones RANS, DNS y LES de un flujo turbulento constante. -	53 -
<b>Figura 26.</b> Estructura del solver multiPhaseEulerFoam. _____	- 56 -
<b>Figura 27.</b> Diagrama de flujo del algoritmo PIMPLE. _____	- 57 -
<b>Figura 28.</b> Etapas de la simulación numérica a desarrollar en la metodología. _____	- 63 -
<b>Figura 29.</b> a) Retención de gas promediada en una columna de flotación en función de diferentes presiones y velocidades de gas. b) Porcentaje de retención de gas promedio en función de diferentes presiones y velocidades de gas. _____	- 64 -
<b>Figura 30.</b> Geometría del sistema DAF para diferentes casos de estudio con diferentes diámetros de difusores. _____	- 66 -
<b>Figura 31.</b> Diseño mecánico del reactor o columna de flotación. _____	- 67 -
<b>Figura 32.</b> Mallado del reactor DAF. _____	- 68 -
<b>Figura 33.</b> Comprobación de la calidad de la malla en <i>openFOAM</i> . _____	- 70 -
<b>Figura 34.</b> Fracciones de fluidos dentro del tanque de flotación. _____	- 72 -
<b>Figura 35.</b> a) Tamaño promedio de burbuja de aire ( $d_b$ ) con respecto a la presión de suministro. b) Porcentaje de remoción ( $\eta\%$ ) respecto a la presión de operación. _____	- 73 -

<b>Figura 36.</b> El efecto del tamaño de las partículas y las burbujas en la eliminación de partículas.	74 -
<b>Figura 37.</b> Fracción volumétrica de agua a $T$ de $15^{\circ}\text{C}$ y con: a) con $Ug = 0.1$ m/s; b) $Ug = 0.5$ m/s; c) $Ug = 1$ m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 79 -
<b>Figura 38.</b> Fracción volumétrica de SST a $T$ de $15^{\circ}\text{C}$ y con: a) $Ug = 0.1$ m/s; b) $Ug = 0.5$ m/s; c) $Ug = 1$ m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 80 -
<b>Figura 39.</b> Fracción volumétrica de aire a $T$ de $15^{\circ}\text{C}$ y con: a) $Ug = 0.1$ m/s; b) $Ug = 0.5$ m/s; c) $Ug = 1$ m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 80 -
<b>Figura 40.</b> Fracción volumétrica de agua a $T$ de $22,7^{\circ}\text{C}$ y con: a) $Ug = 0.1$ m/s; b) $Ug = 0.5$ m/s; c) $Ug = 1$ m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 81 -
<b>Figura 41.</b> Fracción volumétrica de SST a $T$ de $22,7^{\circ}\text{C}$ y con: a) $Ug = 0.1$ m/s; b) $Ug = 0.5$ m/s; c) $Ug = 1$ m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 82 -
<b>Figura 42.</b> Fracción volumétrica de aire a $T$ de $22,7^{\circ}\text{C}$ y con: a) $Ug = 0.1$ m/s; b) $Ug = 0.5$ m/s; c) $Ug = 1$ m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 82 -
<b>Figura 43.</b> Fracción volumétrica de agua a $T$ de $28^{\circ}\text{C}$ y con: a) $Ug = 0.1$ m/s; b) $Ug = 0.5$ m/s; c) $Ug = 1$ m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 83 -
<b>Figura 44.</b> Fracción volumétrica de SST a $T$ de $28^{\circ}\text{C}$ y con: a) $Ug = 0.1$ m/s; b) $Ug = 0.5$ m/s; c) $Ug = 1$ m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 84 -
<b>Figura 45.</b> Fracción volumétrica de aire a $T$ de $28^{\circ}\text{C}$ y con: a) $Ug = 0.1$ m/s; b) $Ug = 0.5$ m/s; c) $Ug = 1$ m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 84 -
<b>Figura 46.</b> Fracción volumétrica de agua a $T$ de $15^{\circ}\text{C}$ y con $Ug$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.	_____ - 85 -
<b>Figura 47.</b> Fracción volumétrica de SST a $T$ de $15^{\circ}\text{C}$ y con $Ug$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) $Ug = 1.5$ m/s.	_____ - 86 -
<b>Figura 48.</b> Fracción volumétrica de aire a $T$ de $15^{\circ}\text{C}$ y con $Ug$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.	_____ - 86 -
<b>Figura 49.</b> Fracción volumétrica de agua a $T$ de $22.7^{\circ}\text{C}$ y con $Ug$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.	_____ - 87 -
<b>Figura 50.</b> Fracción volumétrica de SST a $T$ de $22.7^{\circ}\text{C}$ y con $Ug$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.	_____ - 88 -
<b>Figura 51.</b> Fracción volumétrica de aire a $T$ de $22.7^{\circ}\text{C}$ y con $Ug$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.	_____ - 88 -
<b>Figura 52.</b> Fracción volumétrica de agua a $T$ de $28^{\circ}\text{C}$ y con $Ug$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.	_____ - 89 -
<b>Figura 53.</b> Fracción volumétrica de SST a $T$ de $28^{\circ}\text{C}$ y con $Ug$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.	_____ - 90 -
<b>Figura 54.</b> Fracción volumétrica de aire a $T$ de $28^{\circ}\text{C}$ y con $Ug$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.	_____ - 90 -
<b>Figura 55.</b> Flujo de gas-liquido en una pequeña columna de burbujas a diferentes valores de $Ug$ . a) de 0.0024 b) 0.0213 m/s.	_____ - 91 -
<b>Figura 56.</b> Campo de las velocidades de gas promedio en la altura de las columnas de flotación a diferentes temperaturas. a) De la presente investigación. b) De 3 punto específicos desde el punto de partida del ingreso de aire que hace referencia a la investigación de (Elena et al., 2008).	_____ - 92 -
<b>Figura 57.</b> Eficiencia de remoción de SST en función del tiempo para concentraciones iniciales de: a) 65% de SST y b) 75% de SST, a diferentes temperaturas y velocidades de ingreso de gas.	_____ - 95 -
<b>Figura 58.</b> Barras de error del promedio de la eficiencia de SST con diferentes condiciones de operación.	_____ - 96 -
<b>Figura 59.</b> Parámetros de operación eficientes de la columna DAF para determinar la eficiencia de remoción de SST con: a) Porcentaje inicial de 75%; b) Porcentaje inicial de 65%.	_____ - 97 -

- Figura 60.** Gráfica de interacción: a) entre temperaturas, y b) entre velocidades para concentraciones de 65%; c) entre temperaturas, y d) entre velocidades para concentraciones de 75%. \_\_\_\_\_ - 101 -
- Figura 61.** Diagrama de cajas de comparación de la eficiencia de rendimiento de remoción con respecto al porcentaje inicial entre 75% y 65% de SST. \_\_\_\_\_ - 103 -
- Figura 62.** Contraste entre el modelo CFD y un modelo determinista planteado para evaluar un sistema DAF en industrias lácteas. \_\_\_\_\_ - 104 -

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Clasificación de efluentes lácteos en diferentes procesos. _____	- 7 -
<b>Tabla 2.</b> Variabilidad de la solubilidad de agua en aire en diferentes temperaturas _____	- 14 -
<b>Tabla 3.</b> Valores de los coeficientes presentes en las ecuaciones 6-9. _____	- 16 -
<b>Tabla 4.</b> Correlaciones para la retención de gas según diferentes autores. _____	- 20 -
<b>Tabla 5.</b> Sistema DAF empleado para pruebas de laboratorio en diferentes efluentes industriales. _____	- 26 -
<b>Tabla 6.</b> Régimen de flujo y enfoques de modelado CFD acoplados en el tratamiento del agua. _____	- 44 -
<b>Tabla 7.</b> Unidades que maneja en <i>OpenFOAM</i> . _____	- 49 -
<b>Tabla 8:</b> Parámetros físico-químicos de la calidad de agua de diferentes industrias lácteas. _____	- 60 -
<b>Tabla 9:</b> Características numéricas para medir la homogeneidad de los parámetros físico-químicos de la calidad del agua de industrias lácteas. _____	- 61 -
<b>Tabla 10.</b> Características numéricas para medir la homogeneidad de cada uno de los parámetros físico-químicos de la calidad del agua de diferentes industrias lácteas. _____	- 61 -
<b>Tabla 11.</b> Retención de gas promedio en diferentes condiciones de operación _____	- 65 -
<b>Tabla 12.</b> Dimensionamientos y características del reactor DAF para realizar diferentes casos de estudio. _____	- 65 -
<b>Tabla 13.</b> Grupos formados antes de realizar la simulación para un diámetro de difusor de 1 mm. _____	- 69 -
<b>Tabla 14.</b> Grupos formados antes de realizar la simulación para diferentes diámetros de difusor. _____	- 70 -
<b>Tabla 15.</b> Condiciones de borde implementados en <i>OpenFOAM</i> . _____	- 71 -
<b>Tabla 16.</b> Consideraciones previo a realizar la modelación del proceso de flotación. _____	- 75 -
<b>Tabla 17.</b> Descripción de modelos y configuraciones utilizadas en las fases de agua, <i>SST</i> y aire. _____	- 76 -
<b>Tabla 18.</b> Condiciones y valores utilizados en el archivo controlDict, _____	- 77 -
<b>Tabla 19.</b> Tipo de régimen de flujo en las columnas DAF a porcentajes iniciales de 75% y 65% de <i>SST</i> con diferentes velocidades de ingreso de gas. _____	- 93 -
<b>Tabla 20.</b> Medias entre Temperatura vs Velocidad de ingreso de aire para un porcentaje inicial de 75% de <i>SST</i> . _____	- 99 -
<b>Tabla 21.</b> Medias entre Temperatura vs Velocidad de ingreso de aire para un porcentaje inicial de 65% de <i>SST</i> . _____	- 99 -
<b>Tabla 22.</b> ANOVA de dos factores, entre temperatura y velocidad de ingreso de aire para una concentración inicial de <i>SST</i> de 65%. _____	- 99 -
<b>Tabla 23.</b> ANOVA de dos factores, entre temperatura y velocidad de ingreso de aire para una concentración inicial de <i>SST</i> de 75%. _____	- 99 -
<b>Tabla 24.</b> Pruebas post hoc para realizar comparaciones entre medias a diferentes temperaturas para una concentración inicial de <i>SST</i> de 65%. _____	- 100 -
<b>Tabla 25.</b> Pruebas post hoc para comparar las medias de diferentes temperaturas para una concentración inicial de <i>SST</i> de 75%. _____	- 100 -
<b>Tabla 26.</b> Efectos principales de la temperatura con cada nivel de velocidad de ingreso de aire para la concentración de 65% de <i>SST</i> . _____	- 102 -
<b>Tabla 27.</b> Efectos principales de la temperatura con cada nivel de velocidad de ingreso de aire para la concentración de 75% de <i>SST</i> . _____	- 102 -
<b>Tabla 28.</b> Prueba t-student entre la eficiencia de remoción de 65% y 75% de <i>SST</i> . _____	- 102 -
<b>Tabla 29.</b> Aplicación de la eficiencia de remoción en <i>SST</i> . _____	- 105 -

## LISTA DE ANEXOS

- Anexo 1.** Utilidad de setFieldsDict para indicar la fracción de agua, aire y SST como condiciones \_\_\_\_\_ - 122 -
- Anexo 2.** Configuración del valor de la gravedad para el estudio de caso. \_\_\_\_\_ - 122 -
- Anexo 3.** Modelo de turbulencia usado para agua-aire- SST. \_\_\_\_\_ - 123 -
- Anexo 4.** Consideraciones necesarias de thermophysicalProperties, para las fases. \_\_\_\_\_ - 123 -
- Anexo 5.** Esquemas de discretización utilizados. \_\_\_\_\_ - 124 -
- Anexo 6.** Solucionadores implementados para resolver cada parámetro. \_\_\_\_\_ - 124 -

# CAPÍTULO I

## 2. INTRODUCCIÓN

Con la llegada de la revolución industrial y la implementación de nuevos procesos de transformación de materias primas, la utilización del agua viene a ser en grandes volúmenes, que ante un mal manejo son vertidos al alcantarillado o a los cuerpos de agua sin ningún tipo de tratamiento previo, que provoca problemas de sanidad y causa un enorme impacto negativo al ambiente. La generación de aguas residuales industriales por su cantidad indiscriminada e incontrolada son un problema global preocupante, por ello la ciencia ha desarrollado métodos y técnicas adecuadas para eliminar en lo posible los contaminantes presentes en efluentes industriales, con el objetivo de evitar en lo posible la degeneración y agotamiento desmesurado de los recursos hídricos (UNESCO, 2019).

El agua que se consume a diario más allá de ser un recurso limitado es el elemento vital e indispensable que necesita un ser vivo para poder existir, la contaminación de este recurso se ha visto tan impactante que se ha tenido muchos problemas en numerosos ecosistemas del país de Ecuador y del mundo. La responsabilidad de cuidar el agua es de todos y se debe de tener conciencia ambiental para mantener un desarrollo sostenible y, un medio sin incremento de contaminación para las generaciones futuras.

Las características de las aguas residuales industriales dependen de los diferentes procesos que se tiene en cada industria y de los contaminantes presentes, por esta razón cada sector produce su propia combinación de contaminantes y, dependiendo de la composición física, química y biológica de las aguas residuales generadas causarán deterioro de muchos hábitats de animales y daños irreversibles a diversos ecosistemas (Tee, y otros, 2015).

La actividad de las industrias lácteas por querer posicionarse en un buen nivel de competitividad, ha incorporado nuevas tecnologías para mejorar la calidad del producto lácteo a ofrecer, utilizando el agua en sus procesos de producción que al ser descargado al cuerpo receptor o redes de alcantarillado sin depuración produce olores fétidos, pérdida de especies, que en consecuencia aumenta el número de enfermedades que afecta a la población (Jiménez Idrovo, 2019). Las industrias lácteas generan un alto volumen de agua residual y se trata de una problemática bastante preocupante por tener alto contenido de sólidos suspendidos y emulsiones aceitosas que se producen en el agua, según (CAR/PL, 2002) la generación de este tipo de aguas residuales es el problema medioambiental más importante en industrias lácteas tanto por su volumen como su carga contaminante asociada.

El efluente proveniente de industrias lácteas es un factor de contaminación debido al uso de agua en la cadena de procesos para la producción excesiva de productos lácteos, como yogurt y queso entre los más representativos que suelen ser comercializados a altos precios (Brassel & Hidalgo, 2007). Día a día se consume productos lácteos ya que, la leche es un alimento vital para el consumo humano recomendado para todas las edades también crea fuentes de empleo en especial a campesinos y pequeños finqueros, brindando ingresos económicos al país con bienes y servicios (Brassel & Hidalgo, 2007).

El sistema DAF (flotación por aire disuelto) se ha venido utilizando durante varias décadas, y se le conoce por ser una flotación provocada donde el aire se introduce en el agua residual bajo un suministro de presión y posteriormente se libera a presión al nivel atmosférico (Edzwald, 2010; Rodríguez Fernández-Alba et al., 2006). Entre los sistemas de flotación no convencionales, la flotación por aire disuelto ha sido indicada por diferentes autores como un proceso aplicable y técnicamente viable en el tratamiento de los diferentes tipos de efluentes industriales (incluyendo los efluentes lácteos) por su tasa de remoción tan alta (Bolaño-Ennis, 2009; Caldera et al., 2017; Forero et al., 1999).

La experimentación en laboratorio se considera una práctica inteligente al ser vinculada con la teoría, que ayuda a construir modelos explicativos que tienen mucha relevancia en el aprendizaje conceptual (Kofman & Concari, 2011; López-Rua & Tamayo-Alzate, 2012). La interpretación de muchos fenómenos físicos se vuelve una tarea muy difícil en laboratorio, por ello es importante estudiar en lo posible la ciencia experimental de la física con la implementación de simulaciones en un programa informático, que puede funcionar en una computadora como una nueva herramienta cognitiva que permite resolver problemas (Hestenes, 1995). La relación de tecnologías informáticas innovadoras con trabajos prácticos de laboratorio tiene un enorme valor para las ciencias experimentales porque son dos temáticas que se complementan (Kofman et al., 2002).

Con el avance de la tecnología se fueron adoptando nuevas herramientas de simulación computacional, con el fin de poder realizar procesos avanzados ya sea en investigación o en aplicaciones industriales, que en la vida real sería muy difícil o imposible de hacer. Ante la gran necesidad de adoptar sistemas avanzados los cuales permitan encontrar una solución a un problema complejo en la ingeniería moderna, surge la tecnología CFD que significa dinámica o mecánica de fluidos computacionales que tiene la capacidad de estudiar el flujo de fluidos (como por ejemplo el movimiento del agua), haciendo posible que la parte experimental en laboratorio se complemente con paqueterías de programas informáticos sofisticados (Tu et al., 2018).

Para evaluar el funcionamiento de un sistema el manejo de software es una buena opción porque representa costos muy accesibles, menor cantidad de recursos, mayor seguridad y confianza y se pueden hacer un sin número de pruebas según el usuario necesite, el esfuerzo computacional es mínimo a comparación de un experimento físico que representa un esfuerzo mucho más mayor (Mena-Flores, 2018). Aunque la simulación es más rentable se tiene que desafiar tecnologías complejas pero que son posibles desarrollarlas y, según el grado de complejidad existe la ventaja de poder incorporar nuevos modelos en ciertas partes de la modelación según convenga el usuario, esto va permitir poder alcanzar los objetivos propuestos según sea el caso (Mena-Flores, 2018).

Con respecto en simulaciones de la flotación por aire disuelto, en el transcurso de los años se ha ido descubriendo nuevos sucesos en el proceso de flotación, la teoría y el funcionamiento se pudo dar gracias a investigaciones realizadas en laboratorio y con tecnología CFD (Lakghomi, 2015; G. Wang et al., 2018). Estudiar el movimiento de fluidos y sobre todo como pueden interactuar estos, es de vital importancia para poder desarrollar criterios de diseño y operación antes de la fabricación de una PTAR (planta de tratamiento de aguas residuales) o cualquier otro equipo, por lo tanto, el CFD es una herramienta que evita realizar costos económicos excesivos e innecesarios (Jarman et al., 2007).

Con el objetivo principal de llegar a la remoción de la elevada carga contaminante de SST provenientes de los procesos efectuados en las industrias lácteas, se implementó una simulación de dinámica de fluidos computacional (CFD) para evaluar el funcionamiento de un sistema DAF a nivel piloto en base a estudios previos de laboratorio y de otros estudios CFD relacionados.

El trabajo de investigación partió con la determinación de los parámetros de entrada como temperatura, velocidad de ingreso de gas, propiedades de los fluidos, entre otros. Así se pudo diseñar un sistema de flotación en *software* con geometrías modelos de otros estudios, se realizó un adecuado mallado y se exportó al *software* CFD, el enfoque del modelado DAF para CFD fue el E-E (euleriano euleriano) que permitió modelar las fases de agua, aire y SST en el *solver multiPhaseEulerFoam* donde se aplicó las condiciones de borde, se configuró los modelos de transporte de acuerdo a la revisión de la literatura. Posteriormente se realizó gráficas del comportamiento del modelo en lo que respecta a la eficiencia de remoción y, se analizó las varianzas probables con un ANOVA de dos factores de las condiciones de operación. Finalmente, el modelo CFD se comparó con un modelo realizado en laboratorio.

Las pruebas de simulación se dieron con 75% y 65% de *SST* como porcentajes iniciales en la columna DAF donde se experimentó a diferentes velocidades de ingreso de aire (0.1 m/s, 0.5 m/s, 1 m/s y 1.5 m/s) y temperaturas (15°C, 22.7°C y 28°C), la geometría de la columna DAF también varió donde se tuvo cinco columnas DAF en paralelo con diámetros diferentes de difusor cada uno (1 mm, 2 mm, 4 mm, 7 mm y 10 mm). La eficiencia de remoción más eficiente se dio con la velocidad de 1.5 m/s y con una temperatura alta de 28°C (remoción de *SST* de 87.70%), aunque con 0.5 m/s, 1m/s y 1.5m/s a 15°C y 22.7°C también se obtuvo resultados positivos (remoción de *SST* mayores al 50% y 60%). La eficiencia de remoción disminuyó cuando se tuvo una velocidad de 0.1 m/s en todas las temperaturas, obteniendo remociones menores del 50% de *SST*.

Al contrastar el modelo CFD propuesto en DAF con un modelo experimental de laboratorio, el  $R^2$  resultó de 0.89, dando a conocer que la tecnología CFD es una herramienta novedosa predictiva próxima a la realidad que brinda conocimiento avanzado de las condiciones de diseño y operación, donde al considerar componentes del funcionamiento del sistema se llegó a evaluar un impacto positivo en la calidad del agua final.

## **OBJETIVOS**

### **GENERAL**

Evaluar el sistema DAF (flotación por aire disuelto) para la eliminación del material suspendido en el agua de industrias lácteas.

### **ESPECÍFICOS**

Establecer la composición físico-química del agua residual de diferentes industrias lácteas para conformar condiciones iniciales de operación del sistema.

Identificar las variables de diseño y parámetros de operación óptimos para determinar el rendimiento del sistema DAF.

Estimar el desempeño del sistema DAF al remover el material suspendido de efluentes lácteos, mediante un diseño y modelado en *software* CFD (dinámica de fluidos computacional).

## CAPÍTULO II

### 3. REVISIÓN DE LITERATURA.

#### 3.1. La industria láctea en el Ecuador.

La industria láctea forma parte de los sectores más importantes de la economía a nivel nacional, pues la producción de leche se da en la sierra central y norte, en el austro y en el trópico, el cual ha permitido la generación de empleo, valor agregado y espacio territorial (CIL-Ecuador, 2015). Esta actividad está directamente relacionada con la cría de ganado y de la industrialización de la leche y sus derivados (Brassel & Hidalgo, 2007). El trabajo arduo y constante de los productores y ganaderos ha hecho de la producción lechera, fortalecer su adaptación y progreso, gracias al incremento y los cambios en el consumo alimenticio de la población, este último a partir del aumento de los ingresos familiares (Gallego-Castro et al., 2017).

#### 3.2. Proceso Lácteo.

La leche fresca se reúne en tanques o silos de almacenamiento refrigerados y se conserva a una temperatura de 3 - 4°C hasta iniciar su proceso (Zorrilla, 2018). La leche depositada en los silos pasa a través de un contador para su cuantificación y después se bombea hacia un filtro para quitar las impurezas, luego pasa por la separación de la crema y leche, esto a través de la centrifugación y separación de crema (Zorrilla, 2018). Los procesos básicos que se dan en la industria láctea hasta llegar a los derivados son:

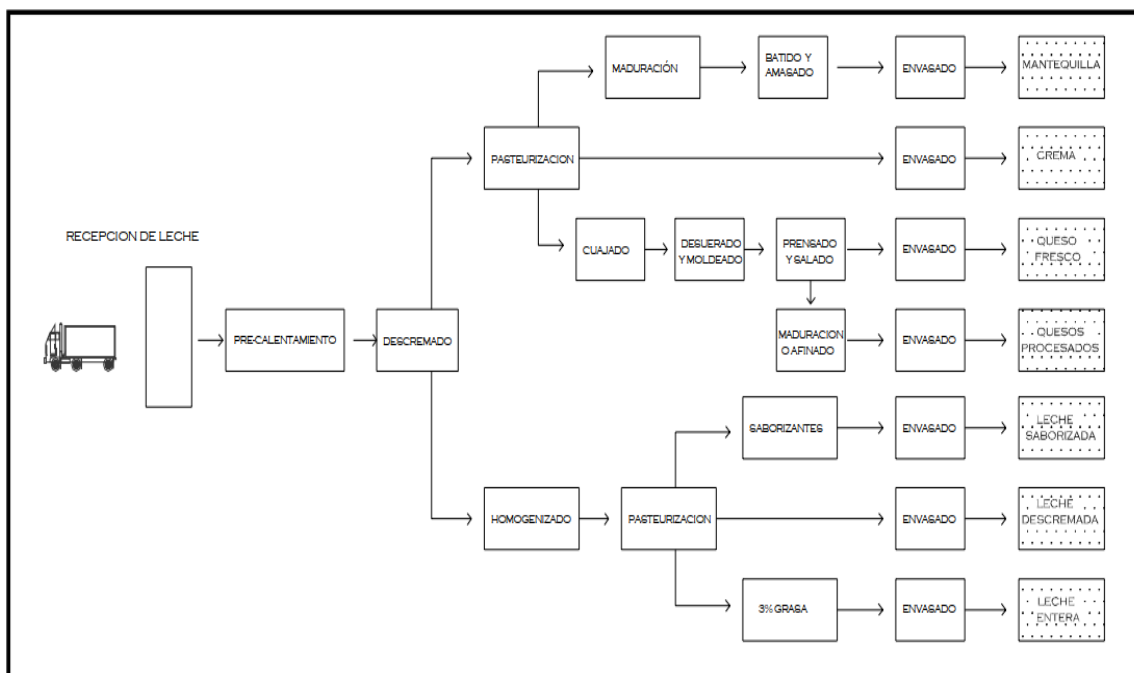
**Pasteurización:** Este método consiste en desinfectar la leche, primero se la somete al calor sin llegar a sobrepasar la temperatura necesaria (no mayor a 100°C) para eliminar el Koch que es uno de los gérmenes más resistentes que está presente en la leche (Zorrilla, 2018). Posteriormente se pasa a un enfriamiento rápido y se mantiene en refrigeración para evitar alteraciones microbianas y una germinación de las esporas en el caso que hayan persistido en el tratamiento térmico, una alternativa para mejorar la calidad de la leche no es por pasteurización, pero este es un método efectivo de desinfección que permite tener el suministro de leche pura libre de patógenos, la leche solo se puede conservar en un refrigerador por tiempos limitados normalmente solo una semana (Zorrilla, 2018).

**Esterilización:** Es el proceso mediante el cual se trata la leche por periodos cortos de tiempo a altas temperaturas por medio de equipos UAT (ultra alta temperatura) esto es para asegurar la ausencia de toxigénicos o toxinas y patógenos (Celis & Juárez, 2009). El proceso térmico se desarrolla a una temperatura entre 135-150°C de 2 a 10 segundos para destruir las bacterias que pueden presentar un riesgo en la salud humana (Zorrilla, 2018). Este producto se puede conservar en un refrigerador por algunos meses, pero cuando ya se lo envasa de forma aséptica en recipientes estériles, se podrá conservar no más de 3 días.

**Estandarización:** Este proceso trata de mantener el material grasoso a un nivel adecuado, para una leche entera se debe estandarizar (ajustar el contenido de grasa) al 3% del materiales grasos (Pacururu Reyes, 2011); si la leche fresca se ha descremado (poca cantidad de grasa) sin pasteurizar se le añade a la leche descremada un cierto porcentaje adecuado y pertinente de grasa deseado según el producto final (Zorrilla, 2018).

**Homogenización:** Tiene como prioridad dispersar las sustancias grasas en toda una masa líquida y previene la formación de una capa de crema en la superficie de la leche entera (leche cruda), por lo general para evitar inconvenientes de que se eche a perder la leche primero se pasteuriza y después se homogeniza (Zorrilla, 2018). Las ventajas que presenta la

homogenización son: mejor sabor, mayor digestibilidad y un color blanco más fulgurante y deseable. En la **Figura 1** se tiene el proceso esquematizado.



**Figura 1.** Proceso esquemático de la producción de leche y los productos que se obtiene.

**Fuente:** (Zorrilla, 2018).

**Limpieza y Desinfección:** Dentro de una industria láctea el mantenimiento de las condiciones higiénicas de los equipos e instalaciones se debe de hacer de manera continua, llevando a cabo operaciones de limpieza (eliminación total de restos y demás componentes de la leche) y desinfección (eliminación de patógenos y una mayoría de los no patógenos que afectarían a la calidad del producto final) (Celis & Juárez, 2009), esto trae consigo un mayor consumo de agua, energía y productos químicos (productos ácidos y básicos), así como una generación considerable de volumen de aguas residuales (Saenz-Roldan, 2013).

### 3.3. Efluentes líquidos de industrias lácteas.

En este tipo de industrias se producen todos los días un volumen elevado de agua residual, esto puede oscilar entre 4 a 10 litros de agua por cada litro de leche, según el tipo de planta láctea (Pacururu Reyes, 2011). La mayor parte de agua empleada está en los procesos de limpieza y desinfección de equipos donde se tiene restos de productos lácteos y productos químicos, esto con el fin de mantener las condiciones higiénicas y sanitarias necesarias, a esto hay que adicionar el consumo de agua en lavabos y baños dentro de la planta (Villena, 1995).

Los efluentes provenientes de empresas lácteas en la mayoría de los casos no son destinados a un sistema de tratamiento sino, directamente a descarga directa sin ningún tratamiento y sin verificar el cumplimiento de la normativa ambiental vigente, por lo tanto esto afecta a la salud pública, contamina al suelo, al agua y causa potencial daño a la vida acuática (Jiménez Idrovo, 2019). Además este efluente contiene cierta cantidad de materia orgánica, nutrientes, químicos y hasta inclusive organismos causantes de enfermedades tales como *Escherichia coli* y *Brucella* (Celis & Juárez, 2009). En la **Tabla 1** se muestra la clasificación de los efluentes lácteos.

**Tabla 1.** Clasificación de efluentes lácteos en diferentes procesos.

<b>Aguas generadas</b>	<b>Descripción</b>
<b>Agua de proceso</b>	Interviene en el proceso de elaboración de productos lácteos y líquidos.
<b>Agua de servicios</b>	Para el funcionamiento de los equipos con lo cual cuenta la industria.
<b>Agua sanitaria</b>	Para servicios sanitarios de todo el personal que labora en la industria.
<b>Agua de limpieza y desinfección</b>	Para el lavado de equipos y materiales de la industria.

**Fuente:** (Aguilar, 2014).

### **3.3.1. Caracterización de efluentes lácteos.**

En general, el efluente lácteo presenta las características siguientes:

- Un contenido elevado de: **aceites y grasas** (debido a la grasa de la leche y otros productos lácteos); **nitrógeno y fósforo** (por el uso de productos químicos para limpieza y desinfección); **materia orgánica** (por presencia de componentes de la leche) el 90% de la DQO corresponde a la composición y el 10% a la suciedad producida; y alta carga contaminante de **sólidos suspendidos totales** (Pacururu Reyes, 2011).
- Variaciones importantes de: **ph** (este valor puede variar entre 2-11 dado por los vertidos de soluciones ácidas y básicas principalmente provenientes de las actividades de limpieza; y **temperatura** al considerar las aguas de refrigeración (Pacururu Reyes, 2011).

### **3.3.2. Contaminantes presentes en efluentes lácteos.**

#### **a. Contaminantes físicos.**

#### **Grasas y Aceites**

Las grasas y aceites (AyG) son los compuestos de carbono, hidrogeno y oxígeno que flotan en el agua residual, recubren las superficies con las cuales entran en contacto, causan problemas de mantenimiento, e interfieren en la actividad biológica (Romero, 2008), por lo general son difíciles de biodegradar. La presencia de este contaminante excede los límites establecidos porque produce abundante grasa por los procesos de elaboración de productos lácteos (Zamora-Carrillo et al., 2015).

#### **Turbiedad**

La turbiedad es considerada como medida de las propiedades de transmisión de la luz de una agua potable. Se emplea para indicar la calidad de las aguas vertidas o de las aguas naturales en relación con la materia coloidal y residual en suspensión (Metcalf & Eddy, 1995)

#### **Color**

El color es la capacidad de absorber ciertas radiaciones de espectro visible, en general el agua residual se origina por la presencia de material coloidal y sólidos suspendidos, el agua que se presenta es de color blanquecino por adición de suero, residuos de productos y agua que se desaloja por actividades de limpieza (Zamora-Carrillo et al., 2015).

### **Sólidos totales.**

Clasifican toda la materia, excepto el agua contenida en los materiales líquidos. Es el producto de la suma de sólidos disueltos y suspendidos presentes en efluentes líquidos (Aguinaga, 1996). Se obtienen después de la evaporación y secado de una muestra a una temperatura de 103 – 105°C (Aguinaga, 1996).

### **Sólidos disueltos.**

Representan el material soluble y coloidal, el cual requiere usualmente, para su remoción, oxidación, oxidación biológica o coagulación y sedimentación (Zamora-Carrillo et al., 2015). No se aprecia fácilmente por ello se realiza de forma analítica al evaporar el agua a tratar y pesar el medio en donde se encuentra las sales residuales (Aguinaga, 1996).

### **Sólidos suspendidos.**

Representa el material que se encuentra en fase sólida en el agua residual en forma de coloides o partículas finas que causa la turbidez del agua (Aguinaga, 1996). Para la obtención de este material, este debe ser retenido en un filtro de tipo estándar de fibra de cristal y secados a una temperatura de 103 – 105°C (Aguinaga, 1996).

#### **b. Contaminantes químicos.**

### **pH**

Es la medida de concentración de ion hidrógeno en el agua que es expresa como el logaritmo negativo de la concentración molar de ion hidrógeno, al tener valores de concentración adversas de ion hidrógeno son muy complicados de tratar de manera biológica alteran a la biota y son fatales para los microorganismos (Romero, 2008). Es considerado un parámetro importante para evaluar la calidad de aguas naturales y residuales.

### **Demanda Bioquímica de oxígeno (DBO)**

Hace referencia a la cantidad de oxígeno que requieren los microorganismos para oxidar o estabilizar la materia orgánica biodegradable en condiciones aerobias, es uno de los parámetros más utilizados para medir la calidad de las aguas residuales (Romero, 2008). En general, las cargas de DBO en el sector lácteo están aproximadamente entre los rangos de 1000 a 3000 mg/l (Zamora-Carrillo et al., 2015).

### **Demanda Química de oxígeno (DQO)**

Es empleado para medir el oxígeno equivalente de la materia orgánica oxidable químicamente mediante un agente químico oxidante fuerte en un medio ácido y a alta temperatura (Romero, 2008). El valor de la DQO siempre será mayor que la DBO porque muchas sustancias orgánicas pueden oxidarse químicamente (Romero, 2008; Saenz-Roldan, 2013). El valor de la DQO media en los efluentes lácteos se encuentran entre 1000 a 6000 mg/l (Zamora-Carrillo et al., 2015).

### **Alcalinidad (Alc)**

Se define como la capacidad de neutralización de ácido de una muestra de agua y ayuda a regular los cambios de pH, está provocada por la presencia de carbonatos, hidróxidos y bicarbonatos de elementos como el calcio, magnesio, amoníaco, entre otros (Metcalf & Eddy, 1995). En las industrias lácteas la alcalinidad presenta una alta variación con lo que respecta a la gran cantidad de sustancias disueltas que incrementan la basicidad de las muestras esto ocurre por las actividades de limpieza (Zamora-Carrillo et al., 2015).

## **Acidez**

La mayor parte de volumen de agua residual diluida con suero explica un alto valor de acidez. Comúnmente aparece en la disolución de CO<sub>2</sub> atmosférico, en la oxidación biológica de la materia orgánica o en la descarga de efluentes industriales, tiene un efecto corrosivo muy perjudicial que afecta a la flora y fauna como también al equilibrio químico y biológico de las aguas limpias, existen casos que al tener un alto contenido de acidez se requiere un pretratamiento de neutralización (Romero, 2008).

### **3.4. La flotación por aire disuelto (DAF) como sistema de tratamiento de aguas residuales**

#### **3.4.1. La flotación.**

La flotación no es un proceso nuevo al contrario, se ha venido utilizando desde hace varios siglos, desde el momento en que el hombre observó que algunos materiales se mantenían en la superficie del agua mientras que otros se precipitaban al fondo facilitando la separación de los materiales flotables, entonces la importancia de la flotación fue considerada por la economía de todo el mundo industrial a partir del año 1950 (Kyzas et al., 2019). Su aplicación se cree que se inicia en la separación de minerales por el historiador Herodoto en el siglo X a.C en la antigua Grecia, siendo este el primer ser humano quien describió un proceso de flotación al utilizar un sistema rudimentario para la separación de partículas de oro y arena, más tarde en el siglo XV a.C los árabes utilizaron resinas para la separación selectiva de azurita de ganga, estos hechos se consideran los orígenes históricos de la flotación (Leja, 1982).

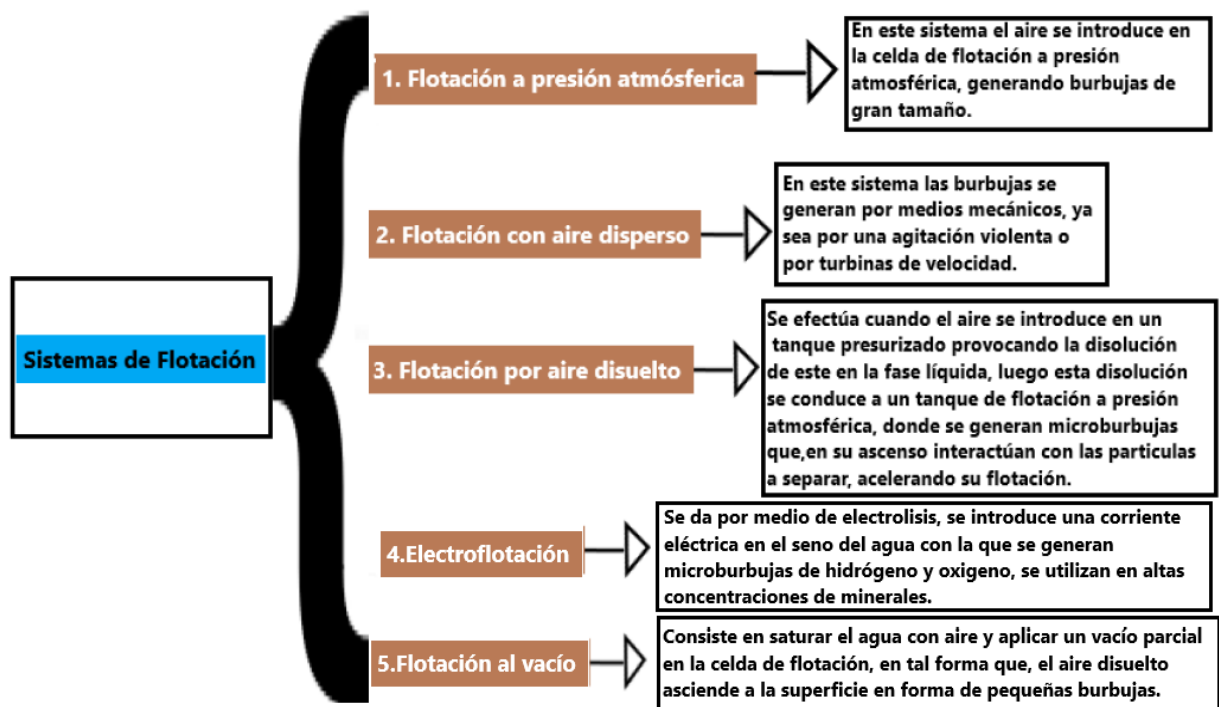
Más tarde, en 1860 se inicia la aplicación técnica de la flotación con aire disperso, en donde las burbujas mantenían las partículas en suspensión y, al mismo tiempo, facilitaban la adhesión burbuja-partícula y elevación de los minerales a la superficie (Ortiz-Oliveros, 2002). Se calcula una obtención de oro por flotación de aproximadamente 2 billones de toneladas anuales, lo cual pone de manifiesto su importancia actual (Miettinen et al., 2010). La flotación en un sentido físico es el movimiento hacia arriba de partículas, flóculos u otros agregados (capas) debido a una fuerza de flotación neta, este es un concepto aplicado directamente en el tratamiento de aguas residuales para eliminar sustancias que son específicamente más ligeras que el agua, los materiales más comunes que se han eliminado son los aceitosos y grasosos (Shammas et al., 2010).

#### **3.4.2. Tipos de sistemas de Flotación.**

La flotación se puede dar de dos formas:

- a) Natural
- b) Forzada

La forma natural ocurre en el momento que la fuerza que causa la ascensión de la partícula es ejercida por la gravedad, mientras que la forma forzada se basa en inyectar burbujas en medio acuoso que, al interactuar con la partícula a separar se incrementa y se mantiene de forma lineal la velocidad de ascensión natural, debido al incremento en la diferencia de densidades entre las fases que fuesen (Ortiz-Oliveros, 2002). La clasificación de los distintos sistemas de flotación se puede ver en la **Figura 2**.



**Figura 2.** Tipos de sistemas de Flotación.

**Fuente:** (Ortiz-Oliveros, 2002).

Para conocimiento transcendental el sistema más empleado de flotación que se muestra en la **Figura 2** es el sistema de flotación por aire disuelto (DAF, reconocido así por sus siglas en inglés *Dissolved Air Flotation*) por lo cual, varios estudios desarrollados con el pasar de los años se han encaminado a estudiar los fenómenos y procesos que en este sistema ocurre.

### 3.4.3. Flotación por aire disuelto (DAF).

#### a. Descripción del proceso.

La flotación por aire disuelto (DAF) se utiliza principalmente para eliminar sólidos suspendidos y coloidales por flotación que se da de forma ascendente al disminuir su densidad aparente (Wang et al., 2005). El líquido de alimentación es el agua residual industrial que se introduce en un tanque de presurización, donde se puede saturar bajo una presión entre 2 - 6 atmósferas, el tiempo de retención es aproximadamente de 0.5 a 3 minutos que proporciona tiempo suficiente para la disolución de aire en agua residual a tratar. Desde el tanque de retención o presurización, el agua saturada se libera en la cámara de flotación mediante una válvula reductora de presión u otro dispositivo, con el fin que se minimice los efectos turbulentos de la despresurización. Por consiguiente, la repentina reducción de la presión en la cámara de flotación da como resultado la liberación de burbujas de aire microscópicas con un diámetro medio de 80 micras o más pequeño, que se adhieren a partículas suspendidas o coloidales en el agua de proceso en la cámara o columna de flotación, esto finalmente da como resultados aglomeraciones que, debido al aire arrastrado dan una gravedad específica combinada neta menor que la del agua y provocan el fenómeno de flotación. El tiempo de retención en la columna de flotación suele ser entre 3 a 60 minutos según las características de efluente generado en diferentes procesos y del rendimiento de la unidad de flotación (Shammas & Bennett, 2010; Wang et al., 2005).

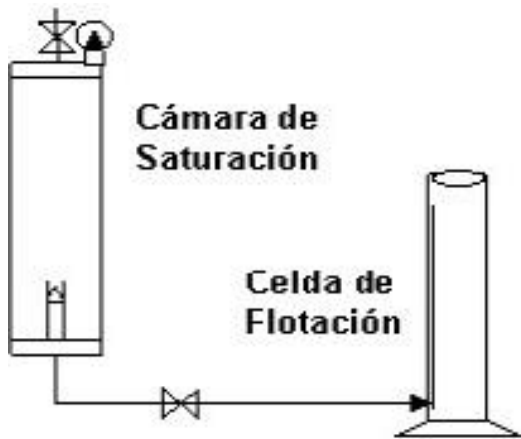
Esta tecnología tan eficiente surgió en el siglo XX y fue reconocido como un método para separar partículas, sus primeras aplicaciones fueron realizadas en la industria metalúrgica para la separación de metales y en la industria de papel para una posible recuperación de fibras de papel. Hoy en día ha tomado mucha importancia en su aplicación en aguas residuales industriales, ya que se utiliza como un proceso de separación líquido – sólido, similar al proceso de sedimentación o el proceso de filtración, este es un medio considerado para una verdadera eliminación de contaminantes de las aguas residuales, también se eliminan todas aquellas sustancias que se asocian a los sólidos mediante fenómenos de adsorción (Rubio et al., 2002; Shammas & Bennett, 2010).

Según (Ortiz-Oliveros, 2002) en un sistema DAF, el proceso de flotación puede explicarse en tres etapas:

1. Presurización o disolución de la cantidad de aire en agua.
2. Generación e introducción de las burbujas en la fase acuosa.
3. Interacción burbuja-partícula (sólido, aceite, etc.)

#### **b. Elementos del sistema DAF.**

Los componentes básicos de un sistema DAF a nivel de laboratorio son: cámara de saturación o tanque de presurización y la columna de flotación (Véase **Figura 3**). La geometría de estos tanques puede ser de base circular o rectangular.



**Figura 3.** Equipo DAF a escala piloto.

**Fuente:** (Rojas et al., 2008).

#### **c. Principio de la flotación por aire disuelto.**

La separación por flotación se adhiere a las mismas leyes que la sedimentación, pero en un “campo de fuerza inverso”. La ecuación que rige en la separación por flotación de aire, como en todos los procesos controlados por gravedad, es la ley de Stokes, que se utiliza para calcular la tasa de aumento de flóculos, aglomerados y agregación de burbujas de aire (Shammas & Bennett, 2010; L. K. Wang et al., 2005).

$$V_t = \frac{gD^2(\rho_a - \rho_0)}{18\mu} \quad (1)$$

Donde:

$V_t$  : velocidad de subida terminal del aglomerado en cm/s.

$g$  : constante gravitacional en 980 cm/s<sup>2</sup>.

$D$  : diámetro efectivo del aglomerado en cm.

$\rho_a$  : densidad del aglomerado en g/cm<sup>3</sup>.

$\rho_0$  : densidad de la fase acuosa en g/cm<sup>3</sup>.

$\mu$  : viscosidad de la fase acuosa en cp.

#### 3.4.4. Parámetros generales de diseño del sistema DAF.

Las variables o parámetros generales de diseño que deben ser tomados en consideración en un sistema de flotación para controlar la eficiencia de remoción se presenta en la **Figura 4**. Aunque no es imprescindible contar con todos los parámetros cada uno tiene la misma importancia y se complementan entre sí, el parámetro a considerar dependerá del tipo de influente a tratar y de los objetivos planteados a alcanzar en la investigación, lo que se presenta es una visión general según el criterio de algunos autores.



**Figura 4.** Variables generales de diseño de un sistema DAF.

**Fuente:** (Aulenbach et al., 2010; Shammass et al., 2010; L. K. Wang et al., 2005).

#### 2.4.5. Parámetros operativos de los sistemas DAF

##### a. Relación aire-sólidos (A/S).

Desde los orígenes del funcionamiento del sistema DAF, tanto en un sistema de convencional como de recirculación, el cambio que han experimentado es en el cambio de operación del sistema.

El valor relación aire-sólidos ( $A/S$ ) son la base fundamental de los parámetros de diseño y control que es importante conocer, de este depende la eficiencia del sistema (Ortiz-Oliveros, 2002). Las ecuaciones de diseño están adaptadas a una temperatura de 0°C por la siguiente expresión:

$$\frac{A}{S} = \frac{C*d*f*P_T - P_v - P_L - P_V}{SST*760 - P_V} \quad (2)$$

Donde:

$A/S$  : relación de aire-sólidos (mg/mg).

$C$  : solubilidad de saturación de aire (mL/L).

$d$  : densidad de aire ajustado a las condiciones de aplicación (mg/ml)

$f$ : fracción de aire disuelto en agua a la presión de operación, aproximadamente 0,5

$P_T$  : presión absoluta (mmHg)

$P_V$ : presión de vapor de agua (mmHg).

$P_L$ : presión de la zona de estudio (mmHg)

$SST$ : concentración de los sólidos suspendidos totales del influente (mg/L).

### **b. Solubilidad**

En el sistema la presión está íntimamente relacionada con la solubilidad del aire en el agua y es necesario alcanzar el tamaño idóneo de burbuja, esto implica una gran importancia en un posible cambio en el parámetro  $A/S$ . La solubilidad de gas experimenta un cierto grado de aumento con el incremento de la presión parcial y se reduce mientras más alto sea el valor de la temperatura, por ello es considerado como un parámetro clave ya que, determina la cantidad de aire que se disolverá en el agua y determina la cantidad y tamaño de las burbujas en el tanque o columna de flotación, se representa de la siguiente manera:

$$C_T = C * \frac{P_T - P_v}{760 - P_v} \quad (3)$$

Donde:

$C_T$  = solubilidad de aire en agua  $\left(\frac{\text{mL de aire}}{\text{L de agua}}\right)$ .

$C$  = solubilidad de agua en aire a presión de una atm  $\left(\frac{\text{mL de aire}}{\text{L de agua}}\right)$ .

$P_T$  = presión absoluta de aire (mm Hg).

$P_v$  = presión de vapor de agua a una determinada temperatura (mm Hg).

La variable  $C$  (solubilidad de agua en aire) varía de acuerdo a la temperatura del agua a tratar por ello en la **Tabla 2** se muestra la solubilidad de agua en aire a una atmósfera.

**Tabla 2.** Variabilidad de la solubilidad de agua en aire en diferentes temperaturas

Temperatura (°C)	Valor (ml aire / L agua)
0	29.2
5	25.7
10	22.8
15	20.6
20	18.7
25	17.1
30	15.7

Fuente: (Aguilar, 2014)

### Cantidad de aire liberado

En la práctica cuando se trabaja de forma experimental no todo el aire que se suministra a un tanque de presurización se disuelve en el agua, por lo cual se propone un factor de correlación  $f$  (Ortiz-Oliveros, 2002). La ecuación 4 toma en consideración un factor  $f$  según la fracción de saturación como se muestra a continuación:

$$C_T - C_L = C * \left( \frac{f * P_T - P_V - P_L - P_V}{760 - P_V} \right) \quad (4)$$

Donde:

$C_T$  = solubilidad del aire en agua a presión de operación de la columna de flotación (ml de aire / L de agua).

$C_L$  = solubilidad del aire en agua, a presión atmosférica (ml aire /L de agua).

$P_L$  = presión atmosférica de la zona de estudio (mmHg).

$P_V$  = presión correspondiente al vapor de agua con respecto a la temperatura del agua (mmHg).

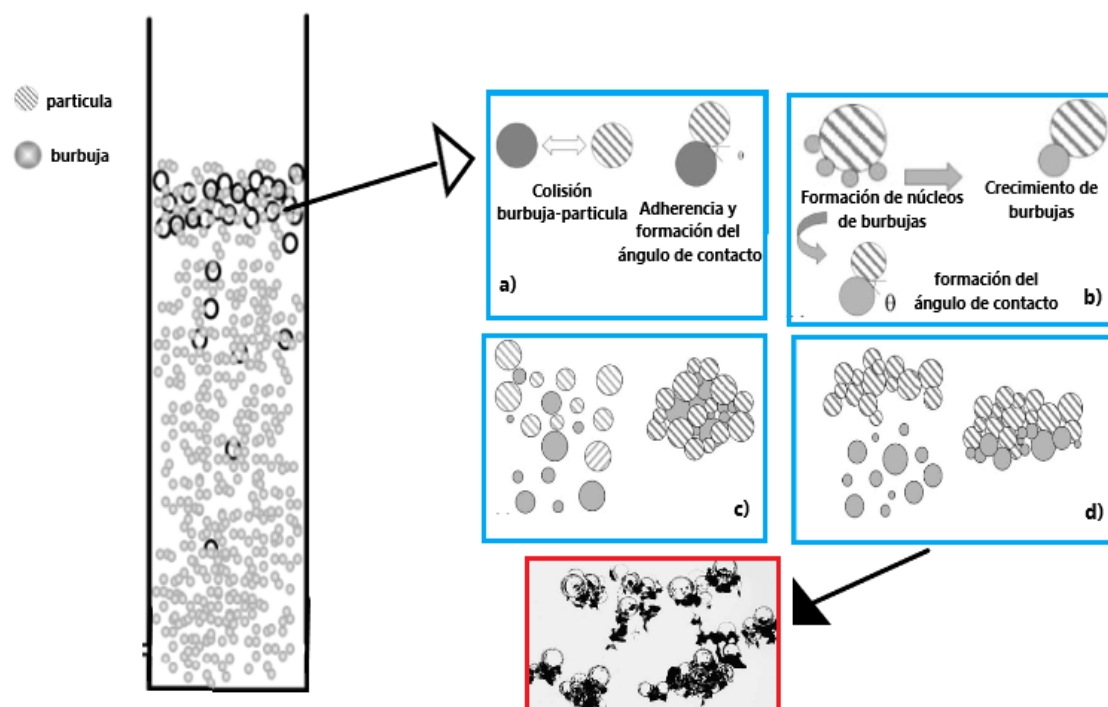
$P_T$  = presión operativa de la columna de flotación (mmHg).

$C$  = solubilidad de aire en agua, a una atmósfera (ml aire /L de agua).

$f$  = fracción de saturación, generalmente se llega entre 0,5 – 0.8.

### c. Mecanismo de contacto.

Para obtener un incremento en la tasa de aumento de aglomerados de burbuja-partícula suspendida (aceite o material suspendido) sobre el ascenso en sistemas aireados, se toma en cuenta la reducción en la densidad efectiva de la partícula suspendida que se logra mediante la unión o encapsulación de una burbuja de aire sobre flocúlos o partículas sólidas (Shammas & Bennett, 2010). La **Figura 5** muestra el mecanismo de contacto y adhesión de burbuja – partícula.



**Figura 5.** Mecanismos de burbuja-partícula en DAF: a) colisión y adhesión de partículas-burbujas; b) formación de burbujas en la superficie de las partículas; c) microburbujas atrapadas en agregados; d) arrastre de burbujas con agregados.

**Fuente:** (Ata & Jameson, 2005).

#### **d. Estimación de la presión de operación ( $P$ ).**

La presión inicial suministrada en el sistema DAF es considerado uno de los parámetros de mayor relevancia para eliminar materias en suspensión y de esta manera poder clarificar el agua residual a tratar, la variación de concentración de aire disuelto en el agua a presión es el principio fundamental que origina la formación de microburbujas que son los responsables para remover partículas sólidas contaminantes del agua, por ello (Bahadori et al., 2013) desarrolla una herramienta muy útil para estimar el valor de concentración de aire en los sistemas DAF, tal herramienta predictiva presenta una desviación de correlación en términos de desviación absoluta promedio menor a 0.5%, pudiendo llegar a una precisión altamente confiable con el cual se podrá llegar a tener un valor de presión eficiente sin la necesidad de optar por ningún ensayo experimental.

(Bahadori et al., 2013) correlaciona la concentración de aire en función de la presión a varias temperaturas, mientras que los coeficientes calculados están correlacionados en función de la temperatura.

$$\ln(x) = a + \frac{b}{p} + \frac{c}{p^2} + \frac{d}{p^3} \quad (5)$$

Donde  $x$  es a solubilidad de aire en el agua,  $p$  es la presión a la cual se opera en KPa y los coeficientes ( $a, b, c, d$ ) que se utilizan en la ecuación 5 se obtienen a través de nuevos cálculos con la ayuda de las ecuaciones 6, 7, 8 y 9 y de la **Tabla 3**.

$$a = A_1 + B_1T + C_1T^2 + D_1T^3 \quad (6)$$

$$b = A_2 + B_2T + C_2T^2 + D_2T^3 \quad (7)$$

$$c = A_3 + B_3T + C_3T^2 + D_3T^3 \quad (8)$$

$$d = A_4 + B_4T + C_4T^2 + D_4T^3 \quad (9)$$

**Tabla 3.** Valores de los coeficientes presentes en las ecuaciones 6-9.

<b>Coeficiente</b>	<b>Valor</b>
A1	$5.112 \times 10^1$
B1	$-3.768 \times 10^{-1}$
C1	$1.060 \times 10^{-3}$
D1	$-1.012 \times 10^{-6}$
A2	$-3.283 \times 10^5$
B2	$3.361 \times 10^3$
C2	$-1.150 \times 10^1$
D2	$1.311 \times 10^{-2}$
A3	$1.021 \times 10^8$
B3	$-1.049 \times 10^6$
C3	$3.595 \times 10^3$
D3	-4.104
A4	$-7.036 \times 10^9$
B4	$7.218 \times 10^7$
C4	$-2.473 \times 10^5$
D4	$2.824 \times 10^2$

**Fuente:** (Bahadori et al., 2013).

#### **e. Turbidez y pH**

La turbidez eliminada es la variable de respuesta apropiada para evaluar un sistema DAF porque se puede hacer un análisis rápido en cuanto a su funcionamiento y es uno de los parámetros que mejor representa el comportamiento de flotación. Mientras que el pH es considerado el factor que tiene mayor efecto para alcanzar una óptima eficiencia en cuanto a la remoción de turbidez seguido de la presión de operación, el valor de pH para obtener un tratamiento óptimo de aguas residuales lácteas se caracteriza por ser ácido que está alrededor de 4-6, este parámetro viene a ser muy importante ya que hace posible una mejor adhesión de burbuja-partícula que permite tener una remoción de turbidez entre 80 a 97.8%, sólidos suspendidos entre 80 a 90 % y color de 83% (Couto et al., 2004; Parthasarthy, 1993; Pereira et al., 2020; Pereira et al., 2018; Shevchenko & Shevchenko, 2016).

#### **f. Temperatura**

La temperatura del agua residual es un parámetro importante que afecta el proceso de flotación. La solubilidad de aire disminuye al aumentar la temperatura, conforme el valor de la temperatura asciende las burbujas de aire en el agua se van deformando y toman formas elípticas (forma de bala con puntas cónicas) inhibiendo así la formación de la unión correcta entre burbujas con partículas, evitando una remoción favorable de contaminantes (Parthasarthy, 1993; Shannon & Buisson, 1980). Particularmente la temperatura de las aguas residuales de industrias

lácteas suele ser elevada, debido al proceso involucrado en la producción u obtención de productos lácteos (CAR/PL, 2002).

Aunque se ha mencionado los parámetros más fundamentales en el proceso de flotación, los siguientes parámetros de operación y control también juegan un rol importante, los cuales que son:

**Tiempo de retención o residencia ( $\theta_t$ ):** Es el tiempo que avanza desde que inicia el llenado del equipo, hasta alcanzar el volumen del diseño se distingue dos tiempos de retención, del tanque de presurización ( $\theta_s$ ) y el de la columna de flotación ( $\theta_f$ ) que generalmente son periodos cortos de 20-60 min y 3-20 min respectivamente (Nickols et al., 1995).

**Carga hidráulica ( $C_H$ ):** Es el volumen que pasa por unidad de área en un tiempo dado. Los valores recomendados para el tanque de flotación son de 5-20  $m^3/m^2h$  mientras que para el tanque de saturación es de 5-80  $m^3/m^2h$  (Arnold et al., 1995).

#### 2.4.6. Parámetros de operación hidrodinámicos.

Si se desea optimizar el diseño de los sistemas DAF para emplear en la industria de procesos es indispensable poder comprender los fundamentos de su comportamiento hidrodinámico por ello en este apartado se describe las características hidrodinámicas que hay que tomar en consideración en una columna o tanque de flotación. Las cuales se presentan a continuación:

##### a. Régimen de flujo

Es uno de los parámetros que juega un rol fundamental en el diseño, operación, control, análisis y ampliación de la unidad de flotación; la interfaz de las fases de fluido que en esta actúan están influenciadas por el movimiento. Los factores que afectan directamente al régimen de flujo se denotan en la **Figura 6**.



**Figura 6.** Factores que inciden en el régimen de flujo de una columna de flotación.

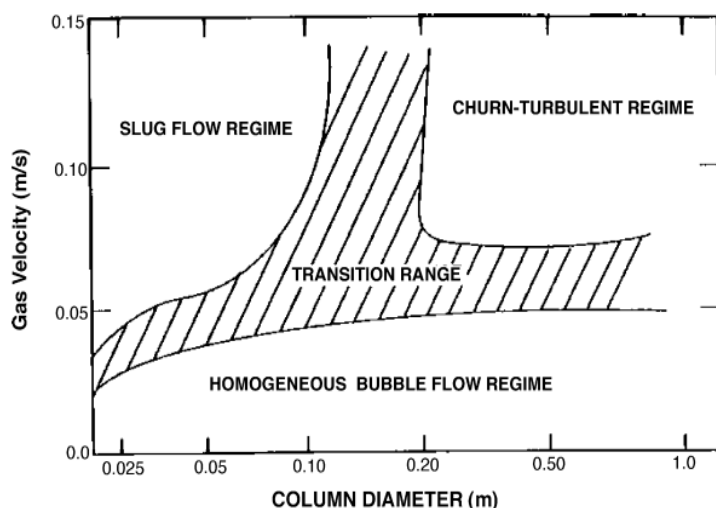
**Fuente:** (Thorat & Joshi, 2004).

La transición del régimen de flujo es el límite adyacente de dos regímenes, y es de vital importancia tener conocimiento claro del régimen del flujo, porque esto ayuda a entender el proceso y sobre todo mejorar el rendimiento de la columna de flotación al dirigir la transferencia de calor, masa, mezcla, fluctuación de presión, pérdida de impulso y productividad del volumen (Nedeltchev et al., 2006). Hay principalmente dos tipos de regímenes de flujo que ocurren en las columnas de flotación que son:

**Burbujeante (homogéneo):** La velocidad superficial del gas es baja (menor a 5 cm/s) y luego pasa a ser moderada en la fase líquida continua, y el gas como una fase dispersa en la columna donde el tamaño de burbujas formado es uniforme (Kantarci et al., 2005; Schumpe & Grund, 1986). La naturaleza de la distribución de gas y las propiedades físicas del líquido deciden el tamaño de la formación de las burbujas de aire, en esta fase homogénea no hay coalescencia ni ruptura de burbujas su desplazamiento es vertical con menor oscilación transversal y axial. En definitiva, se puede apreciar una distribución uniforme de burbujas y una mezcla uniforme a través del área de la sección transversal; si se aumenta el caudal del aire la forma de las burbujas se alarga hasta que se rompen y forman una mezcla aleatoria y caótica, este patrón de flujo se define como flujo de rotación que es muy inestable y de naturaleza oscilatoria (Hyndman et al., 1997). En la **Figura 7** se puede apreciar una tendencia aproximada del régimen de flujo a diferentes diámetros de burbuja y velocidades superficiales del gas.

**Turbulento (heterogéneo):** Se desarrolla de una forma desordenada del sistema homogéneo gas-líquido debido al movimiento turbulento de la burbuja de gas y la recirculación del líquido y es probable que este régimen se produzca a una velocidad superficial del gas superior a 5 cm/s (Prakash et al., 2018). En esta condición de turbulencia la coalescencia de burbujas se produce debido al alto rendimiento del gas, lo que forma burbujas más grandes con un tiempo de residencia más corto y un patrón de flujo inestable en la columna; la impredecible distribución del tamaño de las burbujas es amplia en este régimen de flujo debido a la coalescencia y ruptura de las burbujas de gas que hace posible la mezcla de burbuja pequeña a grande que puede variar de milímetro a centímetro de diámetro, este tipo de régimen se presenta en columnas con gran diámetro.

Al aumentar el caudal de gas se tiene la formación de burbujas alargadas que tienen punta esférica y la cola cilíndrica su forma es similar a una bala axisimétrica, que se conoce como burbuja de Taylor o babosa de gas (Hyndman et al., 1997). En el slug-flow las burbujas de Taylor se desprenden mediante babosas líquidas, que pueden o no estar aireadas por lo que las condiciones que se presentan son inestables donde que el slug-flow se produce en una columna de diámetro pequeño con un caudal de gas elevado, la mezcla entre gas-líquido es complejo por el comportamiento del flujo que ocurre en la columna y esto influye en la eficiencia del proceso de flotación (Jena et al., 2008).



**Figura 7.** Esquema de régimen de flujo en distintos tamaños de burbuja y velocidad superficial de gas.

**Fuente:** (Deckwer et al., 1980).

La **Figura 7** muestra un esquema que permite caracterizar los diferentes regímenes de flujo en dos fases en la columna de flotación en función de la velocidad superficial del gas y el diámetro del reactor que son sin duda las principales influencias (Deckwer et al., 1980). Las diferentes transiciones entre los diferentes regímenes de flujo no son tan repentinos ni impredecibles; los límites exactos dependen además de la altura de dispersión, el rociador de gas, la velocidad del líquido y de las propiedades fisicoquímicas de la fase líquida de suspensión.

La transición entre el flujo homogéneo y heterogéneo generalmente se puede observar entre 0.05 a 0.07 m/s si el diámetro del reactor no es muy pequeño, para ciertos líquidos como el newtoniano y no newtoniano de alta viscosidad y si son de una o varias boquillas se aplican rociadores (diámetros de boquilla  $\geq 1$  mm), el comportamiento del flujo burbujeante puede llegar a no ser observable también se ha demostrado que el flujo es turbulento a pesar de tener bajas velocidades de gas (Deckwer et al., 1982).

#### **b. Retención de gas.**

Se expresa como la fracción de volumen ocupada por la fase gaseosa en el volumen total de la mezcla de las fases en la columna y depende del número de las burbujas que se generen, la velocidad de flujo local, la presencia de flujo retromezclado y la velocidad ascendente de las burbujas (Xia et al., 2011). Su interpretación al ser lo más preciso posible es decisivo a la hora del diseño, operación y ampliación de los sistemas de flotación en una amplia gama de aplicaciones industriales, es fundamental medir el perfil de retención de gas medio y radial, algunas técnicas útiles para su medición son descritas en (Prakash et al., 2018). Existe un cierto número de correlaciones empíricas propuestas por diferentes autores para predecir y calcular la retención de gas radial (**Tabla 4**) pero al conocer que un sistema de flotación como el DAF tiene un complejo comportamiento y al no disponer de una ecuación fundamental que permita interpretar el perfil radial de retención de gas no son universalmente aplicables tales correlaciones empíricas en todos los sistemas de flotación (salvo algunos) en el amplio rango de variable geométrica, variable cinemática y propiedad física del sistema.

**Tabla 4.** Correlaciones para la retención de gas según diferentes autores.

Correlación de retención de gas	Autor/es
$\varepsilon_g = 290.69xRe_g^{1.07} \left(\frac{d_b}{d_p}\right)^{-2.46} \left(\frac{\rho_p}{\rho_{sl}}\right)^{-11}$	(Shukla et al., 2010)
$\varepsilon_g = \left[ 2.2 [Fr^{1.07} Ar^{0.84} Eo^{0.19}] \left(\frac{d_s}{d_c}\right)^{1.16} \left(\frac{d_{pore}}{d_b}\right)^{2.86} \right]^{0.264}$	(Anastasiou et al., 2013)
$\varepsilon_g = 3.60x10^{-7} \left(\frac{\rho_l \mu_l d_c}{\mu_l}\right)^{1.09} \left(\frac{\mu_g}{\mu_l}\right)^{0.82} \left(\frac{P_r}{\rho_l \mu_l^2}\right)^{0.235} (\varepsilon_s^{-0.108})$	(Shyam Kumar & Khanna, 2014)
$\varepsilon_g = 0.085 \left(\frac{d_c}{h_r}\right)^{0.433} (Re_l)^{0.594} (1 - C_s)^{1.196}$	(Abdulrahman, 2016)
$\varepsilon_g = 244.6xRe_g^{-0.02} \left(\frac{\rho_p}{\rho_{sl}}\right)^{-0.2} \left(\frac{d_p}{d_b}\right)^{-0.02} \left(\frac{H}{d_c}\right)^{-0.3} \left(\frac{d_{pore}}{d_b}\right)^{2.25} \left(\frac{\mu_g}{\mu_{sl}}\right)^{-0.08} \left(\frac{C_s}{\rho_{sl}}\right)^{-0.008}$	(Bhunja et al., 2017)

(Prakash et al., 2018) recomienda un tamaño de burbuja muy pequeño para una alta retención de gas en el proceso de flotación que facilita la mejora en la eficiencia de interacción burbuja-partícula, el tiempo de inducción y la capacidad de carga. Se requiere de conocimiento sobre la variación radial y axial en la retención de gas que desempeñan un papel crucial en el diseño y análisis de los sistemas de flotación donde que la variación radial al retener gas causa un aumento en la fluctuación de presión debido a que tiene lugar la recirculación del líquido que dirige la velocidad de mezcla y eficiencia del transporte.

### c. Caída de presión

La diferencia de presión entre dos puntos separados de la red de transporte de fluidos se denomina caída de presión y es determinante al momento de estimar la energía de flujo de transporte de fluidos en un sistema multifásico, sin duda proporciona el patrón de disipación de energía que ayuda a modelar y evaluar el desempeño del sistema (Majumber , 2016).

La principal causa de la caída de presión son las fuerzas de fricción que se deben a la resistencia de flujo, cambio en la elevación del flujo, turbulencia generada por cambios bruscos en la dirección del movimiento del fluido y fricción dentro de la columna, mientras que la resistencia de flujo es causado por la velocidad del fluido, viscosidad, rugosidad de la superficie (fricción entre el fluido y la pared de la columna), curvatura, convergencia (contracción repentina) y divergencia (aumento repentino) y fricción entre capas adyacentes de fluido; una alta tasa de flujo o alta viscosidad conduce a una mayor caída de presión y si se tiene baja tasa de flujo disminuye o no hay caída de presión entonces la retención de gas aumenta a medida que aumenta la densidad del gas (Öztürk et al., 1987). La caída de presión total ( $\Delta P_{TP}$ ) en el sistema según (Majumber , 2016) se describe según la ecuación 10:

$$\Delta P_{TP} = \Delta P_{TP} = \Delta P_{fTP} + \Delta P_h + \Delta P_a \quad (10)$$

Donde  $\Delta P_{fTP}$  es la suma de las tres caídas de presión por fricción,  $\Delta P_h$  la caída hidrostática y  $\Delta P_a$  la caída por la aceleración;  $\Delta P_h$  depende de la densidad del sistema bifásico o trifásico y la altura de la mezcla gas-líquido-sólido que se representa en la ecuación 11:

$$\Delta P_h = \rho_m g h_m \quad (11)$$

Donde  $\rho_m$  es la densidad de la mezcla de fases,  $h_m$  es la altura vertical de la mezcla de dos o tres fases. La caída de presión debida a la aceleración puede despreciarse en comparación con la caída de presión total en un tubo de sección transversal uniforme y también en condición adiabática (Majumber, 2016). La caída de presión en fricción trifásica basada en la velocidad superficial del gas en la columna se puede definir en la ecuación 12:

$$\Delta P_{f,three-phase} = \frac{2f_{three-phase} \rho_m u_{sg}^2 h_m}{d_c} \quad (12)$$

Donde  $f_{three-phase}$  es el factor de fricción trifásico  $\rho_m$  es la densidad trifásica  $u_{sg}^2$  es la velocidad trifásica y  $h_m$  es la altura vertical de la mezcla de tres fases.

#### **d. Tamaño de burbuja y su distribución**

El área interfacial disponible para la adhesión de partículas caracteriza la eficiencia de remoción del sistema que ayuda en el diseño y ampliación de la columna de flotación (Gorain et al., 1995); el área interfacial afecta directamente a la constante de velocidad de flotación y depende del tamaño de burbuja, retención de gas, velocidad superficial de gas, diseño del rociador o distribuidor del gas en el sistema, propiedades de las fases y geometría de la columna (Gomez & Finch, 2007). La retención de gas y el tamaño medio de las burbujas depende de las propiedades fisicoquímicas del sistema y del tipo de distribuidor de gas empleado (Camarasa et al., 1999).

La forma de las burbujas está determinada por la velocidad de ascenso y por lo tanto el tamaño (diámetro), se caracterizan por ser llamadas microburbujas de no más de 20-120 micrómetros que se elevan como esferas rígidas, en el modelado DAF se utilizan este tipo de burbujas aunque hay que considerar algunos valores de propiedades fisicoquímicas tanto para burbujas y partículas según sea el caso (Edzwald, 2010). Hasta la actualidad es considerado una de las propiedades más importantes a considerar en el proceso DAF ya que afecta directamente en el rendimiento de colisiones, la unión de burbujas a partículas y en la velocidad ascensional (Kyzas et al., 2019).

Las burbujas se forman a partir de la cavitación de caída de presión en algún dispositivo (boquillas o válvulas implementado en pruebas) o dispositivo de inyección. Las burbujas primero forman núcleos y luego crecen. El diámetro crítico de las mismas se calculan a partir de la ecuación 13.

$$d_{cd} = \frac{4\sigma}{\Delta P} \quad (13)$$

Donde:

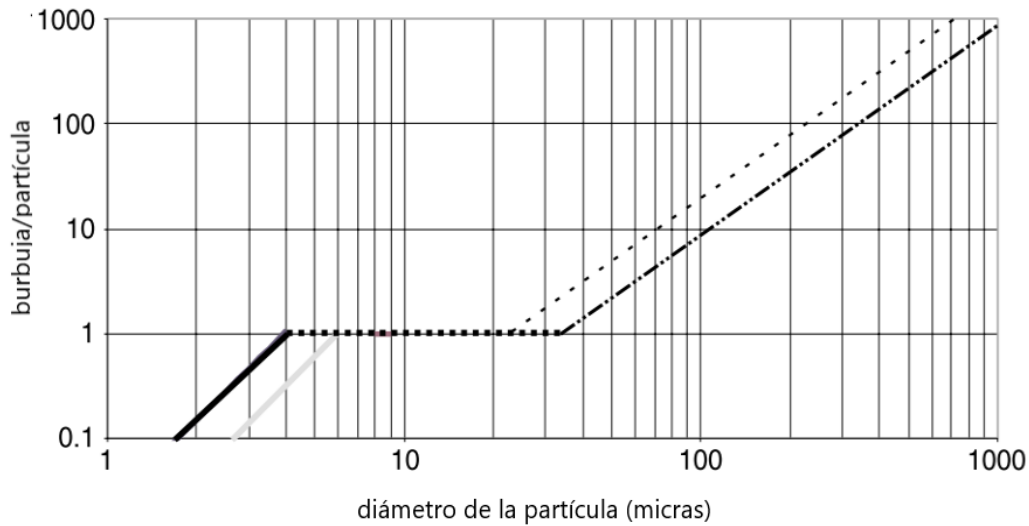
$d_{cd}$  : diámetro crítico de la burbuja ( $\mu m$ ).

$\sigma$  : tensión superficial del agua (valor adimensional)

$\Delta P$  : es la presión diferencial a través del dispositivo como la boquilla (psi o atm),

**Interacciones entre burbuja-partícula suspendida:** Existen cuatro fuerzas que afectan la interacción burbuja-partícula suspendida: London-van der Waalls, Interacción electrostática, Hidrofóbica y Retardo hidrodinámico, estas fuerzas y la interacción sería útil para explicar la estabilidad del tamaño de las burbujas y cualquier tendencia a la coalescencia. Algunos autores mencionan que la fuerza Van der Waalls como fuerza atractiva en la interacción pero otros autores la describen como repulsiva (Edzwald, 2010).

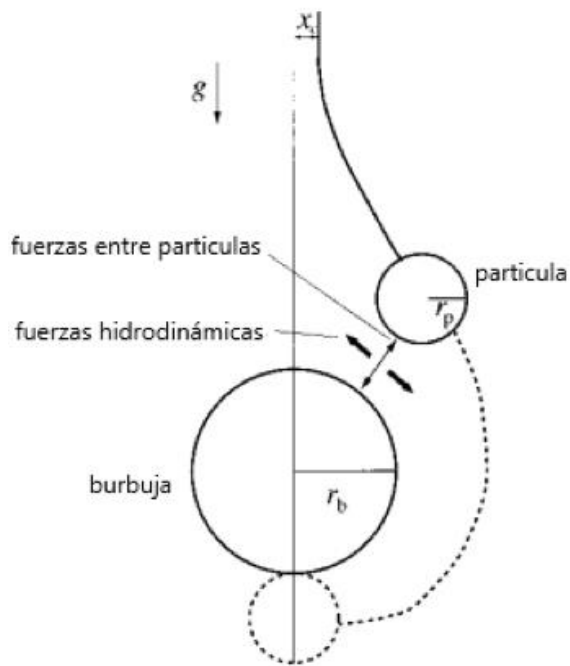
En los equipos DAF se puede unir al menos una burbuja a una partícula suspendida, incluso si una partícula es mucho más pequeña que una burbuja de gas (Ives, 1995), en la **Figura 8** se puede ver una tendencia del número de burbujas por partícula; lo elemental en la flotación es que ocurra la unión exitosa de partículas y burbujas formando así un aglomerado. La **Figura 9** muestra la interacción entre el supuesto de una burbuja ascendente y partícula descendente. Al tener partículas más grandes el área de su superficie limita el número de burbujas que se pueden adherir; el número máximo de burbujas que se pueden adherir a partículas se estima al deducir que cada burbuja ocupa un cuadrado  $d_b \times d_b$  en la superficie de la partícula (Leppinen, 2000).



**Figura 8.** Número de burbujas por cada partícula suspendida para tamaños de burbuja de 40 y 60  $\mu\text{m}$  respectivamente, basado en una relación de aire/sólidos de 1 y un factor de empaquetamiento de 1.

**Fuente:** (Haarhoff & Edzwald, 2001).

En la **Figura 8** se muestra la interacción entre  $N_{max}$  (número máximo de burbujas por partícula) y  $N_{disponible}$  (número disponible de burbujas por partícula) donde se tiene que considerar tres regiones. A la izquierda, se encuentra más partículas pequeñas que burbujas de aire, en el centro se da un número de burbujas adecuadas para permitir la unión de una burbuja a cada partícula y, en la parte derecha el área de superficie disponible de la partícula controla el número de burbujas adheridas a cada partícula (Haarhoff & Edzwald, 2001).



**Figura 9.** Aproximación de una burbuja que va en dirección ascendente y una partícula en dirección descendente que indica la influencia de fuerzas hidrodinámicas y fuerzas entre partículas.

**Fuente:** (Leppinen, 2000).

En la **Figura 9** la trayectoria de burbujas es vertical según la dirección que estén destinadas a recorrer en el columna de flotación esto debido a la fuerza de gravedad, pero al tener distancias de separación más cortas las fuerzas hidrodinámicas hacen que la burbuja y la partícula se alejen horizontalmente una de la otra, al tener lugar las fuerzas hidrodinámicas intentan hacer un cierto empuje fuera del espacio entre las burbuja y la partícula, y las fuerzas aumentan a medida que disminuye el tamaño del espacio (Leppinen, 2000). En estudios experimentales se demostró que las trayectorias relativas de las partículas alrededor de las burbujas están influenciadas tanto por las fuerzas de Van der Waalls como por las fuerzas electrostáticas y también se ha demostrado que las tasas de eliminación por flotación dependen en gran medida de las propiedades eléctricas de las superficies de partículas y burbujas (Collins & Jameson, 1977; Okada et al., 1990).

Las burbujas al tener un tamaño más pequeño dan mejores posibilidades de que se pueda llegar a tener resultados más alentadores en el proceso de eficiencia de remoción de contaminantes debido a que se tiene una mayor transferencia de masa en la interfaz gas-líquido, la probabilidad de colisión burbuja-partícula disminuye con un aumento en el tamaño de burbuja que resulta una disminución en la remoción (Prakash et al., 2018; Wang et al., 2018).

### Zona interfacial

Es uno de los parámetros más importantes para reactores multifásicos y el conocimiento del área interfacial gas-líquido es esencial para el diseño y la ampliación del sistema multifásico; depende de la geometría, las condiciones de funcionamiento, las propiedades de fase, retención de gas, distribución y tamaño de las burbujas (Besagni et al., 2018; Ghiassi et al., 2012).

### e. Capacidad de carga

Se define como la capacidad máxima de la burbuja de gas para transportar partículas sólidas o la capacidad de eliminación de sólidos por la burbuja de gas en la columna de flotación (Flint & Burstein, 2000). A medida que comienza la carga de burbujas, el tiempo de contacto disminuye debido a la reducción de la trayectoria de las partículas a lo largo de la superficie libre de la burbuja, la tasa de recolección de sólidos por la burbuja de gas disminuye mientras se incrementa la carga de sólidos por la burbuja de gas. La capacidad de carga de la burbuja de menor tamaño es mayor que la de mayor tamaño cuando la columna se opera a un caudal de gas constante (Flint & Burstein, 2000; Gorain et al., 1995; Pérez-Garibay et al., 2014). El grado de capacidad de carga está controlado por la disponibilidad de la superficie total, una correlación propuesta por (Princen & Peplinski, 1964) ayuda a para predecir la capacidad de carga de la burbuja de gas se muestra en la ecuación 14:

$$\beta_1 = 4.84\pi\rho_p (r_b + r_p)^2 r \quad (14)$$

Donde  $\beta_1$  denota carga de burbujas,  $r_b$  es el radio de la burbuja,  $r_p$  es el radio de la partícula,  $\rho_p$  es la densidad de las partículas. Mientras (Li et al., 2004) indica que la carga de la burbuja se puede determinar a partir de la cobertura de la superficie de la burbuja (ecuación 15), que se expresa como:

$$\beta_1 = K_1\pi d_p \rho_p / d_b \quad (15)$$

Donde  $K_1$  es la fracción de la superficie ocupada,  $d_p$  diámetro de la partícula,  $d_b$  diámetro de la burbuja. Según la carga de burbujas se puede demostrar como la relación entre la masa de las partículas sólidas recolectadas y la superficie total de las partículas (ecuación 16), que se expresa como:

$$\beta_1 = \frac{m_{cl}}{(v_{cl}/v_b)A_b} \quad (16)$$

Donde  $m_{cl}$  es la masa de las partículas cargadas,  $v_b$  es el volumen de una sola burbuja,  $v_{cl}$  es el volumen total de la burbuja recogida. La capacidad de carga se puede normalizar por unidad de longitud ( $C_L$ ) por unidad de área ( $C_A$ ) y por unidad de volumen de gas ( $C_G$ ), la columna de flotación generalmente opera al 60% de su capacidad máxima de carga (Ityokumbul & Trubelja, 1998).

### f. Características de mezcla

La mezcla y la dispersión en la columna de flotación se debe a la recirculación y turbulencia de las burbujas y el movimiento de la lechada de alimentación, la mezcla afecta a la suspensión de partículas, a la generación de burbujas finas y a la dispersión por lo que se produce una colisión entre burbujas y partículas (Yianatos et al., 2005). Las características de mezcla y dispersión es también considerado un parámetro importante en el diseño y ampliación de las columnas de flotación (Mankosa et al., 1992). El grado de mezcla se puede estimar mediante la técnica de distribución del tiempo de residencia (RTD), la variación de retención de gas radial o axialmente provoca una variación de presión por lo que es responsable de la circulación de líquido y retromezclado de las fases (Majumber , 2016).

En un estudio realizado por (Mills & Yiantos , 1992) se analizó las características de mezcla de una columna de flotación utilizando la técnica de RTD se logró determinar que el modelo de dispersión axial es superior a otros modelos que tratan con un diámetro de columna de 10 a 150 cm, entonces se asume que el modelo de dispersión axial controla la estructura de flujo.

El coeficiente de dispersión de sólidos es mayor que el coeficiente de dispersión de líquidos, la dispersión de sólidos aumenta con el aumento de la carga de partículas en la columna de ensayo de laboratorio, pero no varía en la columna grande (Mills & Yianatos , 1992). El rendimiento de la celda de flotación al estar dispuesto en serie para un funcionamiento continuo según (Yianatos et al., 2001) se puede modelar utilizando  $N$  mezclador perfecto en serie por RTD como se presenta en la ecuación 17:

$$E(t) = \frac{t^{N-1} e^{-tN/\tau}}{\frac{\tau^N}{N} (N-1)!} \quad (17)$$

Donde  $E(t)$  es la función RTD,  $N$  es el número de celdas mecánicas,  $\tau$  es el tiempo medio de residencia y  $t$  es el tiempo. El tamaño de la burbuja y el número de burbujas, la velocidad de la lechada, la velocidad de sedimentación de las partículas, la altura de la zona de recolección y el diámetro de la columna influyen en el número de dispersión (Flint & Burstein, 2000). La intensidad de la mezcla axial aumenta con el aumento del diámetro de la columna y la mezcla de fases dentro de la columna de flotación afecta significativamente el proceso de adhesión de partículas de burbujas y desprendimiento de partículas de burbujas; el estudio de las características de mezcla ayuda a optimizar y diseñar la columna de flotación (Baird & Rice, 1975; Gharai & Venugopal, 2016).

## 2.5. Pruebas experimentales DAF en efluentes industriales.

### 2.5.1. Unidades de flotación por aire disuelto utilizado en laboratorios.

Según literatura revisada, se viene haciendo el trabajo de la flotación por aire disuelto de pruebas experimentales en laboratorio o también llamado pruebas a escala de banco, donde el equipo DAF consta de dos cilindros o tanques (equipo por lotes) que básicamente es similar a la **Figura 3** (Bennett & Peters, 1988; Puget et al., 2004; Wood & Dick, 1973). Hasta la actualidad en mayor de los casos se emplea de esta forma una unidad DAF, en la **Tabla 5** se explica de manera amplia los estudios que se hicieron a lo largo de los años en diferentes efluentes industriales incluyendo los efluentes lácteos.

**Tabla 5.** Sistema DAF empleado para pruebas de laboratorio en diferentes efluentes industriales.

N°	Tipo de efluente tratado	Resultados de su aplicación	Parámetros de Operación	Autor/es
1	De una refinería de petróleo	<p>La técnica de flotación es una técnica prometedora para eliminar compuestos de hidrocarburos u otros contaminantes a concentraciones bajas o eliminarlas por completo.</p> <p>Se obtuvo reducciones muy significativas de: turbidez (94,4%), hidrocarburos (entre 79 y 98%), AyG (95%), DQO (85%) fenoles y SST (96,5%), El pH ideal para eliminar la turbidez del agua residual fue entre 5,9-6,2.</p> <p>Se comprueba que para tratar el agua residual de refinería de petróleo no solo es necesario lo que comúnmente se utiliza, que es un separador de aceite por gravedad (API) sino que, se debería emplear un sistema DAF para poder eliminar altos niveles de aceite.</p>	<p><math>p</math> : 58.78            Coagulante: 4.3 mg <math>Al_2(SO_4)_3/l</math>  <math>A/S</math> : 0.001  <math>\theta_f</math>: 7 min</p>	(Moursy & Abo El-Ela, 1982)
2	De uso doméstico	<p>La unidad de flotación es eficaz para poder tratar las aguas residuales domésticas, se obtuvo remociones de SST de 42% siendo mejor que un sedimentador primario que está en un orden de 30%, además se eliminó un 43% de AyG y DQO. El pH presento pequeñas variaciones entre 7,8-8,4</p> <p>Al aumentar el suministro de presión de 40 a 61 psi se tuvo un cambio irregular haciendo que la eficiencia al remover material contaminante sea menor. Se recomienda tener valores A/S muy bajos para poder alcanzar una buena distribución en el tamaño de las burbujas de aire que se adhieren a las partículas en suspensión, esto con el fin de que se tenga una alta eliminación del contaminante.</p>	<p><math>p</math> :40 a 61  <math>A/S</math> : 0.06  <math>R</math>: 50%  <math>C_H</math>: 477.8 <math>m^3/m^2, d</math>  <math>T</math> : 34°C  <math>Q_a</math>=796 L/h  <math>\theta_f</math>: 15 min            Carga de sólidos: 1.25 - 3,60 <math>kg/m^2h</math></p>	(Trujillo & Herrera, 1995)

3	<b>De una planta de lixiviación/precipitación de cobre</b>	La flotación de precipitados utilizando un equipo de flotación por aire disuelto es posible la eliminación de metales pesados de efluentes industriales, en este caso se obtuvo la remoción de 99,1% de cobre (Cu) y 99,4% de hierro (Fe).	<p><math>p</math> : 73.50  <math>pH</math>: 7.5  Coagulante: 20 mg <math>C_{12}H_{25}N_aO_4S/l</math>  <math>\theta_f</math> : 15 min</p>	(Pavez et al., 1998)
4	<b>Con contenido de microalgas</b>	El sistema DAF empleado en este estudio permite eliminar un 99% de microalgas de aguas servidas tratadas por lagunas de estabilización, las lagunas no tienen la capacidad suficiente de eliminar microalgas, bacterias aeróbicas y otras partículas que son fuente principal de sólidos suspendidos. El sistema DAF permite eliminar esos contaminantes para un posterior riego tecnificado adecuado, además el residuo final tratado puede ser acondicionado en suelos por lo que presenta un beneficio no valorizado.	<p><math>p</math> : 51.4  <math>pH</math>: 6-7  <math>A/S</math> : 0,04  <math>T</math> : 20°C  Coagulante: 17 - 20 mg <math>Al_2(SO_4)_3/l</math>  Solubilidad del aire: 24,1 mg/l  <math>C_H</math>: 6 <math>m^3/m^2h</math>  <math>\theta_f</math> : 20 min</p>	(Cáceres et al., 1999)
5	<b>Proveniente de efluentes de harina de pescado</b>	Los resultados experimentales muestran la eficiencia del sistema DAF para la separación de $SST$ (60%), $DBO$ (66%) y $AyG$ (98%) a través del estudio de variables de operación.	<p><math>p</math> : 36.74  <math>A/S</math> : 0.029  <math>C_H</math>: 4,4 <math>m^3/m^2, d</math>  Coagulante: 50 mg <math>Al_2(SO_4)_3/l</math>  <math>\theta_f</math> : 4-12min  <math>R</math>: 100%</p>	(Salas-Colotta, 2003)
6	<b>De una industria textilera</b>	Se comprueba que el sistema es eficiente en eliminar un 88% de $SST$ , Se pone en manifiesto que, con los resultados obtenidos mediante el uso eficiente de DAF se tiene una ligera ventaja sobre los sedimentadores convencionales al constatar el tiempo de residencia y el espacio que ocupa la instalación.	<p><math>A/S</math> : 0.03  <math>T</math> : 20°C  <math>pH</math>: 7  Coagulante: 150 mg <math>Al_2(SO_4)_3/l</math>  <math>C_H</math>: 3 <math>m^3/m^2h</math>  <math>TRH</math> : 7min  <math>R</math>: 55%</p>	(Salas-Colotta, 2004)

	El sistema de flotación por lotes (utilizado en laboratorio) muestra una remoción de material suspendido total del 90%, El estudio, tanto a nivel experimental como de simulación indica una concordancia satisfactoria en los resultados obtenidos.	<p><math>p</math> : 58.78  <math>d_0</math>: 45 <math>\mu</math>m  <math>pH</math>: 4.6  <math>\theta_f</math> : 20min  Coagulante: 10 mg HCl  <math>R</math>: 25% (Couto et al., 2004),</p>
7	<b>De industrias lácteas</b>	
	El sistema propuesto permite obtener porcentaje de remoción de: 91,2% de AyG, 88,6% de SST y un 62,5% de la DQO.	<p><math>p</math> : 50  <math>A/S</math> : 0.021  <math>T</math>: 29,25°C  <math>pH</math>: 5.98  <math>\theta_f</math>: 15 min  Coagulante: 50 mg <math>Al_2(SO_4)_3/l</math> (Aguilar, 2014)  <math>R</math>: 40%</p>
8	<b>De matadero de ganado</b>	
	El proceso permite reducir la carga contaminante de estos efluentes generados, se tiene la reducción de DBO en 80%, DQO en 75% y AyG un 95%, Se pone énfasis que se tendría que hacer una recogida apropiada de la sangre ya que, se denomina un subproducto no valorado y resulta perjudicial su vertido directamente a un cuerpo de agua,	<p><math>A/S</math> : 0.0035  <math>pH</math>: 7,2 (Salas &amp; Condorhuamán, 2008),  <math>T</math>: 20°C  Coagulante: 50 mg <math>Al_2(SO_4)_3/l</math>  <math>R</math>: 100%</p>
9	<b>De lixivado de relleno sanitario</b>	
	Los ensayos de flotación realizados en laboratorio demuestran una alta remoción de metales pesados en especial de plomo (Pb) 90,1%, cadmio (Cd) 84,6% y zinc (Zn) 52,1%. Mientras que en SST fue de 38,5% y para la DQO de 36,8%, esto se obtuvo realizando el proceso de coagulación-floculación	<p><math>p</math>: 42.61 (Méndez-Noveler et al., 2008),  <math>pH</math>: 1- 2  <math>T</math>: 28.7°C  Coagulante: 300 mg <math>F_2Cl_3/l</math></p>

10	<b>De una industria manufacturera</b>	El sistema además de ser sencillo demuestra que se puede alcanzar una eficiencia de remoción de 65% <i>SST</i> y un 70% de AyG. El uso de coagulante no incidió de manera significativa en este tipo de efluentes.	<p><i>p</i>: 40  <i>A/S</i> : 0.042  <i>pH</i> : 7,40  <i>Q<sub>a</sub></i>: 0.032 m3/min  <i>C<sub>H</sub></i>: 0.02 m3/m2,h  <i>θ<sub>f</sub></i>: 20 min</p>	(Maria & Graterol, 2015),
11	<b>De una industria avícola</b>	Las pruebas realizadas con DAF llega a remover entre 87-97% de AyG, 41% de la DQO y 47% de <i>SST</i> , esto al seleccionar adecuadas condiciones de operación evaluadas en laboratorio y sin adición de ningún tipo de coagulante.	<p><i>p</i>: 39.67 a 50  <i>T</i>: 22.8°C  <i>pH</i>: 6.8  <i>R</i>: 20% - 30%</p>	(Sánchez et al., 2017),
12	<b>De una industria de baterías</b>	Se realizaron pruebas de remoción de Pb usando un colector xantato y se determinó resultados alentadores de remoción de más de 87% de este contaminante en este tipo de efluente, El tamaño de xantato afecto directamente la eficiencia del DAF, se tuvo una mayor remoción (96,8%) con el xantato etílico.	<p><i>p</i>: 66.13  <i>pH</i>: 6.5  <i>θ<sub>f</sub></i>:10 min</p>	(Mora-Abril et al., 2018),
13	<b>De aguas oleosas de refinería de petróleo</b>	Se llegó a disminuir la carga contaminante de este tipo de aguas, alcanzado a remover un 93% de materia suspendida, un 95% de hidrocarburos totales y un 98% de turbidez.	<p><i>p</i>: 72.45  <i>A/S</i>: 0.101  <i>T</i>: 21,5 °C  Coagulante:3  <i>mg Al<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>/l</i>  <i>pH</i>: 8  <i>θ<sub>f</sub></i>: 20 min  <i>R</i>: 30%</p>	(Díaz-Díaz et al., 2018),

---

**AyG**: aceites y grasas; **p**: presión en psi; **Al<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>**: sulfato de aluminio; **SST**: sólidos suspendidos totales; **A/S**: Relación aire-sólidos; **C<sub>H</sub>**: carga hidráulica; **T**: Temperatura del agua residual; **Q<sub>a</sub>**: caudal de alimentación; **C<sub>12H<sub>25</sub>N<sub>a</sub>O<sub>4</sub>S</sub>**: Dodecil sulfato de sodio; **db**: diámetro de burbuja de aire en micras; **HCL**: cloruro de hidrógeno; **F<sub>e</sub>Cl<sub>3</sub>**: Cloruro férrico; **Pb**: Plomo; **θ<sub>f</sub>**: tiempo de retención en la columna de flotación.

---

Con el sistema DAF se puede alcanzar una tasa de remoción entre 60 a 90% de SST, AyG, y otros contaminantes como se detalla en la **Tabla 5**, los parámetros de operación que deben ser considerados en el proceso de flotación es el suministro de aire adecuado ( $p$ ) que se encuentra entre 36.73 a 73.48 psi, y específicamente para industrias lácteas objeto de esta investigación se encuentra entre 50 y 58.78 psi, esto con el fin de obtener una buena saturación del tipo de efluente a tratar, el tiempo de retención ( $\theta_f$ ) en la celda o tanque de flotación se encuentra entre 15-30 minutos para el proceso de separación de partículas suspendidas y conseguir la eliminación de los contaminantes. El parámetro A/S (relación aire-sólido) es importante analizar, se encuentra entre 0.001-0.101; para los efluentes lácteos es de 0.021 esto se interpreta como un valor bajo, que indica que no se tiene un consumo excesivo en cuanto al consumo de energía.

## **2.6. Simulación computacional de fluidos**

### **2.6.1. Generalidades de la simulación por computadora**

La tecnología ha estado en desarrollo constante permitiendo que el internet y las computadoras personales se extienda por el lugar de trabajo, el hogar, en los dispositivos móviles, etc. Por ende, el hardware informático sigue acrecentando su capacidad para procesar información a un ritmo sorprendente usando arquitecturas modernas de computadoras paralelas, con un almacenamiento de datos muy adecuado para los investigadores y público en general.

La simulación por computadora es considerada por algunos una “tercera metodología” de la investigación científica para la resolución de problemas, este método ha ido ejerciendo un alto impacto en todos los campos de la ciencia, que tiene carácter complementario y alternativo a los modos convencionales de hacer ciencia en estudios teóricos y experimentales (William J & Larry L, 1993). La simulación computacional es posible llevar a cabo tanto como en supercomputadoras continentales como en computadores portátiles aunque se debe cumplir con ciertos requisitos de sistema para obtener buenos resultados a un tiempo pertinente, esto es debido a los costos relativos de la memoria en acceso rápido y lento que se organiza en una jerarquía de memoria llamada *caché* que se localiza cerca de la unidad de procesamiento (Shalf & Leland, 2015).

El objetivo principal de la simulación por computadora es utilizar un modelo matemático, en lugar de un modelo físico que permite al investigador, profesional y/o estudiante de pregrado o posgrado analizar la mayor cantidad de opciones para resolver un problema sin ningún costo o riesgo al que estaría asociado normalmente. Han pasado alrededor de 60 años que se llevó a cabo la primera simulación por computadora de un líquido como herramienta para tratar sistemas de muchos cuerpos en los “Alamos National Laboratories” ubicado en los Estados Unidos (Metropolis et al., 1953), aquella computadora de los Alamos era considerada la más sofisticada en ese tiempo. Al pasar los años se fueron obteniendo resultados muy alentadores, la credibilidad de hacer simulación computacional empezó en el estudio de líquidos ampliándose en otros temas como: relatividad general, física nuclear, dinámica o mecánica de fluidos computacional (CFD), entre otros (Gutiérrez, 2001).

### **2.6.2. Generalidades de Computational Fluid Dynamics (CFD),**

#### **a. Antecedentes**

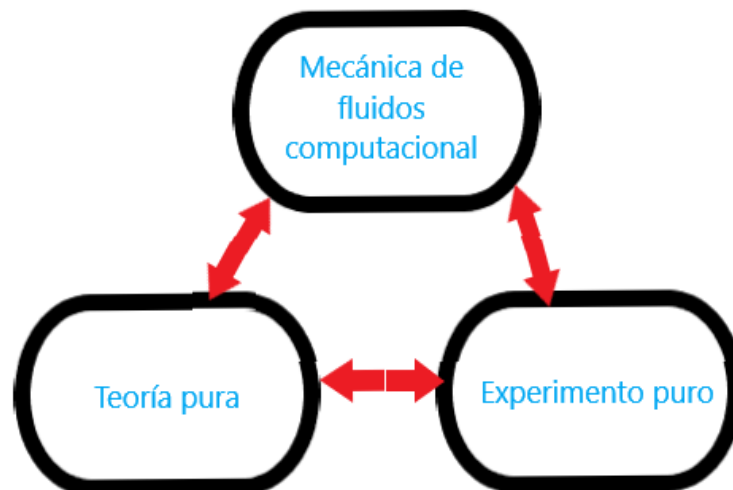
El estado líquido de la materia tiene una larga e interesante historia tanto en lo teórico y experimental. Desde los antecedentes del movimiento browniano hasta los más recientes experimentos que tratan de explicar y dar una explicación próxima a la realidad del movimiento de fluidos en el medio. Por una parte, los estudios teóricos intentan construir y determinar modelos simples y complejos de cómo se comportan los fluidos, mientras que, los estudios

experimentales han trabajado arduamente para la comprensión de la estructura y la dinámica de las partículas que caracterizan a los fluidos (Allen & Tildesley, 2017).

La primera aplicación CFD fue el trabajo de Kopal quien en 1947 llevó a cabo las soluciones en una computadora digital primitiva en el Instituto de Tecnología de Massachusetts, el trabajo que realizó fue compilar tablas masivas de flujo supersónico sobre conos afilados resolviendo ecuaciones diferenciales de Taylor-Maccoll (Anderson et al., 2009).

En la década de 1960 se presentan soluciones muy importantes en la dinámica de fluidos computacionales (CFD) impulsado por el advenimiento de computadoras eficientes y de alta velocidad, donde surge la necesidad de resolver el problema de un cuerpo de entrada con una velocidad y temperatura determinada; al intentar establecer temperaturas altas se requirió la inclusión de energías vibratorias y reacciones químicas en los problemas de flujo con un ajustado equilibrio. Estos fenómenos físicos como varios que se estudiaron no se pueden resolver analíticamente, incluso para geometrías que puedan ser vistas como simples por ello las resoluciones numéricas que están presentes en una computadora sofisticada era una necesidad indiscutible, la primera generación en optar por el uso CFD fue para describir cálculos dinámicos de gases a altas temperaturas (Blottner, 1964; Fay & Riddell, 1958).

Los CFD poco a poco se fue convirtiendo en una herramienta de alto valor y tan popular en los estudios de ingeniería que se ocupa desde la investigación básica hasta el diseño de ingeniería, no solo es considerada como una tercera metodología, sino que se da el mismo nivel, importancia y significancia que las dos primeras metodologías: teoría y práctica (ver **Figura 10**). El desarrollo de CFD viene dado por las computadoras digitales que cada vez son más modernas donde se manipula iteraciones muy extensas de miles o millones de números que se vuelve una tarea imposible realizarla sin una computadora, entonces es importante considerar el almacenamiento y ejecución de un hardware informático.



**Figura 10.** Relación entre la teoría pura, experimento puro y CFD.

**Fuente:** (Anderson et al., 2009).

### **b. ¿Qué es CFD?**

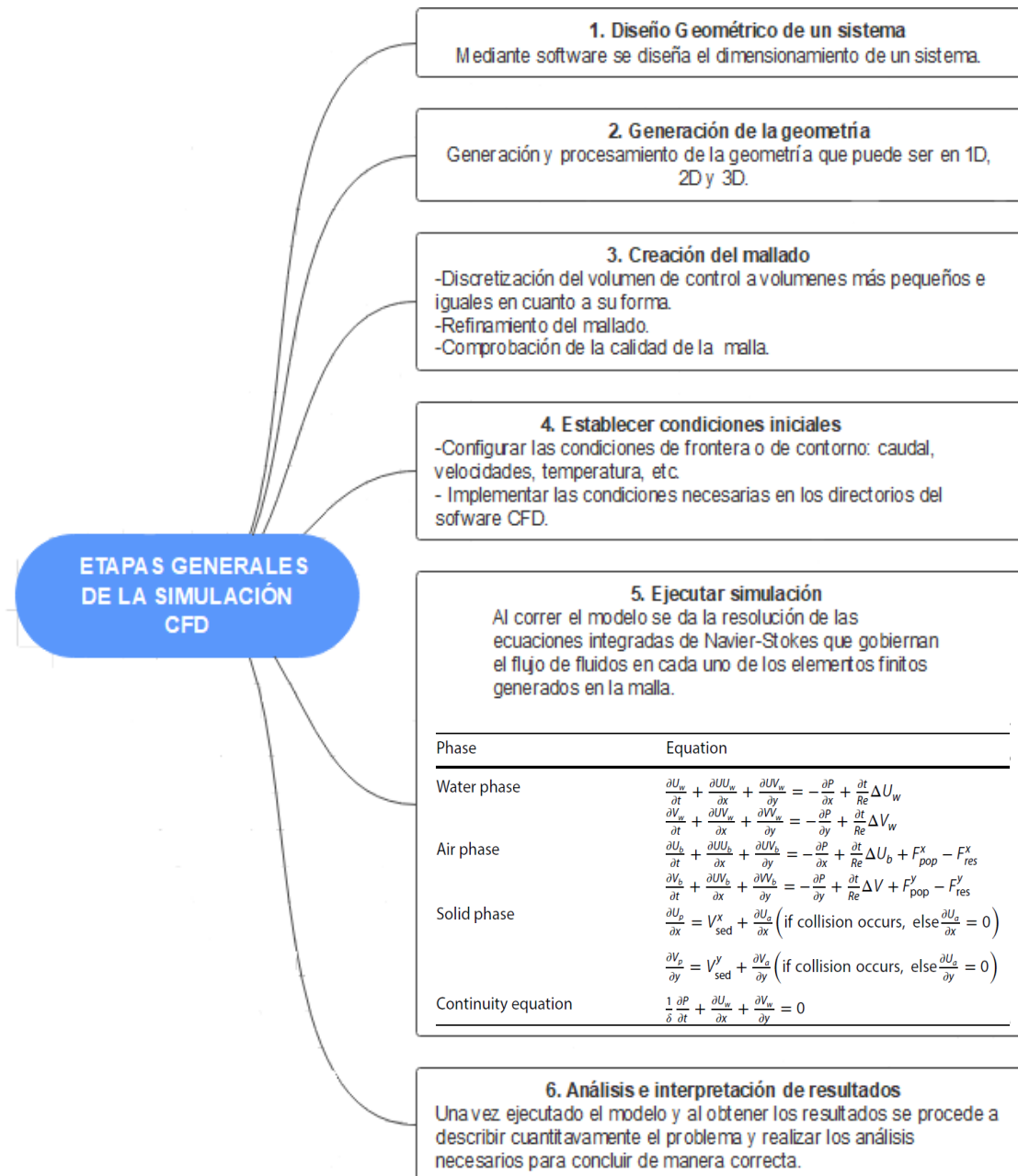
Es considerada una rama de la mecánica de fluidos en donde se utiliza algoritmos basados en métodos numéricos para la resolución de ecuaciones que gobiernan el movimiento (flujo) de fluidos que permiten analizar de manera cualitativa y cuantitativa el comportamiento de fluidos (Ramírez-Ruiz, 2020). Dichos fluidos según (Anderson et al., 2009) se rigen a tres principios fundamentales:

1. Al principio de continuidad, que hace referencia a la conservación de la masa.
2. A la segunda ley de Newton, que trata de la conservación de la cantidad de movimiento.
3. A la primera ley de la termodinámica, que se relaciona con la conservación de la energía.

Estos principios se expresan en términos de ecuaciones diferenciales parciales que no tienen una solución analítica por ello es necesario emplear esquemas numéricos (Samstag et al., 2016), donde el dominio de fluidos se discretiza en un esquema de cuadrícula o malla, para alcanzar una posible solución ante el tipo de problema a resolver que en su mayoría son casi siempre en análisis multidimensionales de 2D o 3D (Alvarado et al., 2012). El producto final de CFD se hace en base a una colección (manipulación y solución) de números en contraste con una solución analítica de forma cerrada, el objetivo principal en los análisis de ingeniería es describir cuantitativamente el problema, es decir con números.

### ***c. Etapas generales de la simulación numérica CFD***

Las etapas típicas en una modelación numérica CFD ya sea en dimensiones 1D, 2D o 3D se puede ver detallado su proceso paso a paso en la **Figura 11**. Al ser un modelo dimensional de menor orden la simulación se podrá desarrollar más rápido, aunque esto puede presentar inconsistencias como problemas en cuanto a precisión u obtener resultados poco confiables, lo recomendable es usar un modelo 2D o 3D.



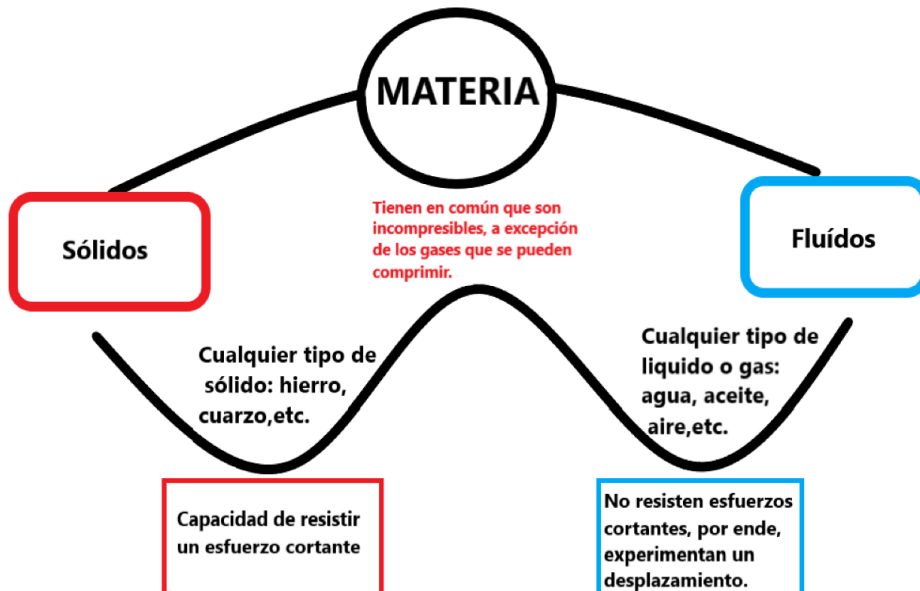
**Figura 11.** Etapas generales de la modelación numérica CFD.

**Fuente:** Adaptado de (Berrones & Quilligana, 2017; Rybachuk & Jodłowski, 2019).

### 2.6.3. Descripción teórica y matemática de la dinámica de fluidos.

La rama de la mecánica es la ciencia más antigua, que al referirse a la subcategoría de mecánica de fluidos se define como la ciencia que estudia el comportamiento de fluidos en reposo llamado **estática de fluidos** mientras que si se trata de fluidos en movimiento se denomina **dinámica de fluidos** (Cimbala & Cengel, 2006). Aunque la mecánica de fluidos se divide en algunas categorías, la tecnología CFD parte de la hidrodinámica que trata de movimiento de fluidos comprensibles e incomprensibles como lo es el agua y otros gases como aire, metano, entre otros. Aunque esto no impide que pueda ser aplicado a otras categorías como: dinámica de gases, hidráulica, etc.

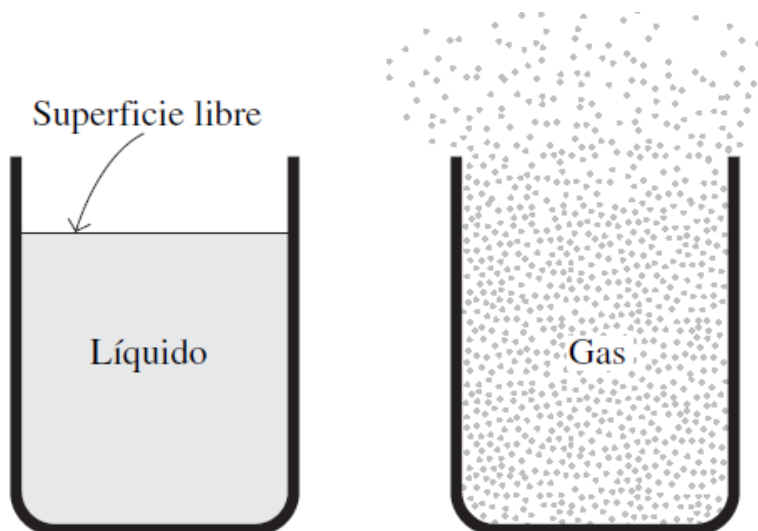
A la hora de poder experimentar y resolver problemas implementando CFD es fundamental definir un número de fases que son el objeto de estudio para llegar a la solución de un problema, pero primero es importante saber que es un fluido. Según (White, 2006) la materia puede presentarse únicamente como: sólido o fluido es así que la **Figura 12** considera esta clasificación con su respectiva distinción.



**Figura 12.** La clasificación de la materia según la mecánica de fluidos.

**Fuente:** (Darmawan, 2017; White, 2006).

En definitiva, un fluido no resiste la aplicación de un esfuerzo cortante ya que lo pondría en movimiento y a diferencia de los sólidos no tienen una forma definida; los gases son fluidos que llenan en su totalidad sus dominios en el caso de los líquidos forman una superficie libre en presencia de un campo gravitacional y asumen la forma del medio que lo contiene como se muestra en la **Figura 13** (Hauke, 2008; Streeter, 1972).



**Figura 13.** Diferencia entre fluidos.

**Fuente:** (Cimbala & Cengel, 2006).

Según (Bird et al., 2002; Ferziger & Peric, 1996; Patankar, 1980) los fenómenos de flujos de fluido se centran en lo que sucede en una escala macroscópica donde los fluidos se movilizan de forma continua de modo que sus propiedades físicas y de flujo se definen en un cierto espacio de tiempo, por ello el comportamiento de todos los fluidos pueden presentarse en dos categorías: newtonianos y no-newtonianos.

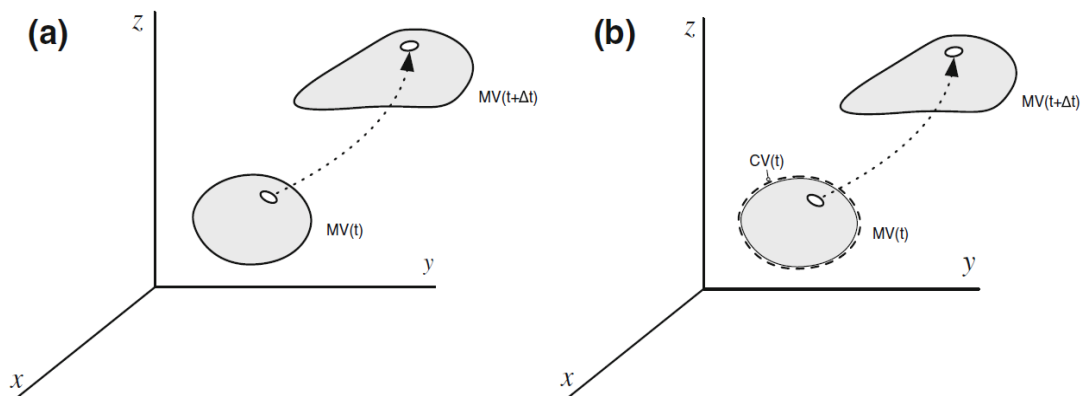
**Fluidos newtonianos:** Mantiene una relación lineal directa entre el esfuerzo y velocidad de corte, con la viscosidad molecular siendo esta última una medida que indica la capacidad de un fluido sujeto algún tipo de esfuerzo cortante para soportar una deformación. Por ejemplo, el agua y los gases.

**Fluidos no-newtonianos:** Se mantiene una relación no lineal y se puede clasificar en diversas clases como: unidimensional, multidimensional, monofásico, bifásico, multifásico, estable, inestable, compresible, incompresible, real o viscoso, ideal o no viscoso, turbulento, laminar, rotacional y irrotacional. Por ejemplo, el flujo de sedimentos, sangre, mezcla de diferentes fluidos, etc.

**a. Descripción euleriana y lagrangiana de las leyes de la conservación.**

Según el principio de la conservación establece que de un sistema aislado se puede conservar ciertas cantidades físicas que pueden llegar a ser medibles en una determinada región, tal principio o ley de conservación no ha sido denominado un axioma que pueda ser comprobado con certeza hasta el día de hoy, pero se le puede expresar con una relación matemática. Las leyes de un sistema gobiernan numerosas cantidades físicas como lo es la masa, el momento y la energía, es decir se rigen a las ecuaciones de Navier-Stokes (Falkovich, 2012).

Las leyes de conservación que implican el movimiento de fluidos y fenómenos de transferencia pueden formularse en ecuaciones matemáticas en base de un enfoque euleriano como volumen de control o lagrangiano como volumen del material (Falkovich, 2012). Una diferencia más clara de estos enfoques se puede notar en la **Figura 14**.



**Figura 14.** a) Enfoque Lagrangiano vs b) Enfoque euleriano en el campo de flujo.

**Fuente:** (Moukalled et al., 2016).

La **Figura 14.a** (enfoque lagrangiano) muestra un campo de flujo en donde el fluido se subdivide en parcelas de fluidos y cada una de estas parcelas sigue a medida que se mueve a través de un espacio y tiempo. Las parcelas se identifican mediante un campo de vector de posición  $x_0$  como el centro de masa de las parcelas con respecto a algún tiempo inicial  $t_0$  y el flujo se describe como  $x(t, x_0)$ , la línea de trayectoria descrita por una parcela de fluido está constituida como el subconjunto de posiciones ocupadas en diferentes momentos (Moukalled et al., 2016).

En el caso de la **Figura 14.b** (enfoque euleriano) se fija en ubicaciones puntuales en el campo de flujo conforme transcurre el tiempo, por ende, las variables de flujo son funciones de una posición  $x$ , tiempo  $t$  y velocidad de flujo que se representan como  $v(t, x)$ , al considerar la derivada de la posición de una parcela de fluido  $x_0$  con respecto al tiempo representa su velocidad (Moukalled et al., 2016). Estas especificaciones están relacionadas como:

$$V = (t, x(x_0, t)) = \frac{\partial}{\partial t} x(t, x_0) \quad (18)$$

Con la ayuda de la ecuación 18 se puede asimilar que los cambios en las propiedades de un fluido que se encuentra en movimiento pueden medirse en un punto exacto de un determinado espacio mientras las partículas fluidas lo atraviesan (euleriano), o siguiendo una parcela fluida a lo largo de su trayectoria (lagrangiano) (Moukalled et al., 2016).

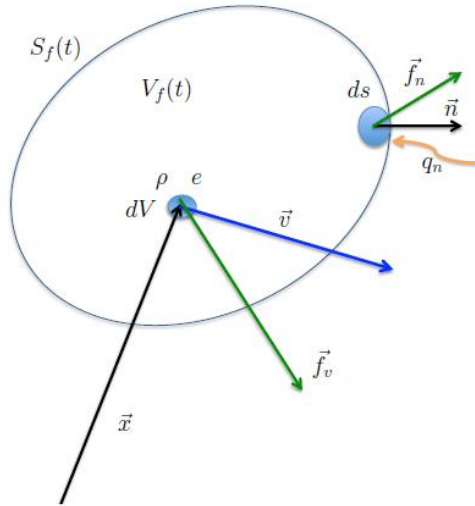
### **b. Ecuaciones de conservación**

Las leyes de conservación se guían en base a una formulación euleriana que según (Moukalled et al., 2016) explica que el enfoque euleriano sigue un sistema donde no se da lugar de un enfoque de partículas y se rastrea a cada una de estas, resultando innecesario a la hora de hacer investigación, entonces a lo que principalmente se centra es en estudiar un suceso en un punto fijo o volumen fijo a medida que pasan diferentes partículas, por el contrario el enfoque lagrangiano no cuenta con la capacidad suficiente para controlar el dominio específico a tratar por el hecho que las parcelas fluidas viajan a donde les lleva el flujo, que puede no ser la región de interés.

El enfoque euleriano también es considerado y utilizado a la hora de determinar las fases que se tiene que definir en el sistema DAF donde este se adapta a un sistema de ecuaciones de Navier-Stokes y no solo eso, los softwares que manejan paquetes CFD también manejan este tipo de enfoque en muchos de sus solucionadores (Durán-Vinuesa, 2017; Greenshields, 2021; Rybachuk & Jodłowski, 2019).

### **Ecuación de continuidad**

Las leyes de conservación antes mencionadas en la **Figura 14** se aplican a volúmenes de fluidos en movimiento, para aplicar estas leyes mediante un enfoque euleriano es necesario conocer su equivalente bajo la integral asumida sobre un volumen de fluido  $V_f$  de material en movimiento (**Figura 15**) y está representada por la ecuación 19 esto se proporciona a través del teorema del transporte de Reynolds donde  $\rho = \varphi$  y del teorema de Gauss a la integral de área o superficie en  $S_c$  las cuales se expresan en la ecuación 20 y ecuación 21 respectivamente (Durán-Vinuesa, 2017; Moukalled et al., 2016).



**Figura 15.** Volumen de fluido de un material en movimiento.

**Fuente:** (Durán-Vinuesa, 2017).

Si en la **Figura 15** se localiza un momento  $t$ , cada partícula fluida comprendida en un volumen fijo  $\vec{x}$ , posee una determinada densidad  $\rho$ , una velocidad  $\vec{v}$  y una energía interna  $e$ , en los cuales se aplicará las leyes o principios de conservación de masa, momento y energía. La ley de la conservación de la masa da a entender que en ausencia de fuentes de masa y sumideros una región puede conservar su masa a nivel local y no tendrá variación con el tiempo (Bird et al., 2002; Falkovich, 2012).

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f} \rho dV = 0 \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f} \varphi dV = \int_{V_c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} dV + \int_{S_c} \varphi (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS \quad (20)$$

$$\int_{V_f} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{V_f} \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (22)$$

La ecuación 22 es la conservación de la masa o también llamada ecuación de continuidad y al tener ausencia de cualquier cambio significativo de temperatura o presión es válido asumir que el fluido es incompresible lo cual quiere decir, que los cambios de presión son insignificantes sobre la densidad; el primer término es la variación temporal de la masa por unidad de volumen, y el segundo término es el flujo convectivo (Durán-Vinuesa, 2017; Moukalled et al., 2016).

#### **Ecuación de momentum (cantidad de movimiento)**

La ecuación de cantidad de movimiento hace referencia a la segunda ley de Newton que afirma que la variación de cantidad de movimiento de un volumen específico puede llegar a cambiar con tan solo la presencia de una fuerza neta (fuerzas superficiales o fuerzas corporales)

ya que, la ley o el principio de conservación de momento indica que si no existiese ninguna fuerza externa que actúe en el volumen específico, su cuerpo mantiene su cantidad de movimiento total (el producto de su vector de masa y velocidad) que al ser una cantidad vectorial, de igual manera se conserva sus componentes en cualquier dirección (Bird et al., 2002; Fray, 1994; Lewis et al., 2004).

Al aplicar el principio en el volumen específico o de control de la **Figura 15** y al considerar que el producto  $\rho(\vec{x}, t) \cdot \vec{v}(\vec{x}, t)$  es la cantidad de movimiento por unidad de partícula fluida, se obtiene la ecuación 23:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f} \rho \vec{v} dV = \int_{V_f} \vec{f}_v dV + \int_{S_f} \vec{f}_n dS \quad (23)$$

Donde:

$\vec{f}_v$ : es la fuerza por unidad de volumen que se ejerce sobre la partícula fluida.

$\vec{f}_n$ : es la fuerza por unidad de área que se ejerce sobre un elemento  $dS$  de  $S_c$ .

Si se aplica el teorema de transporte de Reynolds (ecuación 20) llegando a considerar que las fuerzas que ejercen en la unidad de área o superficie pueden llegar a escribirse como un productor escalar de tensor de esfuerzos  $\bar{\tau}$  por el vector normal a la superficie (Durán-Vinuesa, 2017), se obtendrá la ecuación 24 y si se aplica el teorema de Gauss (ecuación 21) a la ecuación 24, se puede llegar a tener la forma diferencial de la ecuación de cantidad de movimiento (ecuación 25), de forma similar a la ecuación de conservación (ecuación 22).

$$\int_{V_f} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) dV + \int_{S_f} \rho \vec{v} \vec{v} \cdot \vec{n} dS - \int_{S_f} \vec{n} \cdot \bar{\tau} dS = \int_{V_f} \rho \vec{f}_m dV \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho \vec{f}_m \quad (25)$$

Para poder expresar el  $\bar{\tau}$  en función de la presión y de la viscosidad para fluidos newtonianos hay que tomar en cuenta la ley de Stokes, que trata de la divergencia del  $\bar{\tau}$  que puede manifestarse como un componente estático (gradiente de presión) y un componente dinámico (el producto de la viscosidad por el laplaciano de la velocidad) \* ecuación 26 (Durán-Vinuesa, 2017).

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{f}_m \quad (26)$$

En la ecuación 26 el primer término representa la variación temporal de cantidad de movimiento y el segundo término es el flujo convectivo (Durán-Vinuesa, 2017), al otro lado del signo igual (=) que vendría a ser la segunda parte de la ecuación, indica las variaciones previas de cantidad de movimiento generadas por las diferencias de presiones, los esfuerzos viscosos en el flujo de fluido y los resultados de las fuerzas másicas por unidad de volumen (Durán-Vinuesa, 2017).

### Ecuación de la energía

El principio de la conservación de la energía se rige a la primera ley de la Termodinámica que establece que la energía no se crea ni se destruye a lo largo de un proceso, solo puede cambiar de forma ya sea esta mecánica, cinética, química, etc, a otra (Bird et al., 2002; Falkovich,

2012). Tal cambio o variación que se da, de la energía se da por dos razones: la primera por las fuerzas que la ejercen y la segunda por el flujo de calor que puede llegar a intercambiar con el exterior (Durán-Vinuesa, 2017). Al considerar la energía total de la **Figura 15** puede expresarse como:  $\rho(\vec{x}, t) \cdot e(\vec{x}, t) + 1/2 v^2(\vec{x}, t)$ , donde  $e$  representa la energía interna específica y  $v^2/2$  su energía cinética (mecánica) por unidad de masa, al aplicarse el principio de conservación se tiene la ecuación 27.

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f} \rho \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) dV = \int_{V_f} \vec{f}_v \cdot \vec{v} dV + \int_{S_f} \vec{f}_n \cdot \vec{v} dS + \int_{S_f} q_n dS + \int_{S_c} Q_r dV \quad (27)$$

Donde:

$q_n$ : es el flujo de calor normal que se dirige a la superficie, por unidad de área o superficie.

$Q_r$ : es el sumidero de energía, generada por unidad de volumen.

Al seguir el mismo procedimiento de obtención de la ecuación 24 y ecuación 25 donde primero se aplicó la ecuación 20 y ecuación 21 respectivamente, se puede definir la ecuación 28 que es la forma integrada de la ecuación de la energía. Al considerar la ley de Fourier permite desglosar de la ecuación 28 el  $\vec{\tau}$  (tensor de esfuerzos) y  $\vec{q}$  (flujo de calor), mientras que la ley de Stokes desglosa el término de  $\vec{\tau}$  de carácter viscoso, esto con el fin de obtener la ecuación 29 que representa la forma diferencial de la ecuación de energía total.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_f} \rho \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) dV &= \int_{V_f} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) \right] dV + \int_{S_f} \rho \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) \vec{v} \cdot \vec{n} dS = \\ &= \int_{V_f} \rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} dV + \int_{S_f} \vec{v} \cdot \vec{\tau} \cdot \vec{n} dS - \int_{S_f} \vec{q} \cdot \vec{n} dS + \int_{V_f} Q_r dV \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{V_f} \left[ \rho \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) \right] + \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) \vec{v} \right] &= \rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{1}{2} v^2 \right) = \\ &= \rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} + \nabla \cdot (-\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) - \nabla \cdot \vec{q} + Q_r \end{aligned} \quad (29)$$

En la ecuación 29 en los primeros términos se expresa el cambio local de la energía total por unidad de volumen y el flujo convectivo de energía total que podría agruparse para componer la derivada sustancial de la energía total (Durán-Vinuesa, 2017; Moukalled et al., 2016). El último término de la ecuación representa el trabajo de masas, que por cada unidad de volumen se tiene el flujo difusivo de calor, el trabajo de fuerzas de presión y tiempo y, el término de generación de calor debido a la radiación y las reacciones químicas que se experimenta (Durán-Vinuesa, 2017).

### Ecuación de energía interna y cinética

La ecuación 29 que representa la energía total suele separarse en dos partes: energía interna y energía cinética (Durán-Vinuesa, 2017; Falkovich, 2012). Para determinar la ecuación de energía cinética (ecuación 30) se multiplica de forma escalar la ecuación 26 por  $\vec{v}$  y, para determinar la ecuación de energía interna (ecuación 31) se resta la ecuación 30 de la ecuación 29 (Durán-Vinuesa, 2017).

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} v^2 \right) = -\mathbf{v} \cdot \nabla p + \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \vec{\tau}') + \vec{v} \cdot \rho \vec{f}_m \quad (30)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = -p \nabla \cdot \vec{v} + \vec{\tau}': \nabla \vec{v} - \nabla \cdot \vec{q} + Q_r \quad (31)$$

#### 2.6.4. CFD en el tratamiento de aguas residuales.

Los CFD se han convertido en un método aceptado para el análisis de procesos de movimiento de fluidos en el área industrial. En los últimos años se ha dado un gran avance en el análisis de problemas hidráulicos y en el tratamiento de agua y de aguas residuales (WWT), pero en la actualidad las pautas son muy limitadas y existen muy pocos expertos que se dedican a la educación y a la investigación de CFD en el sector de WWT (Samstag et al, 2016). Según (Shilton, Glynn, & Phelps , 1999) la principal razón por la que los CFD pueden parecer demasiado complejos visto desde la parte técnica es porque se percibe que para estudiar la industria de agua se dispone de baja tecnología y por ello el avance de los CFD es lento con poco uso en la industria del agua; los investigadores mencionan que es necesario profundizar, demostrar y validar procesos físicos, químicos y biológicos en WWT de procesos industriales unitarios con el fin de minimizar el riesgo tanto económico como operacional antes de poner en marcha una PTAR.

El modelado CFD es una herramienta de calidad con un crecimiento constante en la asequibilidad de la potencia informática, así como también va en un aumento considerable e importante en los impulsores para la optimización de los procesos industriales unitarios en WWT, El valor y el nivel de confianza de los modelos CFDs para WWT están en su función adecuada y en los límites de conocimiento, ya que, su aplicación en los problemas que se presentan es cada vez más complejo, por ello es imprescindible que se tenga conocimiento suficiente de una buena práctica de modelado (GMP) y conocimientos previos de la dinámica de fluidos (Wicklein et al., 2016),

Según (Samstag et al., 2016) al haber revisado el estado de arte muy minuciosamente de diferentes aplicaciones CFD en plantas de agua y WWT brinda una evaluación crítica de su uso e indica que:

1. Surge la necesidad de realizar investigaciones para entender de mejor manera la división de flujo y la pérdida de carga en procesos de agua y WWT. Sobre todo, se tendría que abordar en modelos futuros, los impactos potenciales de las fases sólidas y gaseosas en la distribución del flujo que deberían ser considerados en nuevos modelos a futuro.
2. Aunque se tenga supuestas afirmaciones de que el asentamiento arenoso no resulta ser afectado por los gradientes de densidad, es necesario realizar comparaciones con diferentes estudios.
3. En un gran número de casos de modelado CFD en 3D se carece de modelos que incluyan la floculación y la reología, los cuales podrían ayudar a tener un análisis amplio en el manto de lodo de la sedimentación primaria.
4. Los modelos alternativos de floculación no solo deben compararse con modelos empíricos para su validez, sino que también se debe incluir con mayor frecuencia en el análisis CFD de las cuencas de lodos activados y la sedimentación final.
5. El modelado CFD acoplado con modelos bioquímicos de lodos activados demuestra que puede proporcionar resultados más alentadores en comparación con los modelos de tanques mixtos simples, sería muy útil poder incluir modelos ASM2d y ASM3 donde la eliminación de fósforo sea posible. Así como también la incorporación de densidad acoplada de transporte de sólidos, con el fin de entender como este último afecta la concentración de sólidos, los perfiles de densidad y velocidad, y la concentración de reactivo resultante.

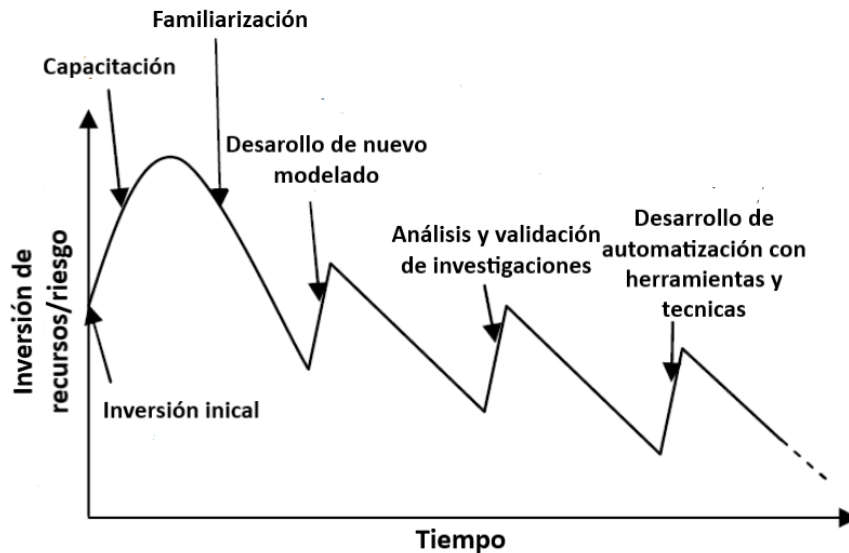
6. A través de un modelo de asentamiento generalizado (GSM), incorporando modelos de floculación y reología, se debe realizar más estudios de tanques de sedimentación en 3D.
7. La técnica CFD empleada es muy variable entre diferentes unidades de tratamiento de WWT. A pesar de tener un gran avance en estudios de sedimentación secundaria, aun se tiene vacíos por comprender y desarrollar en la digestión anaeróbica; únicamente en la desinfección se utiliza CFD de forma rutinaria. En general, se le reconoce como una herramienta de diseño, gestión de riesgos y/o resolución de problemas.
8. Poder modelar el comportamiento hidráulico de una PTAR es un desafío computacional muy grande, pero presenta esa única oportunidad para poder alcanzar la optimización de costos de diseño y operación.

#### **a. Beneficios de los CFD**

La revolución tecnológica ha permitido en los últimos años aplicar el modelado CFD de manera práctica y económica poco a poco en los sectores industriales, esto se da por el hecho que se tiene cada vez más la necesidad de implementar la innovación en respuesta a resolver los problemas ambientales del agua, donde se tiene un mayor uso de técnicas avanzadas de simulación basadas en computadoras en las investigaciones de diseño de procesos y productos; de esta forma se presenta oportunidades para el desarrollo, análisis y mejora de los equipos que conforman un sistema en la gestión del agua (Jarman et al., 2007). Los beneficios al implementar CFD variará enormemente según los objetivos que se quiera alcanzar ya sean a corto o largo plazo.

- **Investigaciones de enfoque a corto plazo:** Se involucra modelos que puedan llegar a procesar de manera correcta y aceptable en minutos, horas o pocos días, este tipo de modelos se ocupa en establecer resultados indicativos entre una variedad de configuraciones de diseño o conceptos de producto para que actúen como una herramienta confiable para la correcta y acertada toma de decisiones, su simplificación es posible cuando se relaciona con el sistema físico para dar un aumento en la rotación del modelo. Sus principales funciones son: 1, proporcionar evidencia de los fenómenos operativos y el desempeño; 2, comparación con sistemas existentes, y 3, Análisis de condiciones operativas anormales o específicas (Jarman et al., 2007).
- **Investigaciones de enfoque a largo plazo:** Son aquellas que duran en la zona de estudio de varias semanas a muchos años, generalmente se tiene como objetivo proporcionar resultados cuantitativos relacionado con procesos o fenómenos complejos. Este tipo de investigaciones son considerados de alto riesgo desde una perspectiva de aplicación industrial ya que se requiere antes de una validación exhaustiva y análisis de sensibilidad, en una empresa industrial no se lleva a cabo este tipo de investigaciones a menos que exista colaboraciones académicas para poder desarrollar una propuesta de estudio “experimental”, esto permite la continuación de investigaciones avanzadas con riesgo minimizado debido a la experiencia y los recursos proporcionados por el socio académico. Al impulsar este tipo de investigaciones por parte de las empresas industriales benefician a la academia y a la industria CFD por medio de la financiación para así promover la mejora del imagen de la empresa y el compromiso con su campo (Jarman et al., 2007).

Implementar la tecnología CFD puede resultar costoso en cuanto a inversión de recursos y riesgo con el cual este podría venir asociado, este es sin duda un tema que entra en discusión y el cual se tendría que analizar. En la **Figura 16** se puede estimar lo antes mencionado.



**Figura 16.** Inversión de recurso/riesgo vs tiempo en adopción de las simulaciones CFD.

**Fuente:** (Jarman et al., 2007).

En la **Figura 16** se puede visualizar que la implementación de modelado y simulación CFD al inicio requiere un cierto esfuerzo en cuanto a la inversión de recursos con riesgo moderado, para introducirse en el campo CFD la inversión aumenta como también el riesgo, pero conforme pasa el tiempo y se va experimentando y familiarizando con esta tecnología tanto la inversión como el riesgo va disminuyendo (esto dependerá en cuanto al tiempo y dedicación se disponga por parte del usuario). Al final el usuario podría tener alta capacidad de adoptar sistemas de automatización avanzados que sin duda sería muy importante a la hora del diseño de una PTAR como también realizar investigación científica que aportaría a la ciencia de manera muy provechosa (Jarman et al., 2007).

### 2.6.5. Enfoque del modelado DAF

Según lo revisado por (Dowling et al., 1985) el modelo de flotación inicial de la década de 1930 se expresó como una función exponencial en el tiempo. Desde hace varios años atrás y hasta la actualidad, se vienen proponiendo y presentando más modelos mediante publicaciones en revistas científicas importantes. Según (Gharai & Venugopal, 2016) un modelo de flotación es similar a un modelo cinético químico de forma a la ecuación 32:

$$\frac{dN_1}{dt} = f(k, N_i) = -k_1 N_1^m - k_2 N_2^n \quad (32)$$

Tal modelo describe el cambio en la concentración de partículas,  $N_1$  con respecto al tiempo  $t$ , en función de ciertas concentraciones  $N_i$ , y tasa constante  $k_1$ . El signo negativo indica la disminución de la concentración debido a la flotación de partículas fuera de la celda, los exponentes  $m$  y  $n$  son el orden del proceso. La mayoría de los investigadores aseguran que la flotación es un proceso de primer orden (ecuación 33), una función de la concentración de las partículas y una tasa constante (Barbery, 1984; Mao & Yoon, 1997).

$$\frac{dN_1}{dt} = -kN_i \quad (33)$$

Pero el criterio de que el proceso de flotación sea de primer orden no es compartido por otros investigadores ya que indican que la cinética de flotación está influenciada por la velocidad de ingreso de aire, tamaño de partículas y burbujas, etc (Zhang, 1989). Algunos investigaciones

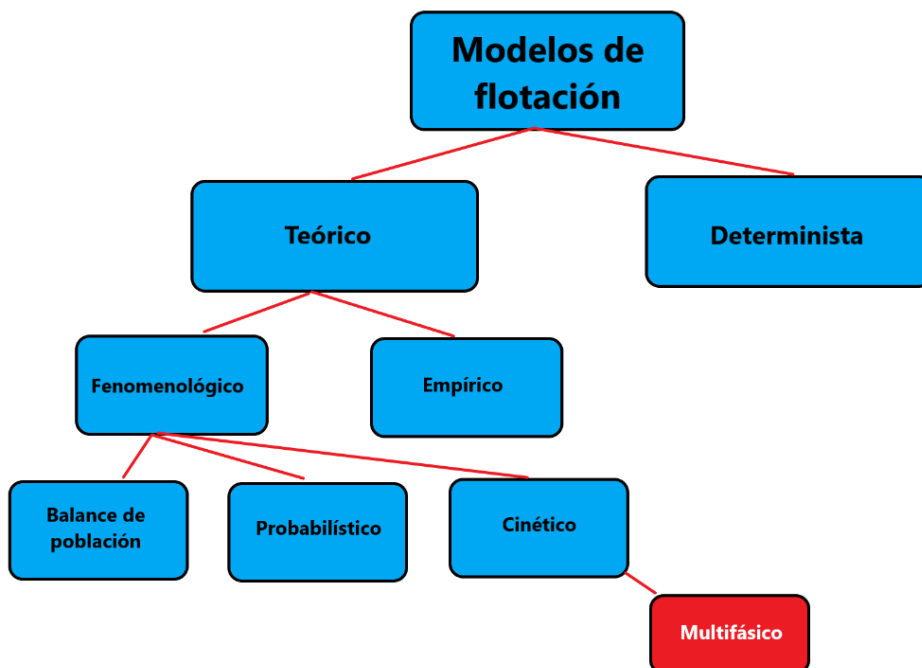
han encontrado que la cinética de flotación es de segundo orden (Hernández & Calero, 2001; Somasundaran & Lin, 1973). Dado que las recuperaciones son la salida deseada de los modelos de flotación, la constante de velocidad es un parámetro útil (Gharai & Venugopal, 2016). A lo largo de la historia del modelado de flotación, los intentos realizados son producir una ecuación constante de tasa de flotación general (Leppinen et al., 2001).

**a. Tipos de modelos de flotación**

Según (Bu et al., 2017) describen a la flotación como un proceso de velocidad y se clasifica en:

- Modelos cinéticos basados en analogía química.
- Modelos probabilísticos y estocásticos.
- Modelos multifásicos.
- Modelos mecánicos.
- Modelos cinéticos con tasa distribuida constante.
- Modelos de flotación continua.

El modelado de flotación está relacionado con varios procesos operativos a través de un conjunto de ecuaciones matemáticas, esto con el fin de describir la cinética de flotación. La **Figura 17** representa la clasificación general de los modelos de flotación.



**Figura 17.** Clasificación general de modelos de flotación.

**Fuente:** (Gharai & Venugopal, 2016).

**b. Flujos multifásicos**

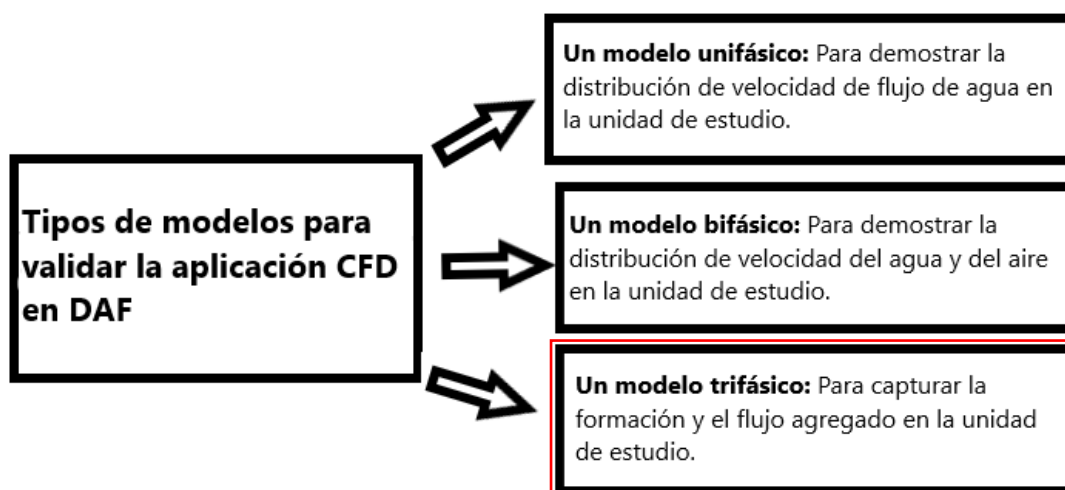
Se refiere al movimiento de fluido de una fase o componente que tiene estrecha relación con otro movimiento de fluido en otra fase o fases, no se considera aquellas mezclas a nivel molecular. Son denominados flujo multifásicos a los flujos de dos fases (bifásicos) o de tres fases (trifásicos), y hasta se puede añadir más fases según sea el caso a estudiar, aunque esto ocasiona más dificultades para alcanzar una solución al problema, ya que se asume que las fases que interactúan se mezclan. Los flujos multifásicos se encuentran en una gran cantidad de aplicaciones industriales tales como: reactores químicos, evaporadores, combustores, fabricación de acero y equipamiento de centrales nucleares (Brennen, 2008; Zanotti et al., 2007).

## 2.7. Aplicación CFD en el modelamiento DAF

### 2.7.1. Tipos de modelos para validar la aplicación CFD en DAF

Casi todos los equipos de tratamiento de agua depende de un flujo continuo de agua, el flujo requerido para las celdas o unidades de flotación son las de flujo de tapón (plug-flow) que es un modelo simple de perfil de velocidades de un fluido, que supone que la velocidad del fluido es constante a través de cualquier sección transversal de una tubería perpendicular al eje de la misma, donde se asume que no hay capa límite adyacente a la pared del tubo (Brouckaert et al., 2005). Lo antes mencionado es aplicado en el diseño de reactores químicos donde siempre se asume que los tapones de fluido pasan a través de un reactor en dirección axial dando solución a las ecuaciones diferenciales que depende de las condiciones de contorno conocidas (Brouckaert et al., 2005).

En el año 2011 se realizó un estudio en Suecia con el objeto de validar la aplicación CFD para modelos DAF (flotación por aire disuelto), donde se incluye tres tipos de modelado (ver **Figura 18**) con un grado de complejidad cada vez mayor, en la tabla se puede observar el enfoque CFD para la presente investigación.



**Figura 18.** Tipos de modelos para validar la aplicación CFD en el proceso DAF.

Fuente:(Coll-Velasquez, 2014).

**Tabla 6.** Régimen de flujo y enfoques de modelado CFD acoplados en el tratamiento del agua.

Características de flujo	Proceso de tratamiento	Enfoque de modelado
	Flujo de canal abierto	Modelos de turbulencia de 2 ecuaciones
Flujo turbulento	Flujo de tubería	Modelos de estrés de Reynolds
	Cámaras de mezcla	Simulación de gran remolino Simulación numérica directa (DNS)
Flujo laminar	Tanques de asentamiento	Modelo de flujo laminar
Flujo multifásico	Coagulación	Modelo multifase euleriano
	Floculación	

	Asentamiento	Modelo de partícula de Lagrange
	<b>Flotación</b>	
	Filtración	
	Desinfección	
	Cámaras de mezcla	Malla deslizante
Flujo giratorio		
	Floculación	Múltiples marcos de referencia

**Fuente:** (Bridgeman et al., 2009).

Tomando en cuenta la **Figura 18** y **Tabla 6**, el sistema DAF para tratar WWT es un proceso multifásico complejo (de tres más fases), el CFD en este campo es un problema relativamente difícil y desafiante, en la literatura la mayor parte de trabajos de investigación son hechos en el siglo XXI (Mammadov, 2016). La productividad del proceso DAF es sin duda la colisión de burbujas de aire y su formación de agregados o espuma estable, donde la eficiencia se da en gran medida en el contacto inicial entre burbujas y partículas. Por medio de la simulación CFD de las celdas de flotación, se puede predecir la influencia del diseño y las condiciones operativas apropiadas.

En 2015 (Lakghomi et al., 2015) por primera vez validan experimentalmente las predicciones CFD de dos fases (aire-agua) y de tres fases (aire-agua-partículas sólidas) para un sistema DAF y observan una excelente concordancia basada en la comparación en el tiempo de residencia (RTD), la posición de la capa de burbujas y la eficiencia del contacto o adherencia de burbujas-partículas. El estudio demuestra tener buenos resultados al comparar el estudio de laboratorio con la precisión del modelo CFD para flujos de dos y tres fases, aunque el modelo trifásico en gran parte depende de la adherencia de burbuja-partícula; en general el modelo CFD puede predecir la formación de flujo estratificado en distintas condiciones y se puede aplicar a futuro con confianza en un sistema DAF.

Es muy importante tener en cuenta que en DAF la tensión superficial y diámetro de boquilla juegan un papel crucial al momento de generar burbujas de aire, estos parámetros permiten la formación de burbujas más reducidas que favorece a una mejor eficiencia de eliminación en el sistema, todos estos parámetros de operación fueron tratados previamente en el apartado 2.4.6.

### 2.7.2. Enfoque del modelado CFD en DAF

Según (Wang et al., 2018) después de realizar una revisión exhaustiva de la literatura publicada sobre el modelado CFD en el proceso de flotación, se detalla los principios, el mecanismo y funcionamiento de tres equipos:

1. Celda de flotación con agitación mecánica
2. Columnas de flotación
3. Flotación por aire disuelto (DAF).

En tal revisión se informa ampliamente que se ha realizado varios estudios CFD con el fin de simular el comportamiento del flujo en los equipos de flotación usando: enfoque multifásico Euleriano-Euleriano (E-E) y enfoque multifásico Euleriano-Lagrangiano (E-L), siendo el enfoque E-E el más utilizado para tratar el diseño, simular el flujo, ampliar los equipos y sobre todo evaluar los parámetros de funcionamiento del proceso de flotación en general.

### **a. Enfoque multifásico Euleriano-Euleriano (E-E)**

El enfoque E-E permite modelar las fases de partículas sólidas (partículas y burbujas) y fluidas (medio líquido), que es una forma de observar fluidos y partículas desde un punto de vista continuo incomprensible e interpenetrante y el movimiento de cada fase a simular se modela por separado por el hecho que el volumen de una fase no puede ser ocupada por otra, esto quiere decir que cada fase se caracteriza por tener su propia fracción de volumen que aparece en las ecuaciones de conservación y momento ya predeterminadas (Inaipil-Leal, 2015; Norouzi et al., 2016).

### **b. Enfoque multifásico Euleriano-Lagrangiano (E-L)**

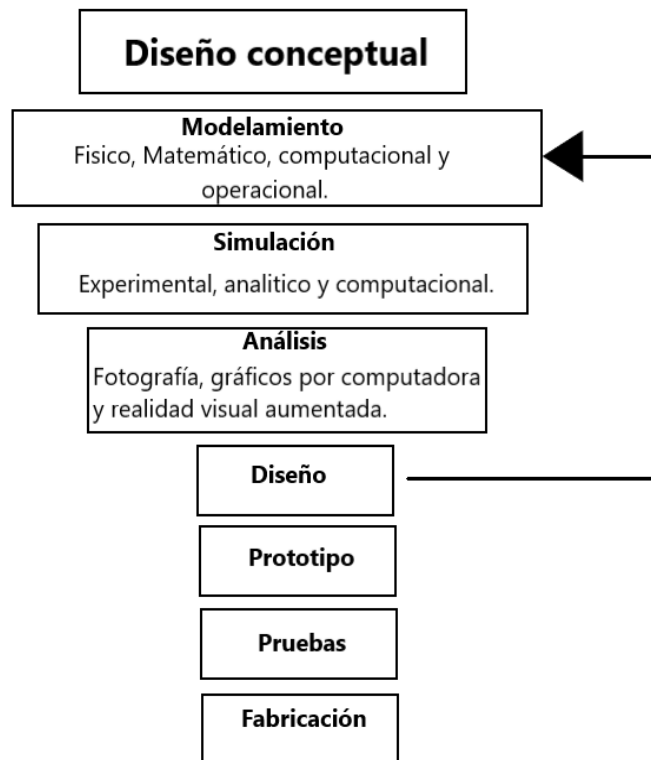
El enfoque E-L modela la fase fluida de forma euleriana mientras que la fase dispersa se rastrea en el tiempo de acuerdo a la segunda ley de Newton en donde se hace un rastreo de muchas partículas, gotas o burbujas a través del campo de flujo (Inaipil-Leal, 2015; Wang et al., 2018). Según (Wang et al., 2018) las interacciones entre las fases son posibles y se modela de acuerdo al grado de acoplamiento que pueden ser:

- Unidireccional: interacciones de la fase continua en la fase dispersa.
- Bidireccional: interacciones de fase continua con fase dispersa y viceversa.
- Acoplamiento de cuatro vías: interacción bidireccional y, además interacciones en la propia fase dispersa.

### **2.7.3. El método de elementos finitos (FEM).**

Este método se encuentra entre los métodos de aproximación que ha generado mayor impacto tanto en teoría como en práctica de los métodos numéricos durante el siglo XX (desde 1940) y en parte del siglo XXI; ha sido aplicado en varias áreas de la ingeniería inclusive en áreas que no todos podrían imaginar puesto que, existe un sinnúmero de literatura publicada relevante y destacada sobre el desarrollo y aplicación del método que sigue una trayectoria científica con más poder y versatilidad (Oden, 1996). Tal método ha tenido avances importantes en otros campos como en la dinámica de fluidos computacionales, que hace años atrás podría haber sido algo impensable, este avance solo pudo darse gracias a los códigos informáticos que adoptan y que podrían generarse en las computadoras, que cada vez tienen un crecimiento exponencial en cuanto a su tecnología, posibilitando el procesamiento de la física clásica y que sin duda en años posteriores se podrá llegar a manejar los procesos de la física cuántica (Zienkiewicz, 1995).

El método FEM es una herramienta numérica muy valiosa para determinar soluciones aproximadas en la distribución de las variables de campo del dominio en distintos problemas de ingeniería y física matemática, que analíticamente sería una tarea muy complicada (Lewis et al., 2004; Logan, 2012). El método ha sido utilizado por varios ingenieros, diseñadores y científicos con el fin de asegurar la viabilidad del producto terminado, así como su rentabilidad, para ello se construye sistemas avanzados que comprende un proceso sofisticado de modelado, simulación, visualización, análisis, diseño, prototipos, pruebas y por último su fabricación (**Figura 19**). Como resultado no solo se tendría un desempeño óptimo sino que también disminuiría los costos al cual podría estar asociado si se llegará a omitir los modelados y simulaciones CFD (Liu & Quek, 2003).



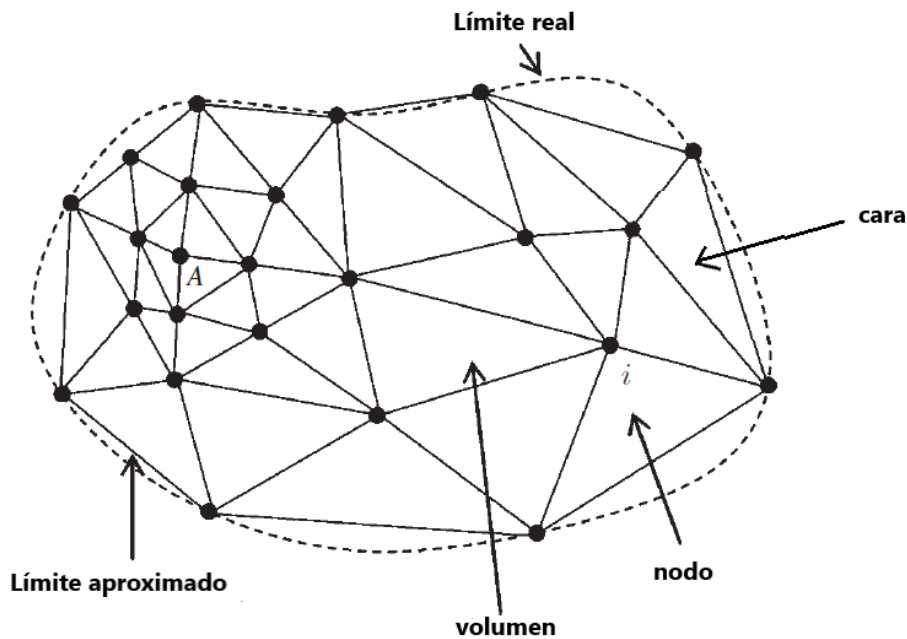
**Figura 19.** Diseño conceptual para la fabricación de equipos sofisticados.

**Fuente:** (Liu & Quek, 2003).

#### **a. Discretización del dominio**

Al tener un volumen de control el método pasa a ser el método de volúmenes finitos (FVM) que presenta la misma funcionalidad que FEM, el cual considera que la región de solución pasa de comprender muchos elementos a volúmenes pequeños o subregiones interconectadas y da una aproximación por partes a las ecuaciones gobernantes que serían las ecuaciones diferenciales parciales complejas que se reducen a ecuaciones lineales o no lineales (Liu & Quek, 2003). Al procedimiento de dividir a la región objeto de estudio en varias regiones más pequeñas que no se superpongan se lo llama discretización de volúmenes finitos que ayuda enormemente a resolver problemas de movimiento continuo que tienen un número infinito de incógnitas a uno que tiene un número finito de incógnitas en puntos específicos denominados nodos (Liu & Quek, 2003).

La discretización de elementos se puede hacer en una variedad de formas como triángulos, equiláteros, cuadrados, etc; esto dependerá de la calidad de mallado que el usuario determine para su estudio de investigación o aplicación. Cada elemento está formado por una conexión de un cierto número de nodos como se presenta en la **Figura 20**. Hay que tomar en cuenta que las leyes de conservación expresadas en su forma integral estén representadas con precisión, el método adecuado para lograr eso es discretizar la forma integral las ecuaciones y no de la forma diferencial este es la base del método del volumen finito.



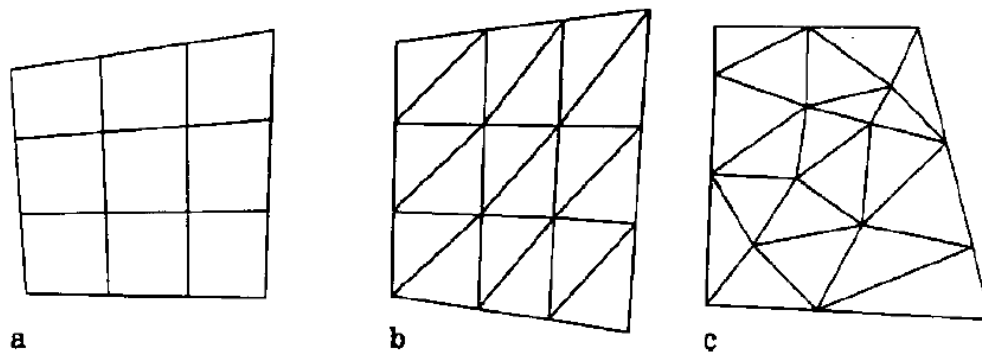
**Figura 20.** Malla típica de volúmenes finitos. Límites, volúmenes, nodos y caras.

**Fuente:** (Davies, 2011).

### **b. Tipos de mallado**

El tipo de conectividad que existe entre los diferentes volúmenes de la malla permite clasificar el mallado en dos tipos que se dividen en:

- **Malla estructurada:** Es la elección más natural para resolver un problema que generalmente está alineado a las direcciones principales de la malla. Este tipo de mallado a diferencia con la no estructurada (**Figura 21**) presenta mejores facilidades (prestaciones) desde el punto de vista del CFD en términos de tiempo de cálculo, precisión y consumo de recurso computacional; en general se la procesa tanto de forma automática (directo, sencillo y se configura por medio del usuario) y no automática (presenta grados de complejidad para llegar a la automatización) (Fernandez-Oro, 2012). En todas las direcciones el mallado es por igual haciendo que cada región tenga una forma muy parecida.
- **Malla no estructurada:** Esta elección es algo inusual y poco recomendada porque al realizarse de forma automática (directo, sencillo y no se configura por medio del usuario) presenta errores o en términos de precisión no brinda buenos resultados porque sus formas serían muy irregulares. Su aplicación en los CFD solo sería viable siempre y cuando sea necesario acudir a la posibilidad de efectuar un refinamiento local como tratar de adaptar un zona específica de la malla a propia conveniencia sin dañar el mallado principal, esto no se puede hacer automáticamente, solo es posible de forma manual, permitiendo que la precisión sea incrementada en esa zona (aumentando el número de puntos en esa parte de la malla) evitando tener cualquier tipo de error por la gradiente de flujo, ahorrando así el recurso computacional en aquellas zonas donde se ha alcanzado un nivel aceptable en cuanto a la precisión (Fernandez-Oro, 2012).



**Figura 21.** Elección de cuadrículas para el mallado. **a)** Estructura de cuadrícula cuadrilátera; **b)** Cuadrícula triangular estructurada **c)** Cuadrícula triangular no estructurada.

**Fuente:** (Anderson et al., 2009).

#### 2.7.4. El software *OpenFOAM*

Los modelos CFD tiene la disponibilidad de varios paquetes no solo comerciales sino también gratuitos como lo es el software *OpenFOAM* que utiliza un lenguaje de programación llamada C++ que es orientada a objetos, viene integrado también con herramientas de preprocesamiento, interfaces para desarrollar el modelo a la conveniencia del usuario y con post-procesamiento para visualizar en tiempo real el comportamiento del modelo y así poder realizar el postprocesamiento (Greenshields, 2021). Las unidades que maneja *OpenFOAM* en cada archivo se encuentra en un formato I/O que delimita los valores escalares que se mencionan en la **Tabla 7.** *OpenFOAM* presenta las siguientes características:

- *OpenFOAM* significa operación y manipulación de campo de código abierto.
- *OpenFOAM* es ante todo una biblioteca de C++ que se utiliza para resolver EDP (ecuaciones diferenciales parciales) y EDO (ecuaciones diferenciales ordinarias).
- Viene con varios solucionadores listos para usar, además tiene código informático valioso para poder leer mallas externas (procesadas en otro software).
- Tiene licencia General Public License (GPL) que significa que la descarga del software es gratuita, así como el libre uso de sus solucionadores y directorios de trabajo.
- Se puede utilizar en computadoras masivamente paralelas teniendo la capacidad de correr modelos sin la necesidad de pagar licencias por separado.
- Su actualización es continua, aproximadamente cada actualización se lanza a la comunidad entre 5 a 7 meses, no solo con optimizaciones en sus solucionadores y en el software en general, sino también se agrega nuevos ejemplos dentro de los tutoriales.
- La comunidad que se dedica a desarrollar nuevo material en *OpenFOAM* es amplia se encuentra grandes investigadores, ingenieros de procesos, etc. Poder consultar su funcionamiento o cualquier tipo de duda es accesible.

**Tabla 7.** Unidades que maneja en *OpenFOAM*.

Propiedad	SI	Símbolo
Masa	Kilogramo	Kg
Longitud	Metro	m
Tiempo	Segundo	s
Temperatura	Grados Kelvin	K
Cantidad	Moles	mol
Corriente	Amperios	A
Intensidad luminosa	Candela	cd

**Fuente:** (Greenshields, 2021).

### a. Capacidad para simular fluidos multifásicos

*OpenFOAM* tiene alta capacidad de resolver simulaciones multifásicas ya que sus solucionadores tienen una alta gama de submodelos en sus directorios base, al cual se lo puede modificar según los objetivos a alcanzar del usuario. Según (Greenshields, 2021) su aplicación se puede dar en varios campos como:

- Dinámica de fluidos computacionales para flujos incompresibles y comprimibles.
- Combustión y reacciones químicas.
- Transferencia de calor computacional y transferencia de calor conjugada.
- Flujos multifásicos (con las fases que sea necesario) y con o sin transferencia de masa.
- Marcos de referencia giratorios, interfaz de malla arbitraria, malla dinámica, manipulación y refinamiento adaptativo de malla.
- Método de seguimiento de partículas.
- Análisis de estrés e interacción fluido-estructura.
- En aeroacústica computacional, electromagnética computacional, entre otras aplicaciones.

### b. Ejemplo de desarrollo del modelamiento en *OpenFOAM*

Como el usuario tiene acceso completo al código fuente, tiene total libertad para modificar los solucionadores existentes o utilizarlos como punto de partida para nuevos solucionadores que se podrían desarrollar. Los nuevos solucionadores se podrán implementar a través de la programación de alto nivel que es C++ (**Figura 22**) que hasta el día de hoy es un lenguaje desafiante.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi T) - \nabla \cdot (\nu \nabla T) = 0 \quad \longrightarrow$$

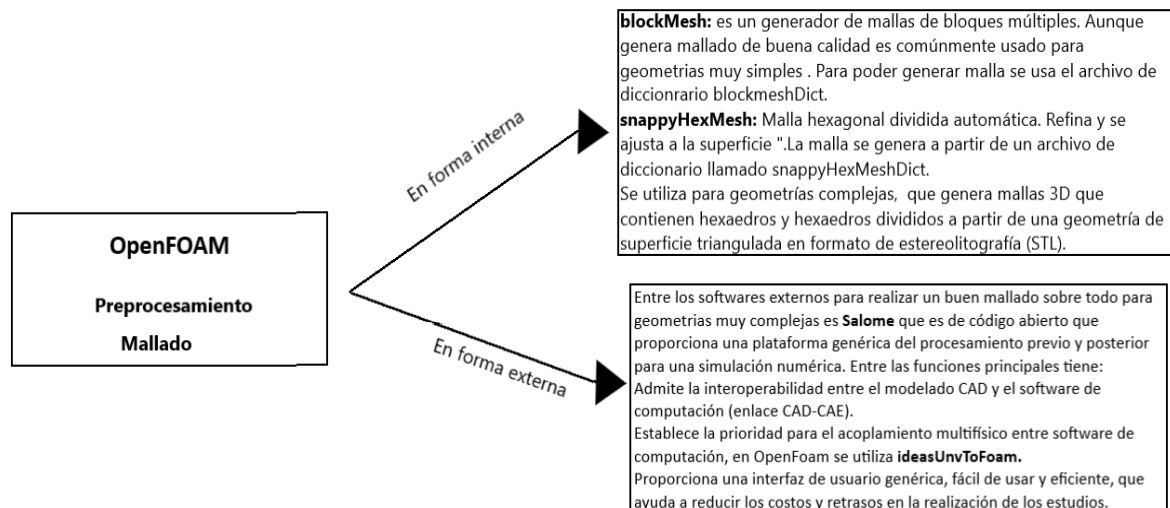
```
solve
(
    fvm::ddt(T)
  + fvm::div(phi,T)
  - fvm::laplacian(nu,T)
  ==
  0
);
```

**Figura 22.** Ejemplo para adoptar ecuaciones diferenciales en el entorno de *OpenFOAM*.

**Fuente:** (Greenshields, 2021).

### c. Método de volúmenes finitos en *OpenFOAM*

La funcionalidad del FVM se presenta en el apartado 2.7.3. y en *OpenFOAM* el proceso de discretización es de forma similar solo que en este caso se lo hace de forma computacional al implementar el modelo que desee simular. Cabe mencionar que los mallados en ciertas ocasiones son cada vez más complejos por el hecho que las geometrías a diseñar provienen de figuras de formas mejor elaboradas, para ello es imprescindible implementar un *software* externo pero que tenga cierta relación con el *software* de CFD; por ello en base a (Greenshields, 2021) en la **Figura 23** se tiene las formas de cómo realizar el mallado tanto de forma interna y externa que se encuentra interconectado con la interfaz de *OpenFOAM*.



**Figura 23.** Las formas de realizar el mallado de forma interna y externa en OpenFOAM.

**Fuente:** En base a (Greenshields, 2021).

El procesamiento aproximado que hace el software *OpenFOAM* a la hora de discretizar y simular el volumen de control se puede ilustrar de manera simplificada (ecuación 31), cuya formulación se rige a la ecuación de transporte general que se deriva de las ecuaciones típicas y conocidas de Navier-Stokes en forma integrada donde se incluye las ecuaciones 21, 24 y 28 antes ya citadas (Durán-Vinuesa, 2017).

$$\frac{\partial}{\partial t} = \int_V \rho \Phi dV + \oint_A \rho \vec{v} \Phi \cdot \vec{n} A = \oint_A \rho \Gamma \nabla \Phi \cdot \vec{n} dA + \int_V S_\phi dV \quad (31)$$

Donde:

$\Phi$ : representa la variable transportada en el medio.

$\rho$ : representa la densidad del medio a través de cual es transportada  $\Phi$ .

$V$ : representa el volumen de control en donde se desplaza  $\Phi$  en el medio.

$\Gamma$ : representa la constante de difusión del medio.

$S_\phi$ : representa el término fuente/sumidero de variable  $\Phi$ .

En la primera parte de la ecuación 31, el primer término es el cambio o variación temporal de la magnitud  $\Phi$  dentro del volumen  $V$ , el segundo término comprende aquellos flujos convectivos de  $\Phi$  a través de la frontera ( $A$ ) debido al desplazamiento de la velocidad (Durán-Vinuesa, 2017). En cuanto a la segunda parte, el primer término corresponde al término difusivo de  $\Phi$  en la frontera  $A$ , su movimiento  $\vec{v}$  tiene la particularidad de no depender solamente del gradiente  $\Phi$  (Durán-Vinuesa, 2017). El último término es la fuente de  $\Phi$  en el interior del volumen de control  $V$ .

Las integrales de volumen se resuelven para el volumen de la celda específica (ecuación 32) y las integrales de superficie se expresan como la suma de los integrados (Durán-Vinuesa, 2017), las cuales pertenecen a cada subfrontera que componen la frontera de la celda o volumen  $A$ :

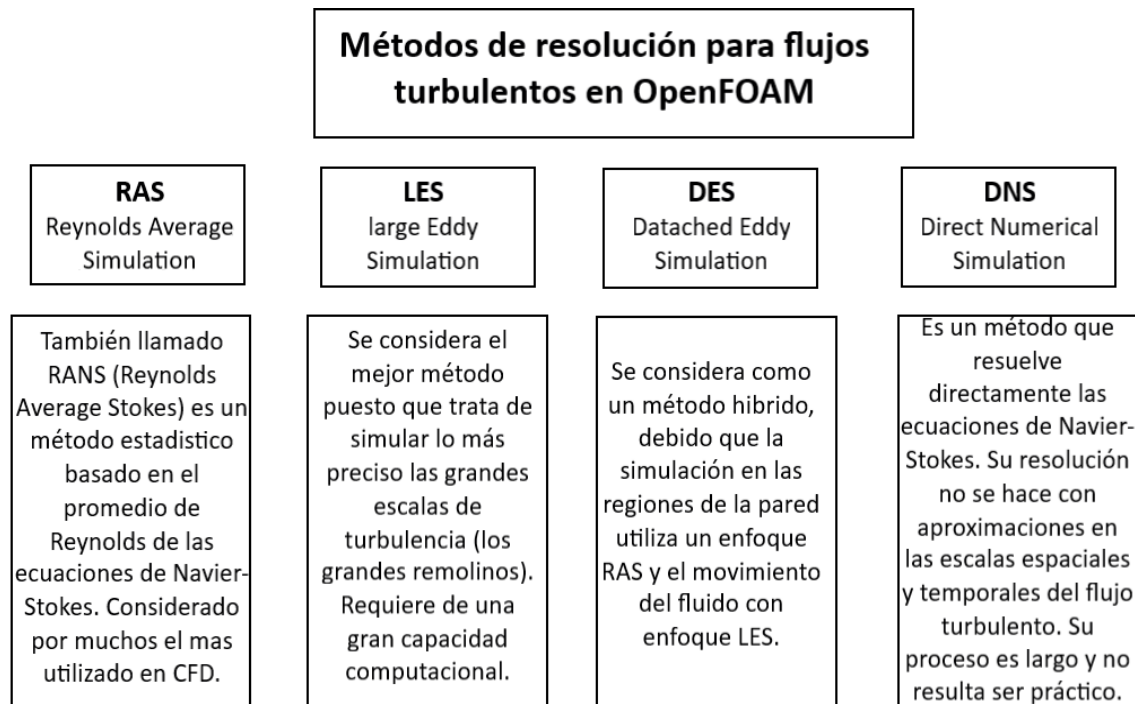
$$V_{cell} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \sum_f^{N_{caras}} \rho_f \vec{v}_f \Phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{caras}} \Gamma_\Phi \nabla \Phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\Phi \cdot V_{cell} \quad (32)$$

La ecuación 32 muestra cómo se lleva a cabo el proceso de conservación de volumen finito específico, en el modelado es de vital importancia incluir propiedades de conservación (masa, momento y energía) al sistema de ecuaciones, el cual está conformado por ecuaciones necesarias en cada volumen finito presente, a todo este procedimiento se lo denomina discretización (Durán-Vinuesa, 2017).

Para la obtención de un sistema de ecuaciones algebraico que suele sustituir ecuaciones diferenciales y/o derivadas numéricas, se suele implementar distintos tipos de esquemas numéricos que puede ser implícitos o explícitos (Liu & Quek, 2003).

#### d. Métodos de resolución de modelos de turbulencia que posee OpenFOAM

En cuanto a la resolución para flujos turbulentos se presenta la **Figura 24**, donde se tiene cuatro modelos que tiene el software para procesar y resolver los flujos turbulentos.

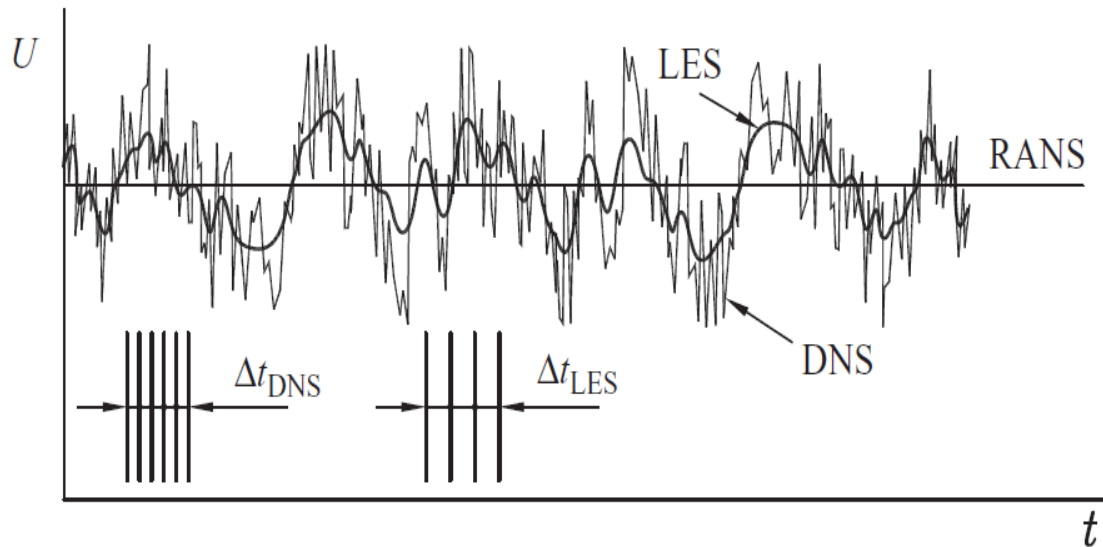


**Figura 24.** Diferentes métodos de resolución existentes en la paquetería de *OpenFOAM* para flujos turbulentos.

**Fuente:** En base de (Berrones & Quilligana, 2017; Pineda-Rondón & Gónzales-Acuña, 2012).

El método RAS (Reynolds Average Simulation) o también llamado RANS es el más adecuado utilizar para fluidos compresibles y incompresibles, y su desarrollo se dio inicialmente al estudio de caudales estables o caudales que evolucionan lentamente con el tiempo. Por lo general, los modelos de viscosidad funcionan bien para flujos cortantes donde el esfuerzo cortante es el componente dinámico más importante del tensor de esfuerzos. Este modelado corresponde al nivel más óptimo de cierre para la predicción de flujos turbulentos (Hanjalić & Launder, 2011).

Según la **Figura 25** se puede visualizar una comparación clara de los métodos de resolución para el flujo turbulento constante y desarrollado completamente en una tubería o canal plano de acuerdo a diferentes enfoques numéricos: RANS, LES y DNS.



**Figura 25.** Comparación de simulaciones RANS, DNS y LES de un flujo turbulento constante.

**Fuente:** (Hanjalić & Launder, 2011).

En la **Figura 25** en el caso de DNS se origina picos fuertemente oscilantes, cuyo comportamiento presenta fluctuaciones de velocidad muy altos que es lo normal en este tipo de simulaciones; la oscilación se vuelve menos inestable en cuanto a LES y, en RANS la velocidad es un valor constante. DNS al tener grandes oscilaciones en el tiempo, la velocidad se vuelve muy inestable al igual que LES, siendo estos los modelados menos cruciales en un comportamiento calculado de flujo que con RAS, por lo tanto, LES y DNS son mucho menos exactos, aunque en algunos casos puntuales y escasos han sido utilizados con éxito. El modelado RANS en la actualidad ha presentado mejores estrategias de modelado interesantes en la predicción de flujos turbulentos que se han adoptado mucho mejor que LES y DNS (Hanjalić & Launder, 2011; Hewitt & Vassilicos, 2005; Rodriguez, 2019; Schiestel, 2006).

#### **e. Convergencia, consistencia y estabilidad.**

La naturaleza no lineal de las ecuaciones de conservación que se trata en la simulación CFD requiere de un enfoque iterativo. Supuestamente, las soluciones cada paso de tiempo se obtiene conforme se aplique un algoritmo de solución con la solución al final de una iteración utilizada como una suposición inicial para la siguiente iteración; se establece que una solución **converge** con éxito cuando no se presentan cambios bruscos en las iteraciones y sobre todo si el número de Courant no es mayor que 1 (Moukalled et al., 2016).

Si la solución de una ecuación algebraica se aproxima a una ecuación diferencial parcial es **consistente** siempre y cuando en cada punto del dominio de la solución, la solución numérica se acerca a la solución exacta de la ecuación diferencial parcial en términos de que el paso de tiempo y el espaciado tienden a cero, es decir que cuando el error de discretización se aproxima a cero (Moukalled et al., 2016).

La **estabilidad** comprende el comportamiento de ecuaciones discretizadas que debe resolver un solucionador interactivo, indica que un sistema resultante de ecuaciones algebraicas es capaz de resolverse bajo una variedad de condiciones iniciales y de contorno. Para problemas transitorios un esquema numérico mantiene el error en una solución limitada a medida que

avanza el tiempo (Moukalled et al., 2016). El uso de esquemas transitorios que tienen una incidencia directa en la estabilidad del método numérico puede ser:

- Explícito: Garantiza la estabilidad del método numérico, limitando el tamaño del intervalo de tiempo.
- Implícito: Garantiza la estabilidad del método numérico, ajustando correctamente el conjunto discretizado de ecuaciones algebraica, esto es posible con el uso de factores de relajación o aplicando el enfoque de transitorios falsos.

#### **f. Número de Courant**

El número de Courant hace referencia a que si su número adimensional es menor a 1 existe la posibilidad de que la información de una celda o volumen finito pueda llegar a la celda contigua o más cercana dentro de un intervalo de tiempo. Si el número de Courant sobrepasa de manera excesiva el valor de 1 la información se puede saltar 2, 3 o más celdas que provoca menos precisión en la simulación y en muchos casos errores de convergencia (Holzmann, 2017).

El principio del número de Courant surge con el análisis numérico de esquemas de integración de tiempo explícito, es decir, se necesita tener el tiempo específico para obtener resultados correctos, esto considera un valor pequeño al comienzo de la simulación, que luego puede ir aumentando (Holzmann, 2017; Manni, 2014). Al momento que se desarrolla la simulación se define las siguientes condiciones:

- Magnitud de velocidad
- Dimensión espacial del problema
- Tiempo

El número de Courant depende de la velocidad local  $U$ , el paso de tiempo  $\Delta t$  y la distancia entre cada celda  $\Delta x$ . En *OpenFOAM* el cálculo se basa en el volumen local y no en la distancia  $\Delta x$ , esto puede expresar algunos aspectos en base a la ecuación 33:

$$C_o = \frac{U\Delta t}{\Delta x} \quad (33)$$

Cuanto mayor sea la velocidad local  $U$ , mayor será el número de Courant.

Cuanto mayor sea el intervalo de tiempo,  $\Delta t$ , mayor será el número de Courant.

Cuanto menor sea la distancia entre celdas,  $\Delta x$ , mayor será el número de Courant.

#### **g. Solucionador multiPhaseEulerFoam**

Es un solucionador de flujo multifásico que permite simular cualquier número de fases de fluido con una presión común, pero lo demás con propiedades separadas, es decir, se puede seleccionar las propiedades de cada fase que puede presentarse en estado sólido, líquido o gaseoso. El sistema de cada fase se puede seleccionar en tiempo de ejecución y, opcionalmente puede representar diferentes tipos de momento, calor y transferencia de masa (Greenshields, 2021).

Para realizar la simulación es necesario tener bien en claro las tres carpetas que se encuentran dentro del directorio principal de *OpenFOAM* denominadas 0, constant y system, las mismas permiten condicionar la simulación según el usuario vea conveniente (ver **Figura 26**). La función de cada directorio y algunas utilidades son las siguientes:

**0:** condiciones de contorno o de borde (BC).

**constant:** contiene las propiedades del modelado de turbulencia, propiedades físicas, propiedades del modelado de transporte avanzado, entre otros.

**system:** contiene el control del tiempo de ejecución de la simulación y los métodos de resolución numérica del solucionador.

**Allclean:** utilitario que permite realizar una nueva simulación evitando que se sobrescriba los datos, al omitir correr este utilitario existe riesgo alto de que exista errores en nuevos intentos de simulación.

**Allrun:** permite correr el modelo.

**Directorio de diferentes tiempos:** es el archivo que se genera conforme corre la simulación, para cada tiempo existirá una carpeta diferente: 1,2,3,4.....100.

#### ***h. Algoritmo PIMPLE***

El algoritmo PIMPLE es el más utilizado para tratar de encontrar una solución a problemas transitorios, la resolución que realiza es en base la combinación de dos algoritmos: PISO y SIMPLE véase **Figura 27**. Una de sus ventajas más representativas es que se puede usar números de Courant que sobrepasen de manera moderada el valor de 1 y, por lo tanto, el tamaño de paso se podría aumentar drásticamente, pero de manera cautelosa.

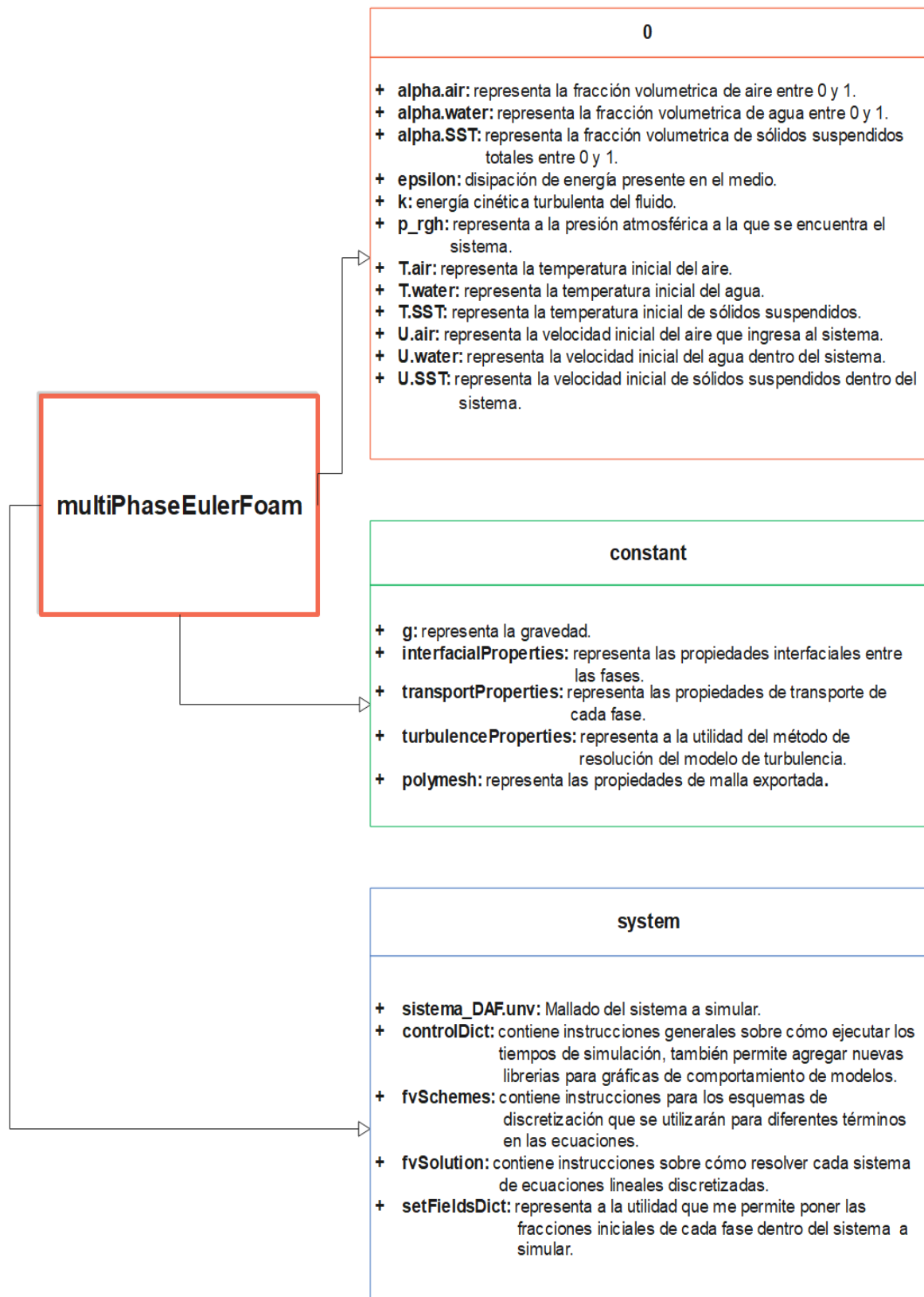


Figura 26. Estructura del solver multiPhaseEulerFoam.

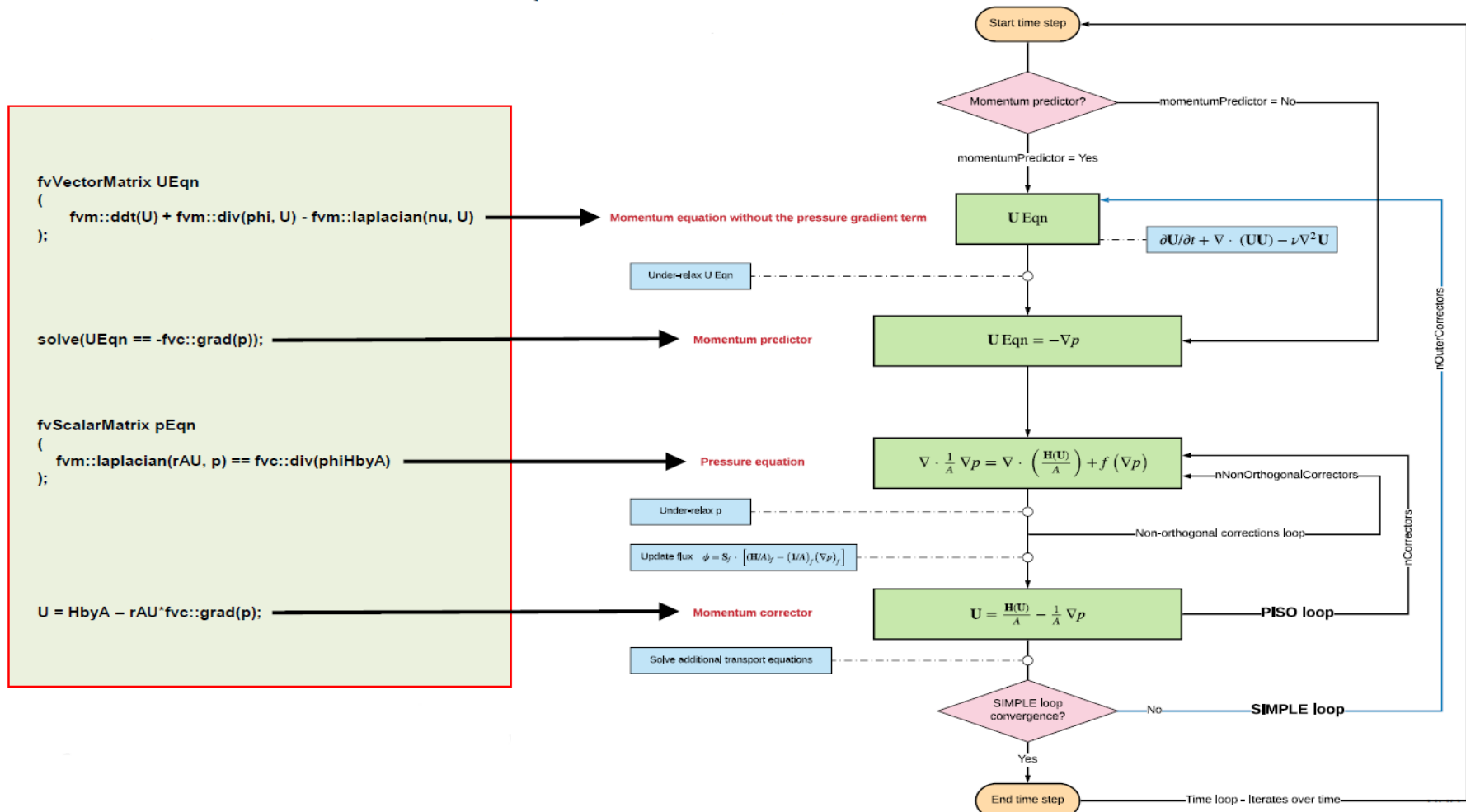


Figura 27. Diagrama de flujo del algoritmo PIMPLE.

Fuente: Adaptado de (Cedeño-Vera, 2017; Greenshields, 2021; Mena-Flores, 2018).

## **2.8. Normativa Ambiental Vigente.**

En este acápite se hizo mención al respectivo análisis de las leyes, reglamentos y normas aplicables a la actividad productiva y de cómo este incide en la actividad productiva de industrias lácteas. Es importante que los promotores de las empresas lácteas tengan la iniciativa de cuidar el ambiente dándole valor sustancial al derecho ambiental con el afán de cumplir en lo posible con el Art 14 de la Constitución de la República del Ecuador que reconoce el derecho de la población a vivir en un ambiente sano y ecológicamente equilibrado, que garantice la sostenibilidad y el buen vivir “Sumak Kawsay”, que hace referencia a que el mismo Estado promoverá en el sector público y privado el uso de tecnologías ambientalmente limpias y de energías de bajo impacto (Asamblea Nacional, 2008).

Según el Artículo 1 del (RCOA, 2019) (Reglamento del Código Orgánico del Ambiente), el Reglamento desarrolla y estructura la normativa necesaria para dotar de aplicabilidad a lo dispuesto en el Código Orgánico del Ambiente, el cual constituye normativa de obligatorio cumplimiento para todas las entidades, organismos y dependencias que comprenden el sector público central y autónomo descentralizado, personas naturales y jurídicas, comunas, comunidades, pueblos, nacionalidades y colectivos, que se encuentren permanente o temporalmente en el territorio nacional .

Poniendo énfasis en el CAPITULO III DEL (RCOA, 2019) que hace referencia a los MECANISMOS DE CONTROL Y SEGUIMIENTO DE LA CALIDAD AMBIENTAL, el Artículo 482 expresa que el sistema de control ambiental está conformado por herramientas de gestión que permite el seguimiento y control permanente, continuo o periódico de cumplimiento de la normativa ambiental y de los requisitos legales. Los mecanismos para el adecuado control y seguimiento se encuentran en el Art 201 del (COA, 2017), los cuales son:

1. Monitoreos;
2. Muestreos;
3. Inspecciones;
4. Informes ambientales de cumplimiento;
5. Auditorías Ambientales;
6. Vigilancia ciudadana o comunitaria; y,
7. Otros que establezca la Autoridad Ambiental Competente.

En cuanto a los monitoreos serán gestionados por los operadores de cada proyecto, obra u actividad, según lo dictamina el Art 483 del (RCOA, 2019), la Autoridad Ambiental Competente se encargará de disponer en cualquier momento los monitoreos, los mismos serán gestionados mediante reportes que permitan evaluar los aspectos ambientales, el cumplimiento de la normativa ambiental y del plan de manejo ambiental y de las obligaciones derivadas de las autorizaciones administrativas otorgadas, también es importante gestionar los muestreos para poder cumplir con el plan de monitoreo que se encuentra dentro del plan de manejo ambiental y para así determinar y dar el cumplimiento de la calidad ambiental de una descarga, emisión, vertido o recurso. Los encargados del cumplimiento y seguimiento de los monitoreos según el Art 191 del (COA, 2017), serán la Autoridad Ambiental Nacional y/o el Gobierno Autónomo Descentralizado Competente que además promoverán y fomentarán la generación de la información, así como la investigación sobre la contaminación atmosférica, a los cuerpos hídricos y al suelo, con el fin de determinar sus causas, efectos y alternativas para su reducción.

En lo que respecta al Art 196 del (COA, 2017) que se refiere al tratamiento de aguas residuales urbanas y rurales. Los Gobiernos Autónomos Descentralizados Municipales deberán fomentar el tratamiento de aguas residuales con fines de reutilización, siempre y cuando estas recuperen los niveles cualitativos y cuantitativos que exija la autoridad competente y no se afecte la salubridad pública. Cuando las aguas residuales no puedan llevarse al sistema de alcantarillado, su tratamiento deberá hacerse de modo que no perjudique las fuentes receptoras,

los suelos o la vida silvestre. Las obras deberán ser previamente aprobadas a través de las autorizaciones respectivas emitidas por las autoridades.

Por lo mencionado anteriormente, la Autoridad Ambiental Nacional Competente mediante seguimiento y control de materia ambiental, evalúa y supervisa que todas las industrias incluidas las lácteas estén cumpliendo con la Normativa Ambiental Vigente cerciorándose que cuenten con el permiso ambiental respectivo para así evitar riesgos de multas, o hasta un nefasto cierre parcial o definitivo de la actividad, que afectaría directamente en los ingresos de varias familias por falta de empleo. Por ello implementar una planta de tratamiento de aguas residuales como podría ser un equipo DAF a nivel industrial que en varios estudios se ha demostrado que puede garantizar buenos resultados como se indica en la **Tabla 5**, no solo es una buena opción sino una obligación para prevenir problemas económicos, sociales y ambientales.

En este caso de estudio, se toma como referencia a la Reforma del Acuerdo Ministerial 097A (AM 097A) del TULSMA, que tiene como objetivo proteger la calidad del recurso agua para salvaguardar y preservar los usos asignados, la integridad de las personas, de los ecosistemas y sus interrelaciones y del ambiente en general, donde específicamente en la Tabla 8 se establece los límites de descarga al sistema de alcantarillado público (MAE, 2015). El parámetro específico que se evaluó en este caso de estudio son los sólidos suspendidos totales (*SST*), que su límite máximo permisible tiene un valor de 220 mg/l.

## CAPITULO III

### 3. METODOLOGÍA

En el presente trabajo de investigación, para poder llegar a cumplir los objetivos se aplicó cuatro pasos necesarios, los cuales son:

1. **Caracterizar los parámetros físico químicos de la calidad del agua residual:** Se hizo un análisis historial de los parámetros físico químicos de diez industrias lácteas de la provincia del Cañar, esto con el fin de definir condiciones iniciales de operación para el sistema.
2. **Preprocesamiento:** Una vez, se tenga los parámetros de entrada, se diseñó el sistema en el *software* Salome, su construcción mecánica y mallado adecuado se realizó en el mismo *software*.
3. **Configuración del modelo CFD:** El modelo CFD que se utilizó fue el *solver multiPhaseEulerFoam*, ya que permite desarrollar el proceso de flotación por aire disuelto mediante CFD, una vez se genera la malla se exporta al *software OpenFOAM*, para poder aplicar las consideraciones necesarias y ejecutar el modelo.
4. **Postprocesamiento:** Una vez se haya ejecutado el modelo, se procedió a realizar gráficas del comportamiento del modelo, y verificar si hubo eficiencia de remoción con condiciones de operación distintas utilizadas en el modelo CFD mediante el análisis de varianza ANOVA de 2 factores.

#### 3.1. Caracterización de los parámetros fisicoquímicos de la calidad del agua residual de industrias lácteas.

Los parámetros fueron definidos mediante el análisis historial de resultados de diez industrias lácteas de laboratorio (N=10). Los parámetros físico-químicos necesarios para evaluar el rendimiento DAF fueron sólidos suspendidos totales (*SST*), temperatura, turbidez y pH como se muestra en la **Tabla 8**. Tomando como referencia de (Galindo, 2011) se realizó un análisis descriptivo, donde se involucra características numéricas (**Tabla 9** y **Tabla 10**) de cada parámetro de interés usando R 4.1.1, el objetivo de este análisis minucioso fue tener el respaldo necesario de la base teórica estadística para proceder a promediar los datos, caso contrario se pretendía excluir los datos de las industrias lácteas que en el contraste global presenten atípicos y variaciones muy elevadas.

**Tabla 8:** Parámetros físico-químicos de la calidad de agua de diferentes industrias lácteas.

Muestra	Temperatura (°C)	SST (mg/l)	Turbidez (NTU)	pH
1	25	350	1135	5.5
2	23	325	1054	5.3
3	22	345	1119	6
4	23	340	1103	6.1
5	25	344	1116	5.7
6	23	355	1152	5.8
7	21	342	1109	5.9
8	20	350	1135	6.1
9	22	340	1103	6.2
10	23	330	1071	6.4
<b>Promedio</b>	22.7	342.1	1109.77	5.9

Fuente: (IHATALAB, 2021).

**Tabla 9:** Características numéricas para medir la homogeneidad de los parámetros físico-químicos de la calidad del agua de industrias lácteas.

Características numéricas	Elemento	Símbolo
<b>Medidas de localización</b>	Media	$\bar{X}$
	Mediana	$M_e$
	Moda	$M_o$
	Cuartil 1	$Q_1$
	Cuartil 3	$Q_3$
<b>Medidas de dispersión</b>	Varianza	$s^2$
	Desviación estándar	$s$
	Coeficiente de variación	$CV$
	Error estándar de la media	$EE$
	Intervalos de confianza al 95%	$IC95\%$
<b>Medidas de forma</b>	Asimetría	$As$
	Curtosis	$Ap$
<b>Pruebas de distribución normal</b>	Prueba kolgomorv-Shirnov	K-S
	Prueba Anderson-Darling	A-D
	Prueba Shapiro-Wilk	S-W

**Tabla 10.** Características numéricas para medir la homogeneidad de cada uno de los parámetros físico-químicos de la calidad del agua de diferentes industrias lácteas.

Características numéricas	pH	SST (mg/l)	Temperatura (.C)	Turbidez (NTU)
N	10	10	10	10
Media	5.90	342.100	22.70	1109.70
Mediana	5.95	343.000	23	1112.50
Moda	<sup>a</sup> 6.10	340.000	23	1103
Mínimo	5.3	325	20	1054
Máximo	6.4	355	25	1152.
Cuartil 1	5.73	340	22	1102.96
Cuartil 3	6.1	348.75	23	1131.35
Varianza	0.11	83.433	2.45	876.23
Desviación estándar	0.33	9.134	1.56	29.60
Coeficiente de variación	0.05	0.027	0.06	0.027
Error estándar de la media	0.11	2.88	0.49	9.36
Intervalos de confianza al 95 %:				
Inferior	5.79	339.21	22.20	1110.41
Superior	6.01	345	23.14	1119.13
Coeficiente de asimetría	-0.45	-0.66	-0.03	-0.66
Kurtosis	-0.26	0.13	-0.07	0.18
Prueba de Kolgomorov-Snirnov	p: .93	p: .25	p: .17	p: .28
Prueba de Anderson-Darling	p: .90	p: .50	p: .27	p: .52
Prueba de Shapiro-Wilk	p: .94	p: .60	p: .40	p: .62

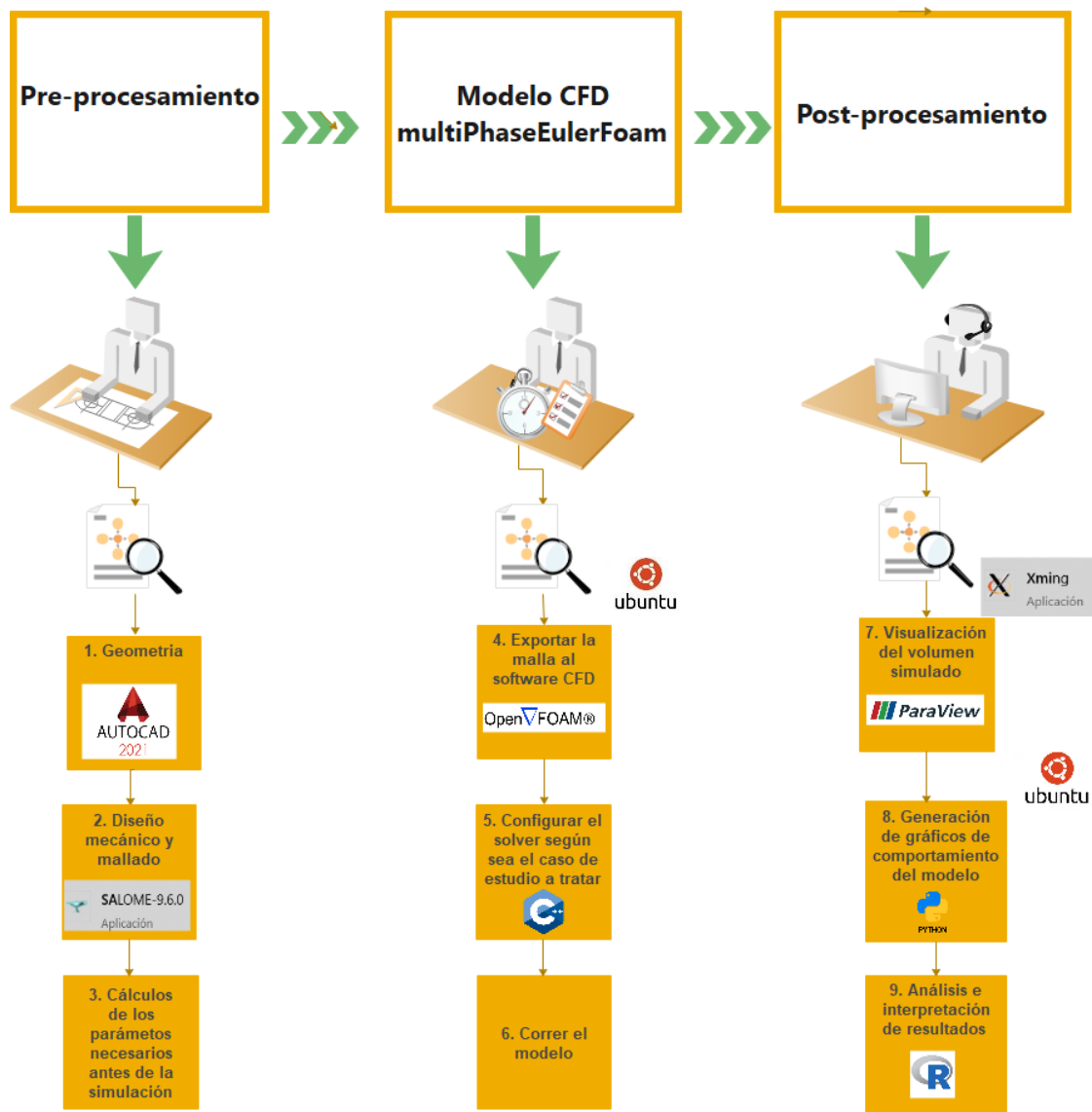
El resultado del cálculo de las características numéricas se presenta en la **Tabla 10**, donde en todos los parámetros físico químicos de industrias lácteas tanto la  $\bar{X}$ ,  $M_e$ ,  $M_o$  son diferentes y con tales medidas de localización no se presenta simetría de 0, en cuanto a las medidas de dispersión la  $s^2$  no presenta alta variabilidad en cuanto a la temperatura y pH, mientras que en  $SST$  presenta una variabilidad un poco elevada y, en turbidez una variabilidad bastante alta. El  $CV$  determina que los parámetros tienden a ser homogéneos ( $CV < 1$ ), pero  $As$  y  $Ap \neq 0$ . Al tener la incertidumbre de comprobar la homogeneidad de los datos con las medidas estadísticas antes mencionadas, se realizó pruebas de normalidad con el planteamiento de hipótesis a un nivel de confianza de 95%:

$H_0$  (hipótesis nula): Lo datos provienen de una distribución normal. Si  $p > .05$

$H_a$  (hipótesis alternativa): Los datos no provienen de una distribución normal. Si  $p < .05$

Se afirma que los datos provienen de una distribución normal y se acepta la  $H_0$ , porque las pruebas de normalidad de K-S, A-D y S-W resultaron como  $p > .05$ , por ende, el promedio de los valores de cada parámetro físico químico viene a ser válido (**Tabla 8**) para la presente investigación. Los IC 95% que se presentan en la **Tabla 10** se realizó con  $EE$ , los cuales indican que los valores de los parámetros físico-químicos de los muestreos en la zona de estudio están en un 95% de confianza entre esos rangos, mientras hay la posibilidad de que el 5% se encuentre fuera de esos límites.

Una vez ya establecido los parámetros de efluentes líquidos de industrias lácteas (**Tabla 8**) se elaboró las etapas de simulación que se presentan en la **Figura 28**.



**Figura 28.** Etapas de la simulación numérica a desarrollar en la metodología.

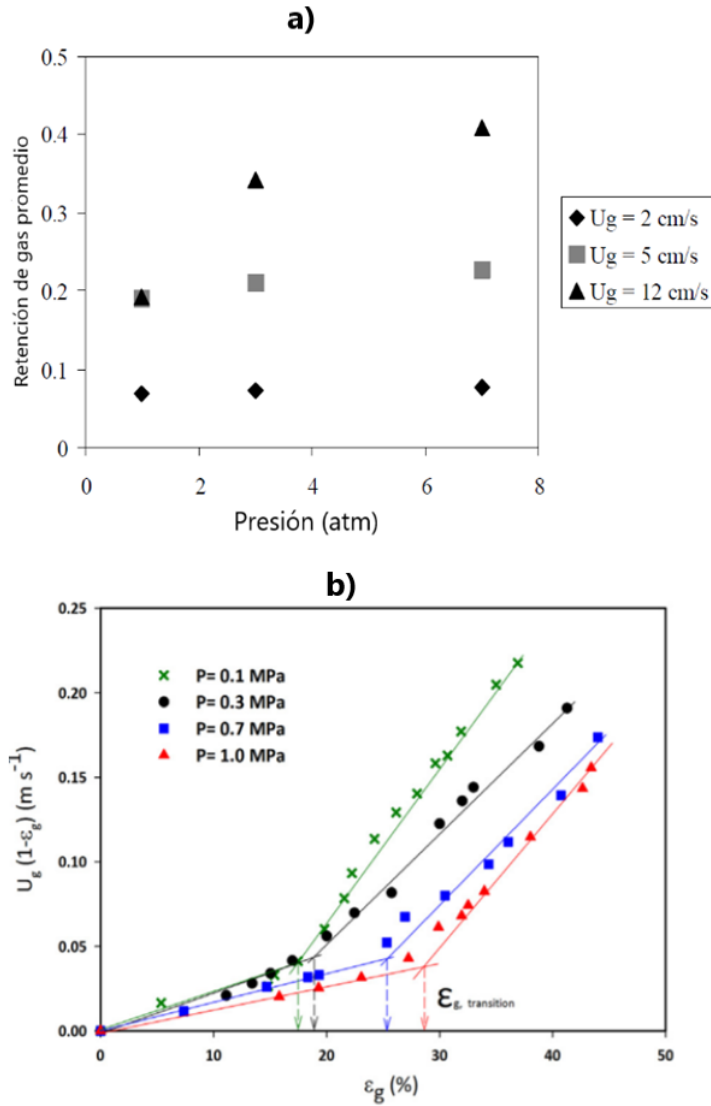
**Fuente:** Adaptado de (Mena-Flores, 2018; Ramírez-Ruiz, 2020).

### 3.2. Pre-procesamiento

#### 3.2.1. Geometría

La geometría del sistema DAF que se implementó está en base a los dimensionamientos de (Aguilar, 2014) que fue utilizado para tratar contaminantes de efluentes lácteos con un alto grado de remoción, algunos parámetros adicionales que no se menciona en dicho estudio, se tomaron como referencia de (Besagni et al., 2018; Prakash et al., 2018) donde se hace una revisión exhaustiva del funcionamiento y operación de columnas de flotación. Antes de diseñar la geometría hay que tener en cuenta lo que se mencionó en el apartado 2.6.2. los parámetros de entrada en la modelación CFD son de velocidad y temperatura en casi cualquier tipo de solucionador, entonces en este campo saber la presión de operación es de vital importancia porque es uno de los parámetros de control más influyentes en el proceso que se utiliza en los sistemas DAF que sigue siendo una información limitada, poco explorada y desarrollada en la investigación de procesos industriales (Thorat & Joshi, 2004).

Existen algunos estudios específicos que tratan de explicar la presión inicial suministrada en MPa (megapascales) de acuerdo a la velocidad de gas inicial ( $U_g$ ) que ingresa al sistema y a la retención de gas ( $\epsilon_g$ ) dentro del sistema, dicha interpretación se puede observar en la **Figura 29** y para poder predecir el valor específico se puede utilizar la ecuación 33 de (Idogawa et al., 1985).



**Figura 29.** a) Retención de gas promediada en una columna de flotación en función de diferentes presiones y velocidades de gas. b) Porcentaje de retención de gas promediado en función de diferentes presiones y velocidades de gas.

**Fuente:** (Dudukovic et al., 1999; Esmaeili et al., 2016).

$$\frac{\epsilon_g}{1 - \epsilon_g} = 0,059 * U_g^{0,8} * \rho_g^{0,17} * \left(\frac{\sigma}{72}\right)^{-0,22 * e^{(-p)}} \quad (33)$$

Donde:

$\epsilon_g$  = es la retención de gas (representado como un número adimensional o en ciertos casos en porcentaje).

$U_g$  = velocidad superficial de gas inicial en cm/s.

$\rho_g$  = densidad del gas (aire).

$\sigma$  = tensión superficial, en general se usa 72 mN/m.

$p$  = presión de operación en MPa.

La presión de operación ideal de industrias lácteas según la **Tabla 5** se encuentra entre 50-58,78 psi que es lo mismo que 3,40-4 atm o 0,345-0,40 MPa. La velocidad superficial de gas de entrada se puede relacionar con la presión de operación (**Tabla 11**) según la Figura (**Figura 29**) y la ecuación 34 que según (Esmaeili et al., 2016) permite calcular la  $p$  a temperaturas bajas como altas, que considera diámetros desde 8 mm en reactores de flotación.

**Tabla 11.** Retención de gas promedio en diferentes condiciones de operación

$p$ (atm)	$U_g$ (m/s)	$\varepsilon_g$
4	0.1	0.2778
	0.5	0.5823
	1	0.7082
	1.5	0.7705

La **Tabla 11** se calculó en base a  $p$ , el cual indica que mientras mayor sea  $U_g$  mayor será  $\varepsilon_g$ , los valores de  $U_g$  se utilizarán como condición de borde en la simulación CFD. Sin embargo, según (Dudukovic et al., 1999; Letzel et al., 1999; Lin et al., 1998; Wilkinson et al., 1994) ciertos valores de  $p$  no generan un cambio drástico en cuanto a  $U_g$  y no se tiene una significancia notable en cuanto a  $\varepsilon_g$ , este último es considerado uno de los parámetros claves en el diseño de reactores de flotación. Al disponer de las condiciones necesarias, en la **Tabla 12** se tiene las especificaciones del dimensionamiento y demás características de la columna o reactor de flotación.

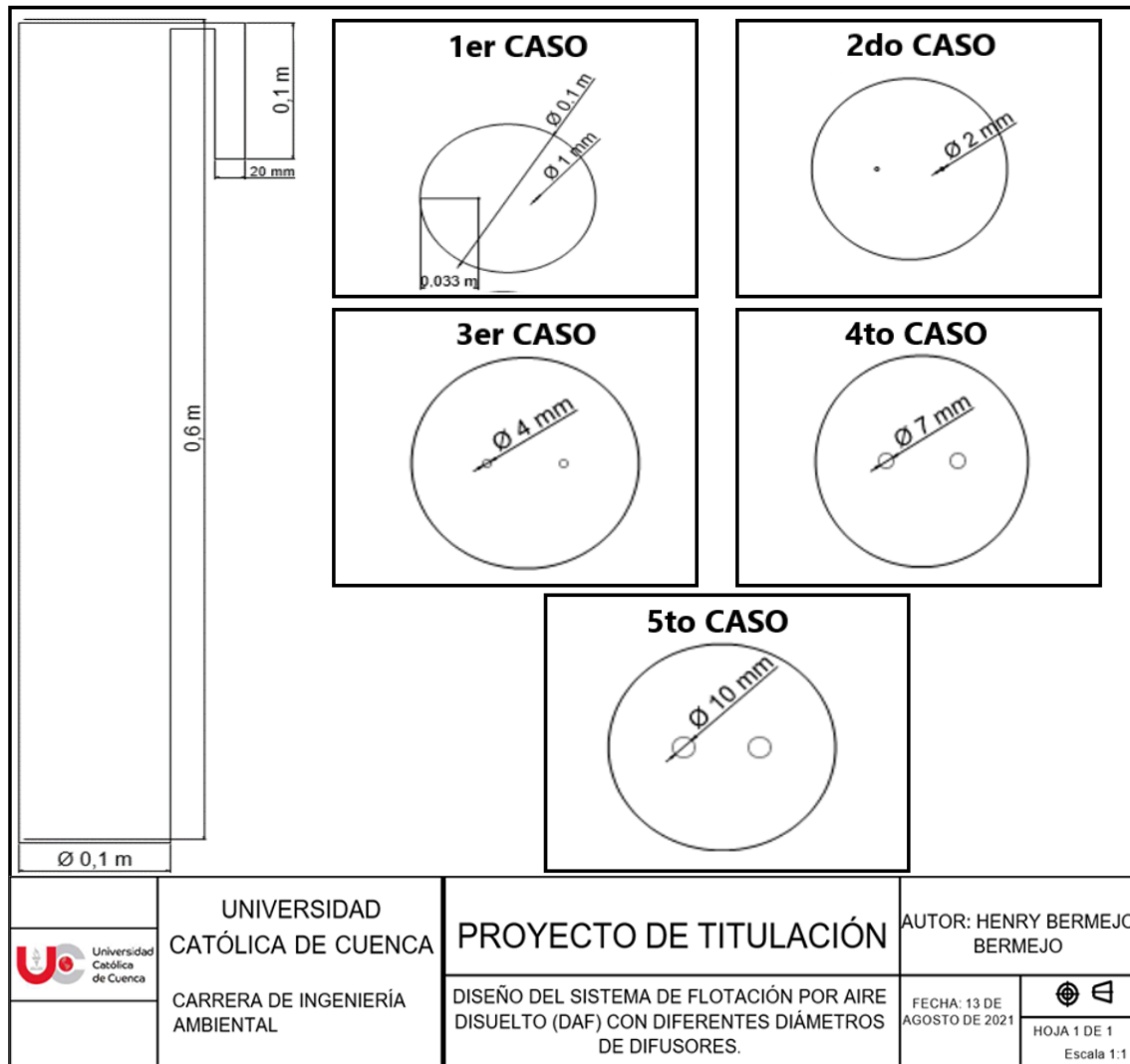
**Tabla 12.** Dimensionamientos y características del reactor DAF para realizar diferentes casos de estudio.

Dimensiones y características	Valor				Unidad
Numero de reactores	5				-
Diámetro de la columna	0.10				metros (m)
Altura	0.60				metros (m)
Diámetro de salida	0.2				metros (m)
Nivel del agua	0.40				metros (m)
Casos de estudio	velocidad 1	velocidad 2	velocidad 3	velocidad 4	metros/segundo (m/s)
Valores de velocidad de entrada	0.1	0.5	1	1.5	
Diámetro de difusores	1,2,4,7,10				milímetros (mm)

**Fuente:** Adaptado de (Aguilar, 2014; Besagni et al., 2018; Prakash et al., 2018).

Cabe recalcar que solo se dimensionó el tanque de flotación ya que la simulación empezará con el ingreso de aire al sistema de la unidad de flotación esta aplicación fue tomada en cuenta previamente para evaluar la eficiencia del sistema por (Amato & Wicks, 2009; Coll-Velasquez, 2014; Lakghomi et al., 2015; Wang et al., 2018) donde indican que se obtuvieron buenos resultados.

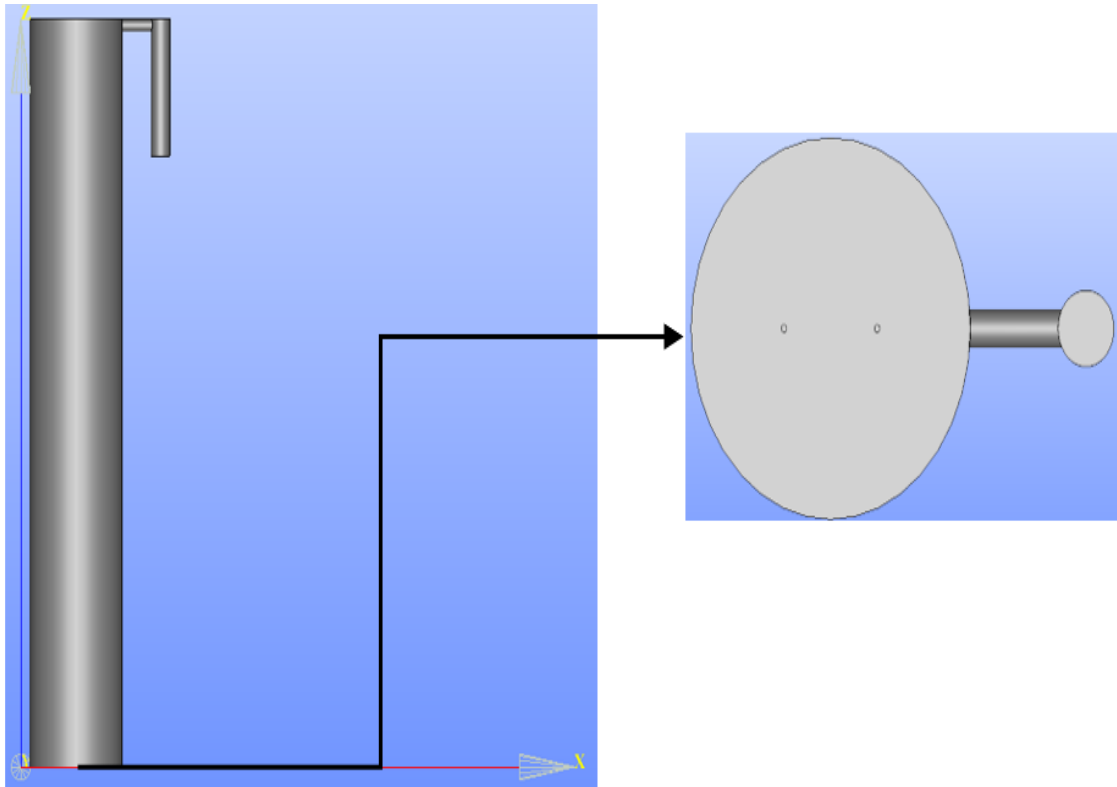
La celda de flotación tiene un difusor o también llamado rociador u orificio en la base con el fin de suministrar aire, de ahí parte la generación de burbujas de aire para que por adhesión a partículas suspendidas del agua residual se produzca la eliminación de contaminantes por medio de flotación. Para tener una mejor apreciación de la geometría a emplear se presenta la **Figura 30** que muestra como está constituida las pruebas de simulación a emplearse. El comportamiento del modelo CFD depende de gran parte de como este conformado la geometría, así como se indica en el apartado 2.4.6, por ello se optó por verificar si el reactor puede experimentar cambios significativos o no con distintos diámetros de difusor: 1 mm, 2 mm, 4 mm, 7 mm y 10 mm.



**Figura 30.** Geometría del sistema DAF para diferentes casos de estudio con diferentes diámetros de difusores.

### 3.2.2. Diseño mecánico del sistema

Al tener todas las consideraciones necesarias de los apartados 2.4.4, 2.4.5, de la **Tabla 12** y de la **Figura 30** se procede a realizar el diseño mecánico del sistema en el software Salome. En la **Figura 31** se aprecia el diseño mecánico del sistema.

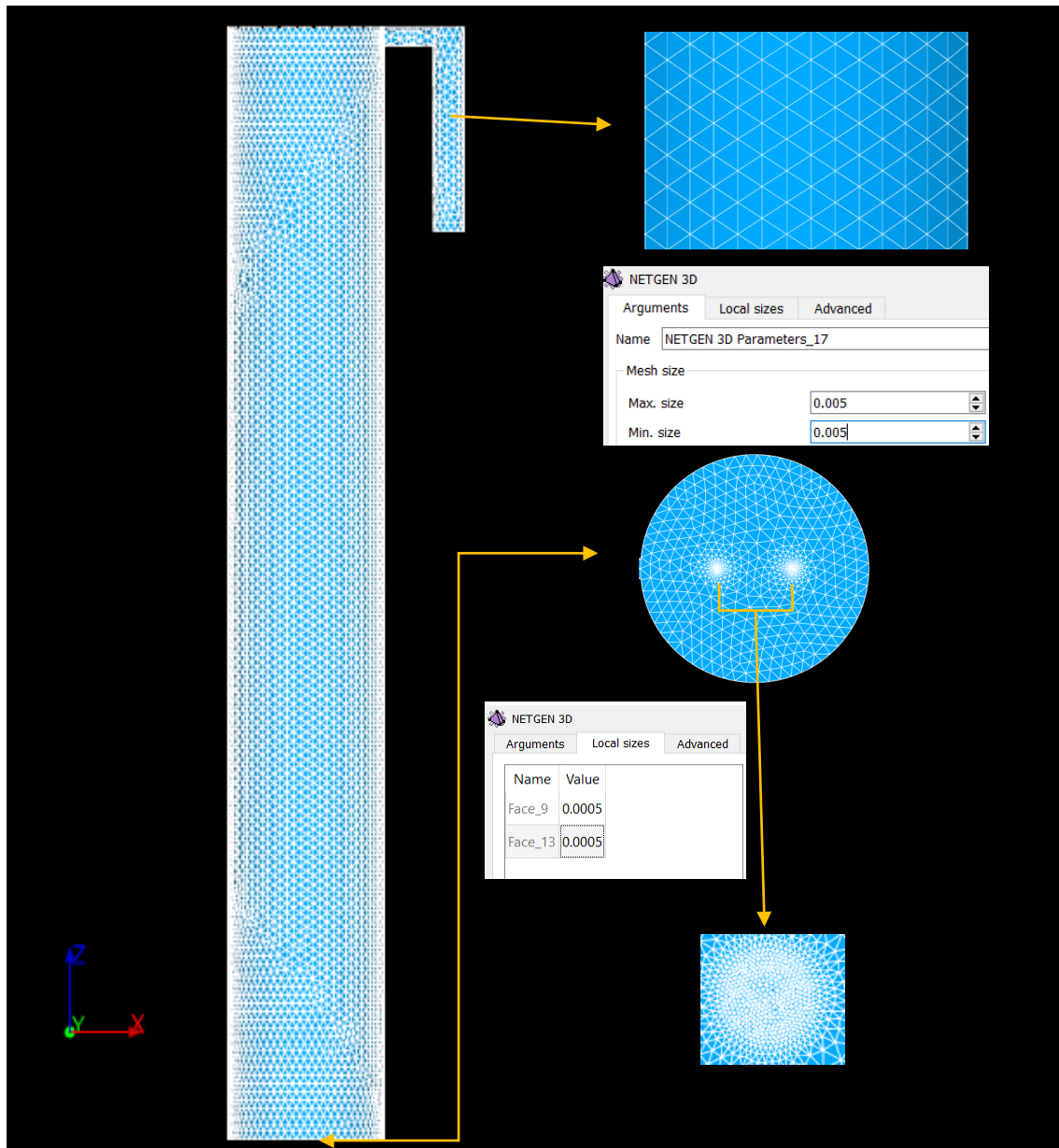


**Figura 31.** Diseño mecánico del reactor o columna de flotación.

Se puede visualizar en la **Figura 31** que en la parte izquierda se tiene el tanque de flotación generado en el software Salome, mientras que en la parte derecha se tiene en la base un orificio donde va ingresar el aire, además se tiene una tubería en la esquina superior derecha y en su parte inferior se encuentra la salida (outlet) para la salida de flujo.

### 3.2.3. Mallado

El mallado se realizó en el mismo software Salome en el apartado de Mesh donde en la **Figura 32** se puede visualizar el mallado del reactor.

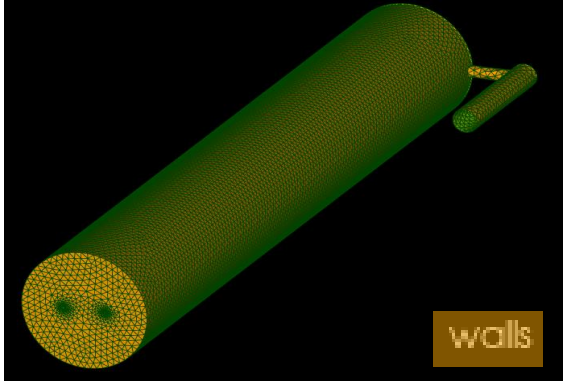
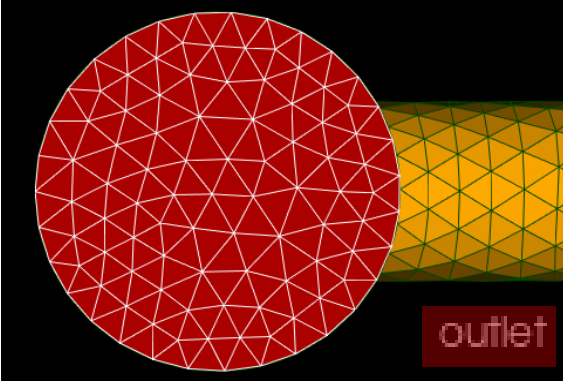



**Figura 32.** Mallado del reactor DAF.

El mallado se realizó de forma triangular estructurada en todas las direcciones que se realizó en base al apartado 2.7.3, poniendo énfasis en (Moukalled et al., 2016) que explica de forma detallada como desarrollar un mallado adecuado en el software Salome de acuerdo al tamaño máximo y mínimo de cuadrículas esto con el fin de poder encontrar la resolución del problema a través del método de volúmenes finitos (FVM). En los puntos donde ingresa aire el mallado fue de forma triangular no estructurada, es decir la malla fue de un tamaño más pequeño para tener una simulación más precisa y sobre todo para una buena convergencia del modelo.

Al generar el mallado es muy importante formar grupos para que al momento de ingresar al software de mecánica de fluidos no se genere ningún error por ello los grupos formados fueron inlet: ingreso de aire; walls: las paredes; outlet: la salida del reactor. En la **Tabla 13** se puede observar cómo se formaron los grupos.

**Tabla 13.** Grupos formados antes de realizar la simulación para un diámetro de difusor de 1 mm.

Grupos	Número de celdas	Número de caras	Forma de celdas
		24133	Tetraédrico
	192767	173	Tetraédrico
		48	Tetraédrico

Para formar el mismo número de grupos y realizar pruebas distintas con diámetros de difusores en el reactor se realizó lo mismo que en la **Tabla 13**. Al seguir el mismo procedimiento se obtiene la **Table 14** de los grupos formados para cada caso de estudio que se describen en la **Tabla 12**.

**Table 14.** Grupos formados antes de realizar la simulación para diferentes diámetros de difusor.

Diámetro de difusor	Grupos	Número de celdas	Número de caras	Forma de celdas
2 mm	walls		24085	Tetaédrico
	outlet		173	
	inlet		96	
4 mm	walls		23941	Tetaédrico
	outlet		173	
	inlet		192	
		192767		
7 mm	walls		23797	Tetaédrico
	outlet		173	
	inlet		336	
10 mm	walls		23653	Tetaédrico
	outlet		173	
	inlet		480	

*OpenFOAM* fue instalado en Ubuntu 20.04 LTS que es el kernel de Linux para Windows siendo este kernel amigable no solo para la instalación del software de mecánica de fluidos sino también de nuevos softwares externos.

Una vez obtenido el mallado del reactor se procede a exportar la malla en formato unv, y para poder ejecutar el mallado en *OpenFOAM* se digita `ideasUnvToFoam` como se explicó anteriormente en la **Figura 23** y para verificar la calidad de la malla se digita `checkMesh` y la verificación de la malla se verifica mediante el `max skewness` que indica que la mayor parte de los volúmenes finitos se encuentra en 1.04 siendo este valor el adecuado ya que tiende a un valor cercano a 0.

```

Checking geometry...
Overall domain bounding box (0.01 0.020001 0) (0.16139 0.12 0.6)
Mesh has 3 geometric (non-empty/wedge) directions (1 1 1)
Mesh has 3 solution (non-empty) directions (1 1 1)
Boundary openness (-2.1386e-16 1.76475e-16 7.25635e-17) OK.
Max cell openness = 2.1795e-16 OK.
Max aspect ratio = 8.06381 OK.
Minimum face area = 9.87429e-08. Maximum face area = 6.21932e-05. Face area magnitudes OK.
Min volume = 1.5654e-11. Max volume = 1.55578e-07. Total volume = 0.00474327. Cell volumes OK.
Mesh non-orthogonality Max: 61.6336 average: 15.2052
Non-orthogonality check OK.
Face pyramids OK.
Max skewness = 1.04769 OK.
Coupled point location match (average 0) OK.

Mesh OK.

End
    
```

**Figura 33.** Comprobación de la calidad de la malla en *openFOAM*.

### 3.3. Configuración del solucionador *multiPhaseEulerFoam*

Según el apartado 2.7.2. del enfoque CFD en el modelado DAF, el éxito del modelado CFD fue una aplicación exitosa en varios casos de estudio al partir de un enfoque multifásico E-E. En este aspecto se depende principalmente del uso apropiado de las relaciones constitutivas

que definen los términos de intercambio de momento en la interfase como: arrastre, sustentación, masa virtual fuerza de tensión superficial y fuerza de dispersión turbulenta.

Para la presente investigación se implementó el solucionador *multiPhaseEulerFoam* ya que este me permite según (Amato & Wicks, 2009) definir a cada fase su respectiva ecuación de continuidad, cantidad de movimiento, energía y turbulencia esto se hará mediante un tamaño diferente de burbuja y de partícula suspendida como también de las densidades dentro de las zonas principales del reactor de flotación. Como resultado, el modelo proporciona los campos de velocidad y, sobre todo, fracción volumétrica de cada fase, lo que serviría para evaluar el rendimiento del sistema.

### 3.3.1. Condiciones de borde

También llamadas condiciones de contorno se encuentran en la carpeta 0 (**Figura 26**) y se configuraron según la metodología utilizada por (Norouzi, 2020) con algunos cambios en base de (Greenshields, 2021; Manni, 2014; Mena-Flores, 2018). En la **Tabla 15** se describe las condiciones de borde y los valores implementados, los valores están en unidades de SI como se muestra en la **Tabla 7**.

**Tabla 15.** Condiciones de borde implementados en *OpenFOAM*.

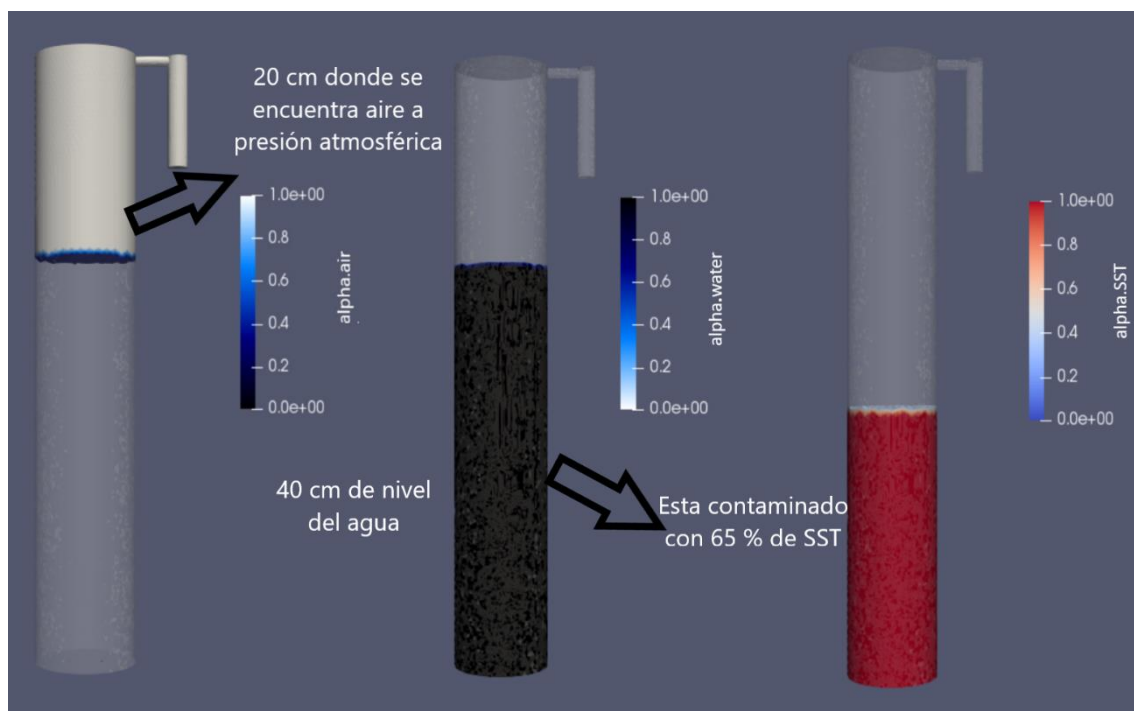
Field name	internal Field	Inlet condition	Outlet condition	Walls condition
<b>alpha.air</b>	0	fixedValue value = 1	inletOutlet phi.air inletValue=1 value = 1	zeroGradient
<b>alpha.water</b>	0	fixedValue value = uniform 0	inletOutlet inletValue=0 value = 0	zeroGradient
<b>alpha.SST</b>	0	fixedValue value = uniform 0	inletOutlet inletValue=0 value = 0	zeroGradient
<b>p_rgh</b>	101325	fixedFluxPressure value = \$internalField	prghPressure p = \$internalField value = \$internalField	fixedFluxPressure value = \$internalField
<b>U.air</b>	(0 0 0.1)	fixedValue value = \$internalField	fluxCorrectedVelocity uniform (0 0 0)	fixedValue value = (0 0 0)
<b>U. water</b>	(0 0 0)	fixedValue value = \$internalField	fluxCorrectedVelocity uniform (0 0 0)	fixedValue value = (0 0 0)
<b>U. SST</b>	(0 0 0)	fixedValue value = \$internalField	fluxCorrectedVelocity uniform (0 0 0)	fixedValue value = (0 0 0)
<b>T.air</b>	295.7	fixedValue; value = \$internalField;	inletOutlet; phi = phi.air; value = \$internalField;	zeroGradient
<b>T.water</b>	295.7	fixedValue; value = \$internalField;	inletOutlet; phi = phi.water; value = \$internalField;	zeroGradient

<b>T.SST</b>	295.7	fixedValue; value = \$internalField;	inletOutlet; phi = phi.SST; value = \$internalField;	zeroGradient
--------------	-------	--	---	--------------

Donde, zeroGradient hace referencia a que la gradiente normal de una variable es cero; fixedValuePressure se establece como una condición donde la gradiente de la presión es cero, pero fuerzas como la gravedad y la tensión superficial están presentes (Greenshields, 2021). La condición inletOutlet se deriva del cambio entre zeroGradient, cuando el flujo va hacia el exterior y fixedValue cuando el fluido va hacia adentro de la geometría; como el valor de ingreso se lo especifica con inletValue y el pressureInletOutletVelocity se define para establecer como zeroGradient a todos los componentes, excepto cuando hay el ingreso del flujo (Greenshields, 2021).

Con base a los valores definidos anteriormente, la fracción de volumen de aire en la entrada es de 1 y la velocidad de aire de entrada es de 0.1 m/s, esto equivale a una velocidad de gas superficial de gas de 0.1 m/s. En función de la definición del problema para poder evaluar el reactor de flotación en cuanto a la remoción del material suspendido en industrias lácteas, los parámetros a tomar en consideración serán la temperatura y SST como previamente lo hicieron (Couto et al., 2004; Puget et al., 2004). Además de tamaño de burbuja y partícula como de densidades de cada fase a simular; para ello se requiere definir las distintas fases del fluido que intervienen en el reactor de flotación los cuales son **líquido (agua) sólidos (SST) y aire**.

El reactor de flotación se llena inicialmente con partículas de agua de hasta 40 cm, esto es posible gracias a la utilidad de setFields. La fracción tanto de agua, SST y de aire se encuentra en dos puntos de una caja cuboide y eso se especifica antes de correr el modelo. En el **Anexo 1** se aprecia la configuración adecuada para este caso particular de estudio y en la **Figura 34** se presenta las fracciones de cada componente dentro del reactor.



**Figura 34.** Fracciones de fluidos dentro del tanque de flotación.

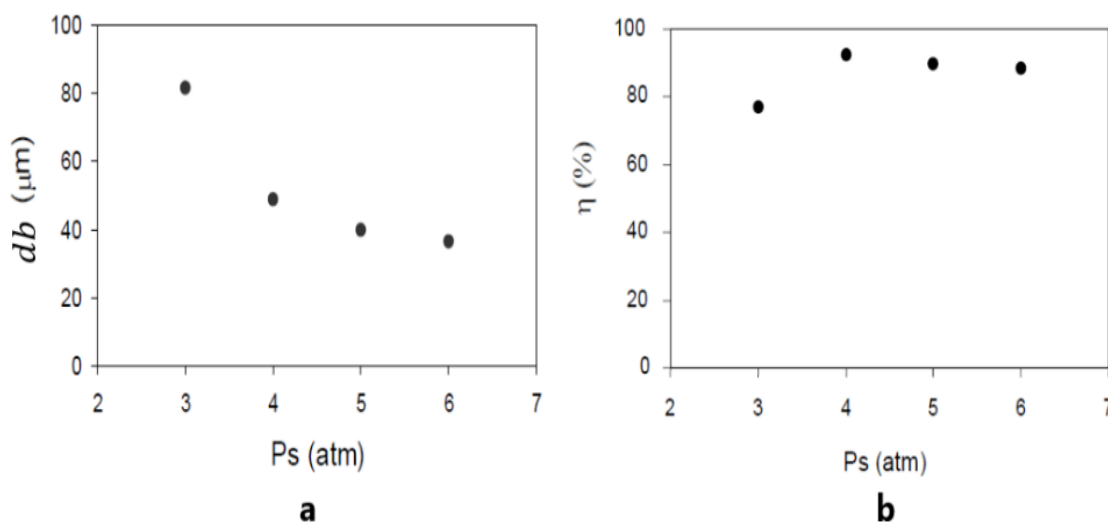
En la **Figura 34** la fracción del fluido se distingue en una escala de 0 a 1, donde 1 predomina el color negro que significa que existe agua, mientras que la fracción de aire se identifica con color blanco y los *SST* con color rojo.

### 3.3.2. Configuración del directorio constant

La carpeta “constant” contiene las propiedades de malla y de transporte entre otras funciones, donde existe algunos utilitarios, primero se modificó el valor de la gravedad como se presenta en el **Anexo 2**.

El modelo de turbulencia empleado en la simulación fue  $k - \varepsilon$  realizable como se muestra en el **Anexo 3** ya que este modelo es el más indicado en representar el flujo de una columna o tanque DAF (Rodrigues & Béttega, 2017), y se basa en encontrar solución a las ecuaciones de transporte, en específico a las ecuaciones con respecto a  $k$  (se relaciona de manera directa con la energía cinética turbulenta del fluido) y  $\varepsilon$  (se relaciona con la disipación de energía presente en el medio), con el fin de calcular la viscosidad turbulenta de manera independiente.

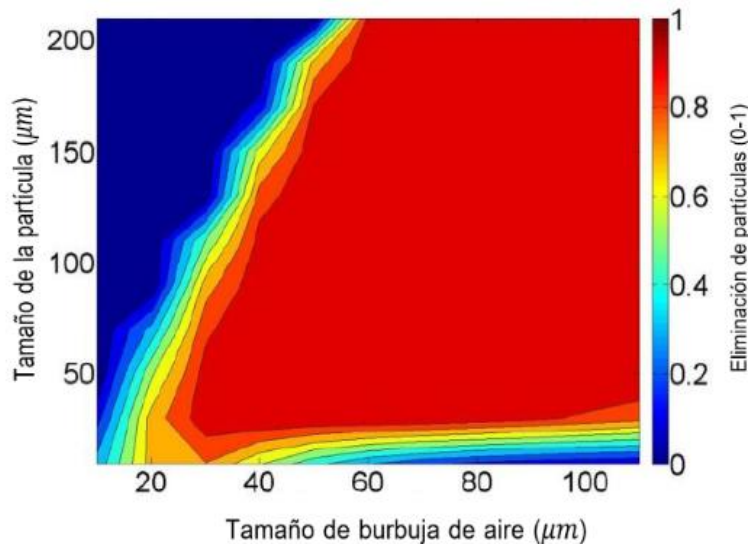
En transportProperties se expone los modelos con sus respectivos valores. Las fases a simular fueron aire, agua y *SST*. Antes se tenía que determinar los cálculos de densidad agregada, así como la velocidad laminar y turbulenta que son puntos indispensables para poder realizar la remoción de partículas con ayuda de burbujas de aire en la simulación. En la **Figura 35** se tiene una visualización del tamaño mínimo y máximo de burbuja de una industria láctea, así como su eficiencia de remoción.



**Figura 35.** a) Tamaño promedio de burbuja de aire ( $db$ ) con respecto a la presión de suministro. b) Porcentaje de remoción ( $\eta\%$ ) respecto a la presión de operación.

**Fuente:** (Couto et al., 2004).

La **Figura 35a** muestra que mientras más elevada sea la presión de operación menor es el diámetro de burbuja de aire, pero según la **Figura 35b** para presiones mayores a 4 atmósferas el porcentaje de remoción disminuye, por el hecho que causa una turbulencia incontrolable y caótica que no hace posible el contacto de burbujas y partículas. El modelo de flotación de (Lakghomi, 2015) muestra cuanta fracción de partículas se puede remover según el tamaño de burbuja de aire, tal relación se muestra en la **Figura 36**.



**Figura 36.** El efecto del tamaño de las partículas y las burbujas en la eliminación de partículas.

**Fuente:** (Lakghomi, 2015).

Como se puede observar en la **Figura 36** al tener un  $db$  de  $50 \mu m$  se puede remover partículas de  $25$  a  $200 \mu m$  en un porcentaje no menor a  $80\%$ , además partir de un tamaño de burbuja de  $50 \mu m$  también es recomendado por (Matsui et al., 1998) para llegar a un porcentaje de remoción de  $90\%$ . Un factor que está directamente relacionado con  $db$  es el tamaño de partícula  $df$  y poder estimar su tamaño es importante ya que de ello depende la remoción del material suspendido en el tipo de efluente a tratar.

En estudios anteriores, (Han, 2002) realiza un análisis de la efectividad de colisión de burbujas de aire en partículas, llegó a concluir que para un tamaño de partícula pequeño ( $15 \mu m$ ) las burbujas más pequeñas funcionan mejor que las burbujas más grandes, sin embargo existe una pequeña diferencia, poco significativa para un tamaño de partícula más grande ( $150 \mu m$ ). También llega a afirmar que el tamaño óptimo de una partícula de baja densidad es mayor que la de una partícula de alta densidad. (Wang et al., 2019) realizó una experimentación algo similar para evaluar el valor de  $df$  y ver como este influye en las burbujas de aire, pudo notar que cuando se incrementó el  $df$  de  $64 \mu m$  a  $124 \mu m$  el coeficiente de arrastre mostró solo un pequeño aumento, pero al aumentar el  $df$  de  $155 \mu m$  a  $266 \mu m$  el coeficiente de arrastre aumentó drásticamente.

El aumento del coeficiente de arrastre se da conforme aumenta el tamaño de las partículas, las fuerzas de masa y fuerzas de arrastre juegan un papel más dominante en la amortiguación de las oscilaciones de forma, disminuyendo la velocidad de burbujas cargadas de partículas. En caso de que las partículas sean pequeñas ( $<155 \mu m$ ), las fuerzas de masa y arrastre se equilibran principalmente con las fuerzas de flotabilidad siendo esto óptimo para que ocurra de buena manera el proceso de flotación (Wang et al., 2019). Conforme lo revisado anteriormente se realizaron algunas consideraciones antes de la simulación CFD que se detalla en la **Tabla 16**.

**Tabla 16.** Consideraciones previo a realizar la modelación del proceso de flotación.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Diámetro de burbuja	$df$	50	$\mu m$
Diámetro de partícula	$db$	100	$\mu m$
Velocidad de subida laminar	$v_{fa}$	0.1	$m/s$
Velocidad de subida turbulenta	$v_{fb}$	0.1	$m/s$
Densidad de agua	$p_w$	1027	$kg/m^3$
Densidad del material suspendido	$p_g$	931	$kg/m^3$
Densidad del aire	$p_a$	1.22	$kg/m^3$

Los valores de  $N_{max}$ ,  $\rho_{fb}$ ,  $d_{fb}$ ,  $v_{fb}$  fueron calculados mediante las ecuaciones (34, 35, 36, 37 y 38) de (Haarhoff & Edzwald, 2001) y la configuración del directorio *transportProperties* se expone en la **Tabla 17**:

$$N_{max} = \pi \left( \frac{df}{db} \right)^2 \quad (34)$$

$$\rho_{fb} = \frac{\rho_f d_f^3 + N \rho_b d_b^3}{d_f^3 + N d_b^3} \quad (35)$$

$$d_{fb} = (d_f^3 + N d_b^3)^{\frac{1}{3}} \quad (36)$$

$$v_{fa} = \frac{4g(\rho_w - \rho_{fb})d_{fb}^2}{3K\mu_w} \quad (37)$$

$$v_{fb} = \left( \frac{4}{3K} \right)^{0,8} \left( \frac{g^{0,8}(\rho_w - \rho_{fb})^{0,8} d_{fb}^{1,4}}{\rho_w^{0,2} \mu_w^{0,6}} \right) \quad (38)$$

Donde:

$N_{max}$  = Número máximo de burbujas/partícula

$\rho_{fb}$  = Densidad agregada

$d_{fb}$  = Diámetro agregado

$v_{fa}$  = Velocidad de subida laminar

$v_{fb}$  = Velocidad de subida turbulenta

El valor de la densidad del material suspendido se tomó de (Alais, 1988; Rivadeneyra-Machasilla, 2015) que representa a la grasa que está presente como componente en el contenido de leche. Las densidades de agua y aire para la simulación se tomaron de (Coll-Velasquez, 2014). Los valores de  $v_{fa}$  y  $v_{fb}$  variaron y se utilizó las velocidades de 0.5 m/s, 1 m/s y 1.5 m/s para evaluar distintos escenarios en la simulación.

**Tabla 17.** Descripción de modelos y configuraciones utilizadas en las fases de agua, SST y aire.

Consideraciones utilizadas para la simulación de agua-SST-aire.					
Modelos	Descripción	Aire	Valor	Agua - SST	Valor
Modelo de diámetro	<b>Isothermal:</b> Asume un modelo isotérmico para el diámetro de la burbuja que cambia directamente con la presión. En isothermalCoeffs, se deben definir dos palabras clave d0 y p0. El diámetro medio de la burbuja a la presión p viene dado por: $d = d0 (p0/p)^{1/3}$	d0 : diámetro de burbuja de gas (m).	5.00E-05	d: diámetro de las gotas de agua (m)	0.0001
		p0: presión ejercida en la entrada (Pa).	101325	d1: diámetro de la partícula suspendida (m)	
Modelo de mezcla	<b>linear:</b> Se utiliza como tipo de fusión o mezcla. En el tipo de combinación se define dos valores: maxFullyDispersedAlpha y maxPartlyDispersedAlpha. Estos dos valores definen los límites para la fase dispersa, mixta y continua, tanto para fracción de aire y de SST.	<b>aire-agua</b>			
Modelo de arrastre	Los modelos a emplear son IshiiZuber, Tomyama y SchillerNaumann.	<b>Dispersión de aire en agua y en SST</b>		<b>Dispersión de agua en aire</b>	
		<p><b>IshiiZuber:</b> Este modelo es habitualmente utilizado para condiciones en las que el aire se dispersa en agua (burbujas de aire) con el modelo de corrección de enjambre de <b>Tomyama</b>. El cual es la corrección de enjambre es un factor que se multiplica por el coeficiente de fuerza de arrastre para tener en cuenta los efectos de interacción de las burbujas con una gran retención de gas y se interpreta como:</p> $C_S = (\max(\alpha_{water}, \alpha_{residual}))^{3-2\beta}$ <p><b>Di Felice:</b> Este modelo permite la interacción entre las burbujas de aire con las partículas suspendidas, siempre y cuando el modelo de dispersión aire en agua sea el adecuado, ya que eso posibilita el ascenso de SST (material suspendido) a la superficie.</p>		<p><b>SchillerNaumann:</b> Para condiciones en las que el agua está dispersa (gotas de agua), se selecciona la correlación de SchillerNaumann sin efecto de enjambre.</p>	
Modelo VirtualMass	Es la fuerza inducida por la aceleración de una fase con respecto a otra. El efecto se usa comúnmente en simulaciones de columnas de burbujas. El modelo a emplear será <b>constantCoefficient</b> .	<b>aire-agua-SST</b>			
		En constantCoefficient, el coeficiente de virtualMass se toma constante (aquí, es igual a 1) esto se da para que exista movimiento tanto de las fracciones de agua, aire y SST al ingresar al sistema.			
Modelo de transferencia de calor	<b>RanzMarshall</b> Permite calcular el coeficiente de transferencia de calor entre burbujas de aire en agua, gotas de agua en aire y en partículas suspendidas de SST.	<b>aire-agua y aire-SST</b>			
		El solucionador utiliza un modelo de resistencia bastante complejo y potente. Si, por ejemplo, desea considerar que la resistencia a la transferencia de calor está en la otra fase en la configuración de cada par, es necesario definir el modelo de transferencia de calor esférico. En el modelo esférico, Nu es constante e igual a 10.			
Modelo de elevación	En la entrada del ascensor, se selecciona el modelo de elevación de <b>constantCoefficient</b> para las burbujas de aire (aire en el agua) y no se selecciona ningún modelo de elevación para las gotas de agua (agua en el aire).	<b>aire en agua</b>		<b>aire en SST.</b>	
		Al tener un valor de velocidad y fracción volumétrica de ingreso de aire es importante definir un modelo en este caso fue <b>constantCoefficient</b> .		En esta parte no se utiliza ningún modelo para agua en aire ya que el ingreso es solo de aire donde se encuentra agua estática dentro del sistema, pero si se adapta un modelo para aire en SST y es el mismo <b>constantCoefficient</b> .	
Modelo de relación de aspecto	<b>Aspect ratio:</b> se utiliza en una serie de modelos de interfase.	<b>agua-aire</b>			
		Aquí se define una relación de aspecto constante tanto para burbujas como para gotas de agua. Se asume que es 1 (esférico). La tensión superficial se lo define como una constante sigma con valor de 0.72 siendo este un valor muy utilizado en interfaces agua-aire, mientras que entre agua-SST el valor es 0.05.			

Fuente: Adaptado de (Norouzi, 2020).

### Propiedades termofísicas (*thermophysicalProperties*)

En el **Anexo 4** se explica el modelo termo físico usado para el agua, *SST* y aire y las variables que se utilizaron para desarrollar el solucionador.

#### 3.3.3. Configuración del directorio system

La carpeta “system” contiene la configuración de la ejecución, los esquemas de discretización y los procedimientos de solución. Como se puede observar en la **Figura 26** tiene 4 utilitarios.

- **ControlDict:** Contiene las instrucciones para ejecutar la simulación, en la **Tabla 18** se muestra las propiedades que se utilizaron para la simulación.
- **fvSchemes:** Establece el método de discretización del solver. Los esquemas utilizados se presentan en el **Anexo 5** que según (Zhang et al., 2016) son los esquemas más utilizados, para resolver ecuaciones diferenciales complejas.

**Tabla 18.** Condiciones y valores utilizados en el archivo controlDict,

Propiedad	Descripción	Condición y valor utilizado
<b>Aplicación</b>	Es el atributo que indica el nombre del solucionador.	El solucionador utilizado es <b>multiPhaseEulerFoam</b> , indica que se va a simular un flujo de tres fases. En este caso agua, aire y <i>SST</i> .
<b>startFrom</b>	Indica el tiempo de inicio de la simulación que podría ser <b>firstTime</b> , <b>startTime</b> o <b>latestTime</b> . <b>firstTime:</b> toma el paso de tiempo más temprano desde el directorio <b>startTime:</b> toma el tiempo especificado en el <b>startTime</b> <b>latestTime:</b> tarda el tiempo más reciente en el directorio	Se utilizó la condición <b>startTime</b> , ya que permite al usuario indicar que la simulación empiece en el tiempo <b>0</b> .
<b>stopAt</b>	Controla la hora de finalización de la simulación que podría ser: <b>endTime</b> toma el tiempo de la palabra clave <b>endTime</b> . <b>writeNow</b> se detiene después de completar el paso de tiempo actual. <b>noWriteNow</b> se detiene después de completar el paso de tiempo actual, pero no ejecuta la salida <b>nextWrite</b> detiene la simulación de la próxima hora programada, esta vez se especifica con <b>writeControl</b> .	Se utilizó la condición <b>endTime</b> para indicar que la simulación termina en un tiempo específico en este caso se realizó para <b>1800</b> segundos.
<b>deltaT</b>	Es el paso de tiempo de la simulación	El valor que se utilizó fue de <b>0.005</b> este valor se utiliza para que exista convergencia y precisión en el modelo y al avanzar la simulación este paso deberá ir aumentando, si se mantiene por mucho tiempo en 0.005 o disminuye el

---

		solucionador genera un error indicando problemas en la simulación.
<b>writeControl</b>	Controla el tiempo de la salida en el archivo. Estos podrian ser: <b>timestep</b> define el paso de tiempo writeInterval. <b>runtime</b> va escribiendo datos cada writeInterval <b>adjustableRunTime</b> escribe datos cada writeInterval segundos de simulación.	Se utilizó la condición <b>runTime</b> ya que permite generar datos y poder visualizarlos después de la simulación. El writeInterval fue de <b>1</b> para que los datos se muestren cada segundo.
<b>purgeWrite</b>	Se utiliza para eliminar automáticamente las carpetas, conservará permanentemente solo 3 carpetas en el directorio, y se eliminarán las simuladas anteriores	Se usa un valor de <b>0</b> , ya que si se desea eliminar datos de una simulación solo va borrar los tiempos de simulación y no lo que contiene las carpetas principales de 0, constant y system.
<b>writeFormat</b>	Especifica si la salida está escrita en formato ascii o binario.	Se utilizó el formato <b>ascii</b> ya que se caracteriza por ser un formato liviano, esto ayuda a que la simulación no demore mucho tiempo en cuanto en procesar y almacenar el directorio de tiempos.
<b>timeFormat</b>	Son opciones de formato de los directorios de tiempo: <b>fixed:</b> tiene el formato "m.dddd", en el que "d" se establece en timePrecision <b>científico:</b> tiene el formato "m.ddde", en el que "d" se establece en timePrecision <b>general:</b> especifica el formato científico si el exponente es menor que -4 o mayor que el especificado en timePrecision.	El formato de tiempo usado fue el <b>general</b> y el timePrecision fue un número entero con valor de 7.
<b>runTimeModifiable</b>	Permite editar los parámetros anteriores mientras la simulación está en marcha.	La condición fue <b>no</b> ya que no se edita nada mientras la simulación está en ejecución, esto podría causar errores en especial si la simulación fue programada para mucho tiempo.

---

- **fvSolutions:** Permite especificar los controles y métodos del algoritmo y da a conocer el procedimiento de la solución. En el **Anexo 6** se puede ver la configuración que se utilizó.
- **setFieldsDict:** Este archivo ya fue descrito y implementado anteriormente y es para indicar las fracciones de aire y agua (**Anexo 1**), El archivo tiene 2 partes, que son "defaultFieldValues" y "regions"; "defaultFieldValues" se utiliza para asignar números a las fracciones, y "regions" se utiliza para definir los volúmenes con las condiciones de iniciales, la forma más común de asignar la extensión es usando "boxToCell" que permite indicar 2 coordenadas que forman un "box".

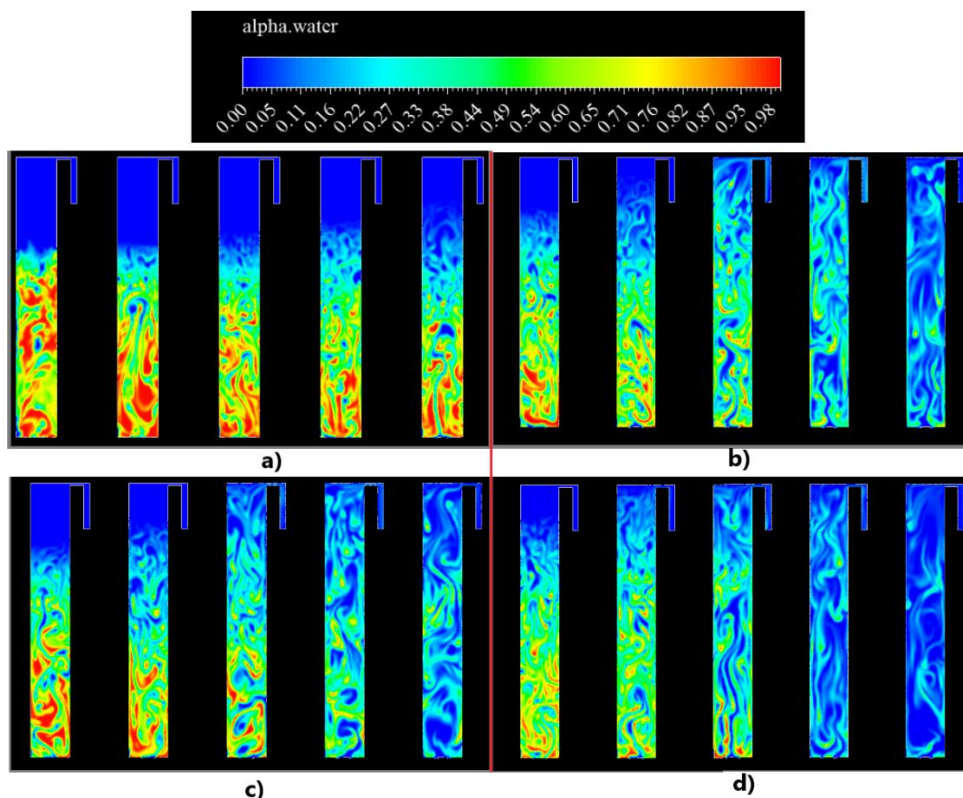
## CAPÍTULO IV

### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

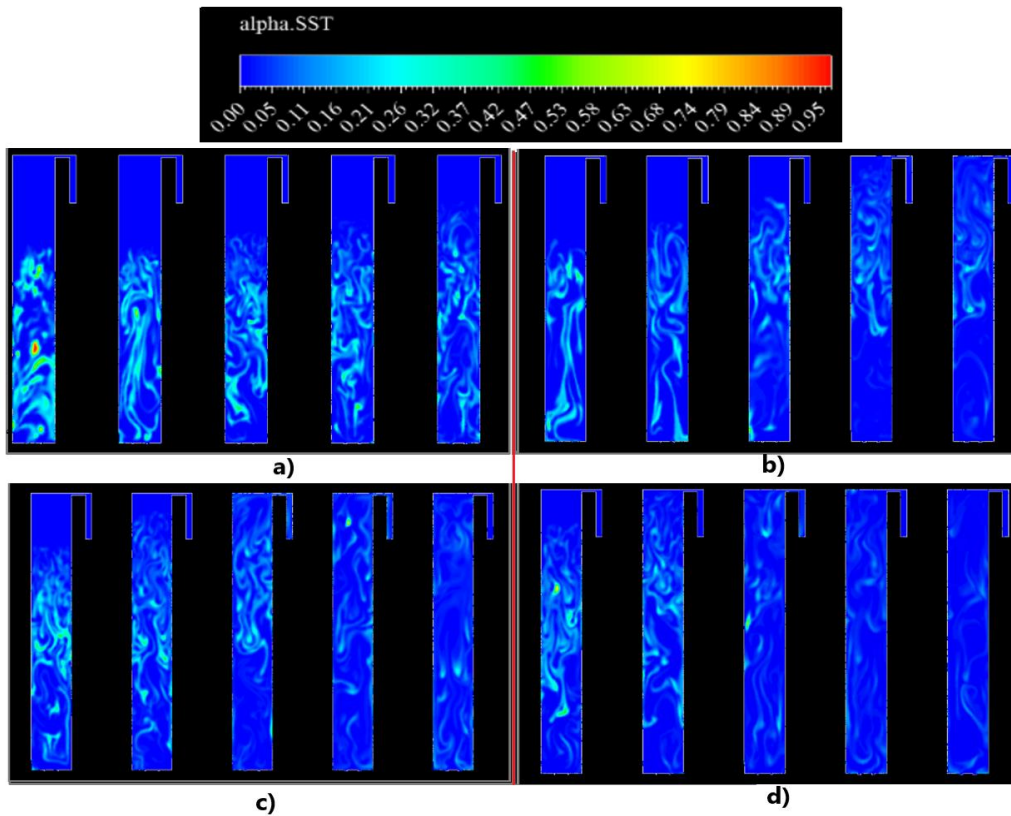
En este apartado se presenta el postprocesamiento, una vez corrido correctamente el *solver multiPhaseEulerFoam*. El tiempo de simulación fue de 1800 segundos (30 min) que fue el mismo tiempo empleado por (Aguilar, 2014); con un tamaño de paso de (0,005) para que la simulación pueda correr, sobre todo, que converja y poder visualizar los resultados. Se obtiene los resultados de fracción volumétrica de agua (alpha water), fracción volumétrica de sólidos suspendidos totales (alpha. SST) y fracción volumétrica de aire (alpha.air) y velocidad promedio de las fases. Al seguir la metodología de los apartados 3.1, 3.2 y 3.3, los parámetros de operación que hicieron posible la evaluación del sistema DAF fueron las velocidades de entrada de aire, diámetro de difusor, temperatura de los fluidos, diámetro de burbuja-partícula, diferentes densidades, el porcentaje de concentración del contaminante y ecuaciones para poder estimar la retención de aire que se suministra al reactor en base a la velocidad inicial y presión de operación.

#### 4.1. Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1 y 1.5m/s con temperatura de 15 °C, y con una concentración de SST de 65%.

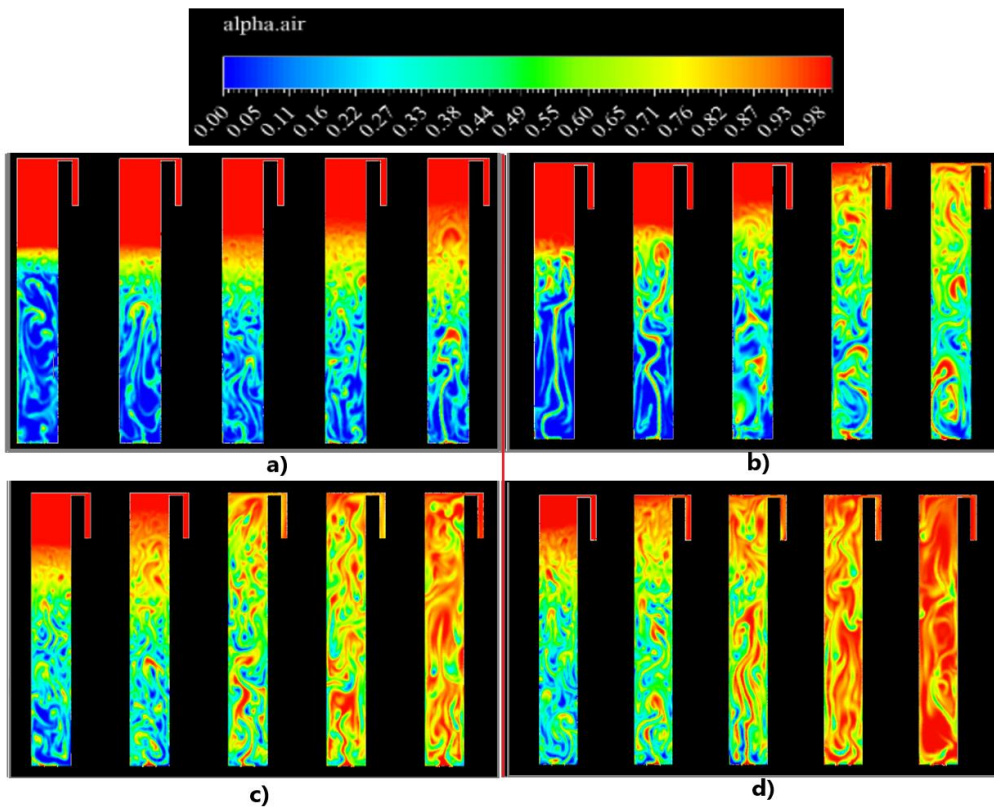
Como se mencionó en la **Tabla 12** se utilizó dos difusores como ingreso de aire con diferente tamaño de diámetro, los cuales están en el orden de 1 mm, 2 mm, 4 mm, 7 mm y 10 mm de izquierda a derecha. Las consideraciones necesarias para poder simular el proceso de flotación se encuentran en la **Tabla 16**, el nivel del agua es de 40 cm, con presencia de SST de 26 cm que representa el 65% en el primer caso de estudio donde se va presentando en forma cronológica la fracción de agua, SST y aire.



**Figura 37.** Fracción volumétrica de agua a  $T$  de 15°C y con: a) con  $U_g = 0.1$  m/s; b)  $U_g = 0.5$  m/s; c)  $U_g = 1$  m/s; d)  $U_g = 1.5$  m/s.

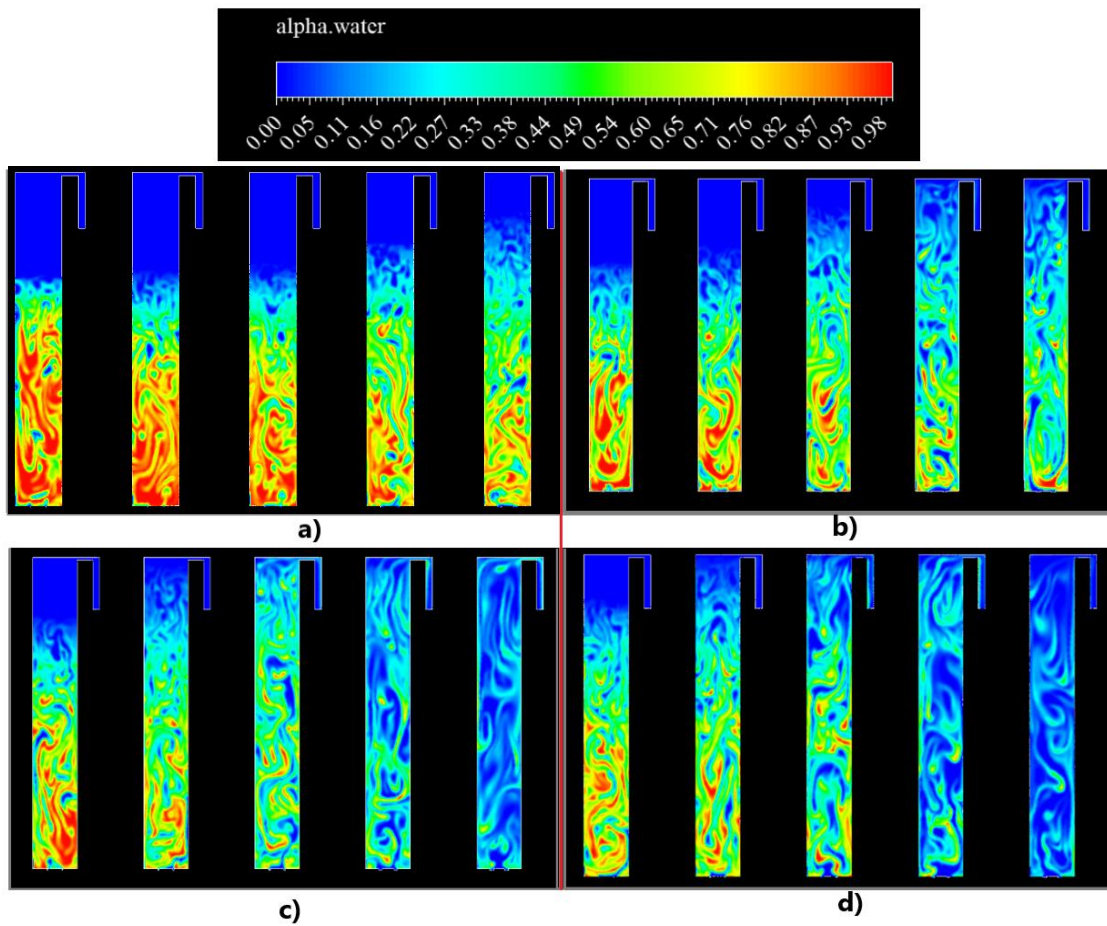


**Figura 38.** Fracción volumétrica de SST a  $T$  de 15°C y con: a)  $U_g = 0.1$  m/s; b)  $U_g = 0.5$  m/s; c)  $U_g = 1$  m/s; d)  $U_g = 1.5$  m/s.

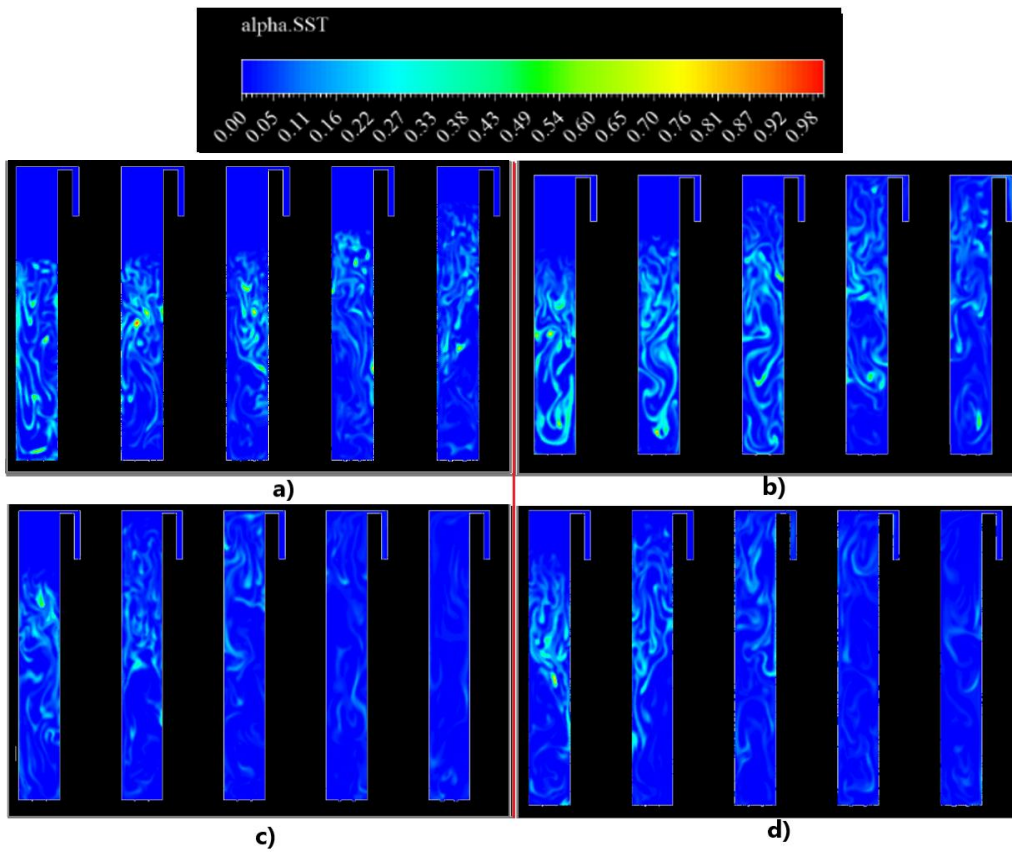


**Figura 39.** Fracción volumétrica de aire a  $T$  de 15°C y con: a)  $U_g = 0.1$  m/s; b)  $U_g = 0.5$  m/s; c)  $U_g = 1$  m/s; d)  $U_g = 1.5$  m/s.

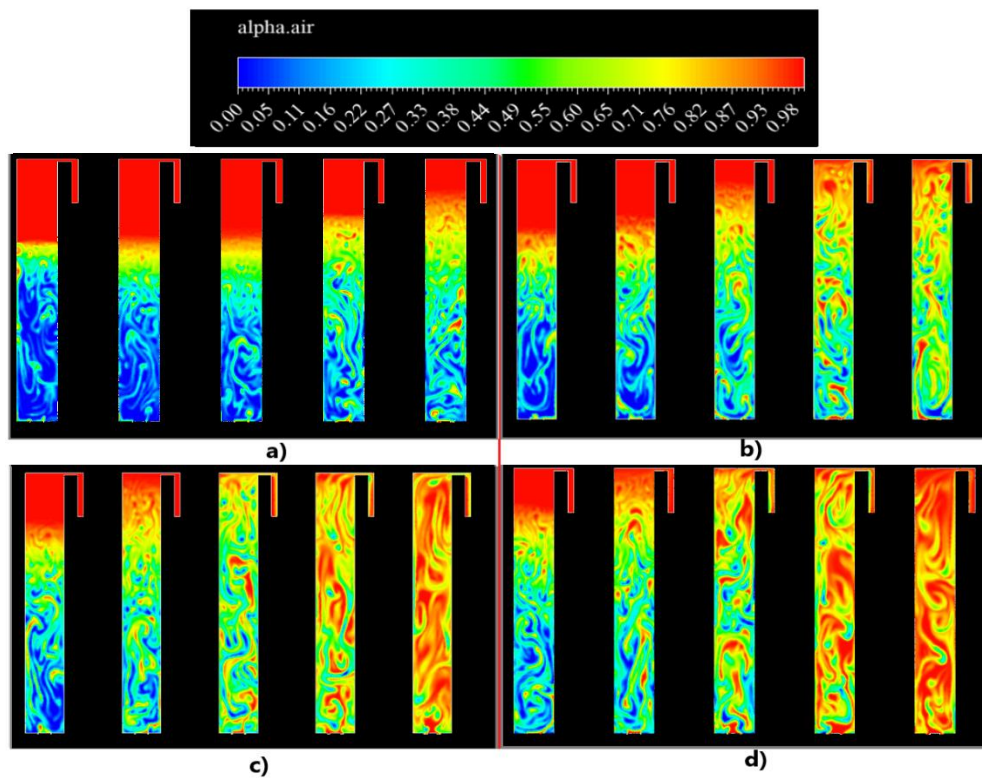
4.2. Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5m/s con temperatura de 22,7 °C y con una concentración de ST de 65%.



**Figura 40.** Fracción volumétrica de agua a  $T$  de 22,7°C y con: a)  $U_g = 0.1$  m/s; b)  $U_g = 0.5$  m/s; c)  $U_g = 1$  m/s; d)  $U_g = 1.5$  m/s.

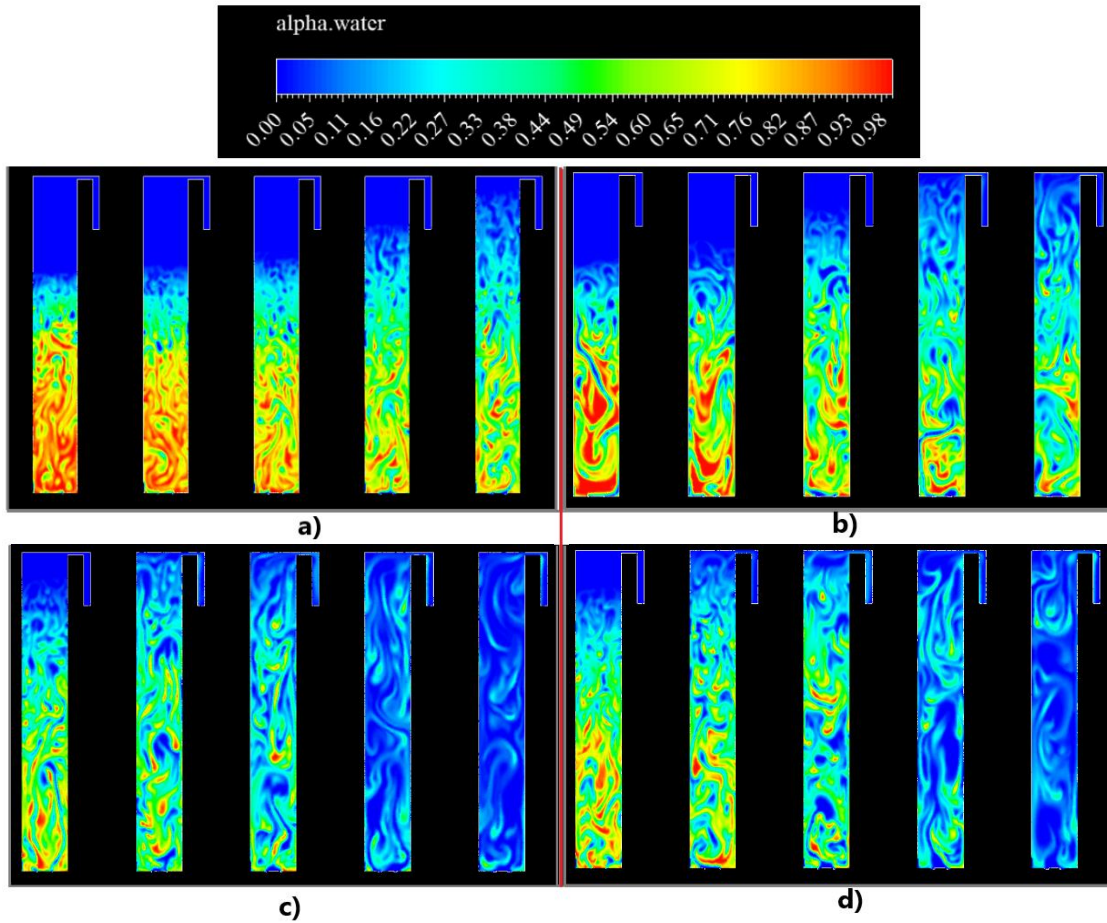


**Figura 41.** Fracción volumétrica de SST a  $T$  de  $22,7^{\circ}\text{C}$  y con: a)  $U_g = 0.1$  m/s; b)  $U_g = 0.5$  m/s; c)  $U_g = 1$  m/s; d)  $U_g = 1.5$  m/s.

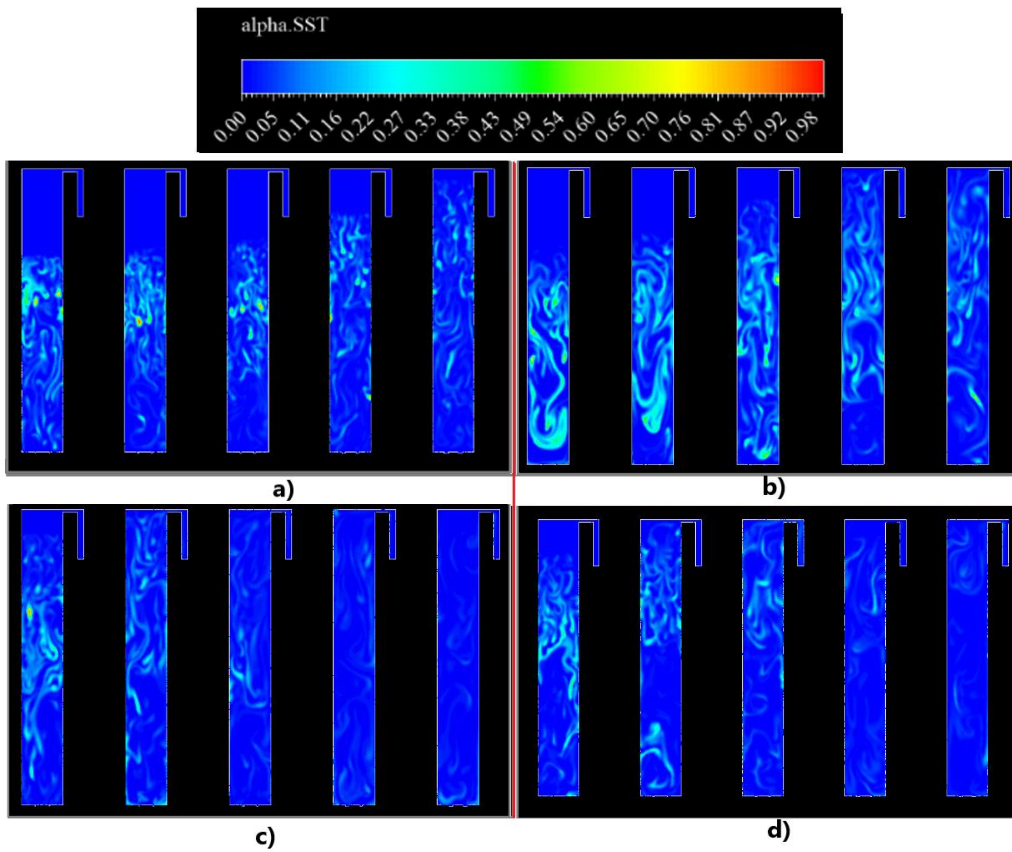


**Figura 42.** Fracción volumétrica de aire a  $T$  de  $22,7^{\circ}\text{C}$  y con: a)  $U_g = 0.1$  m/s; b)  $U_g = 0.5$  m/s; c)  $U_g = 1$  m/s; d)  $U_g = 1.5$  m/s.

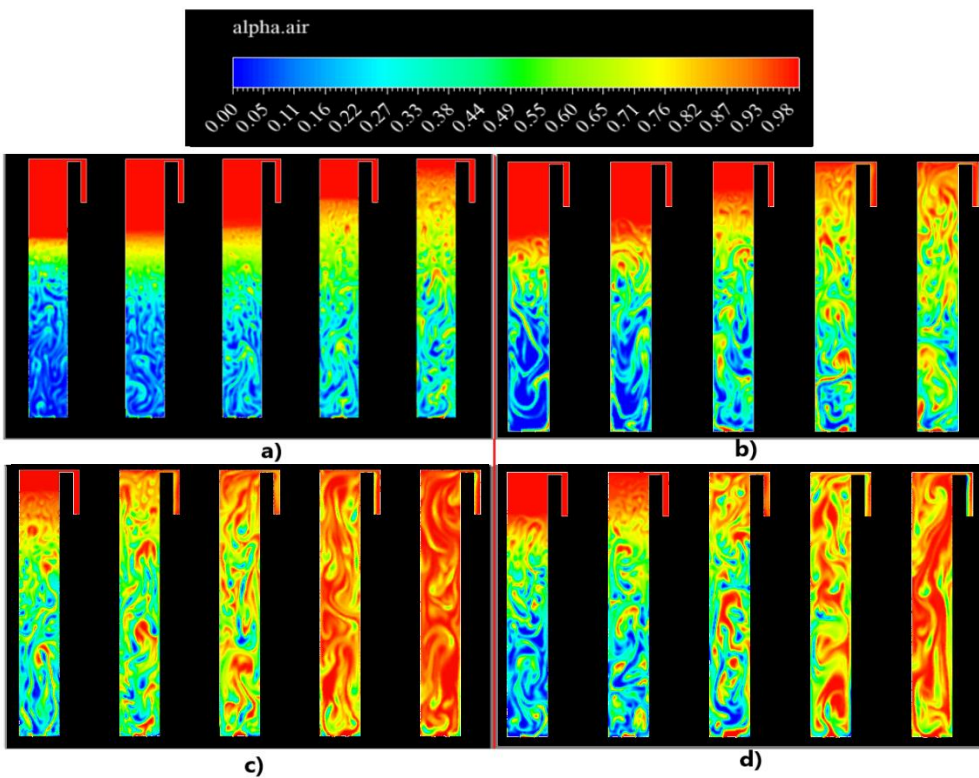
4.3. Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5m/s con temperatura de 28 °C y con una concentración de ST de 65%.



**Figura 43.** Fracción volumétrica de agua a  $T$  de 28°C y con: a)  $U_g = 0.1$  m/s; b)  $U_g = 0.5$  m/s; c)  $U_g = 1$  m/s; d)  $U_g = 1.5$  m/s.

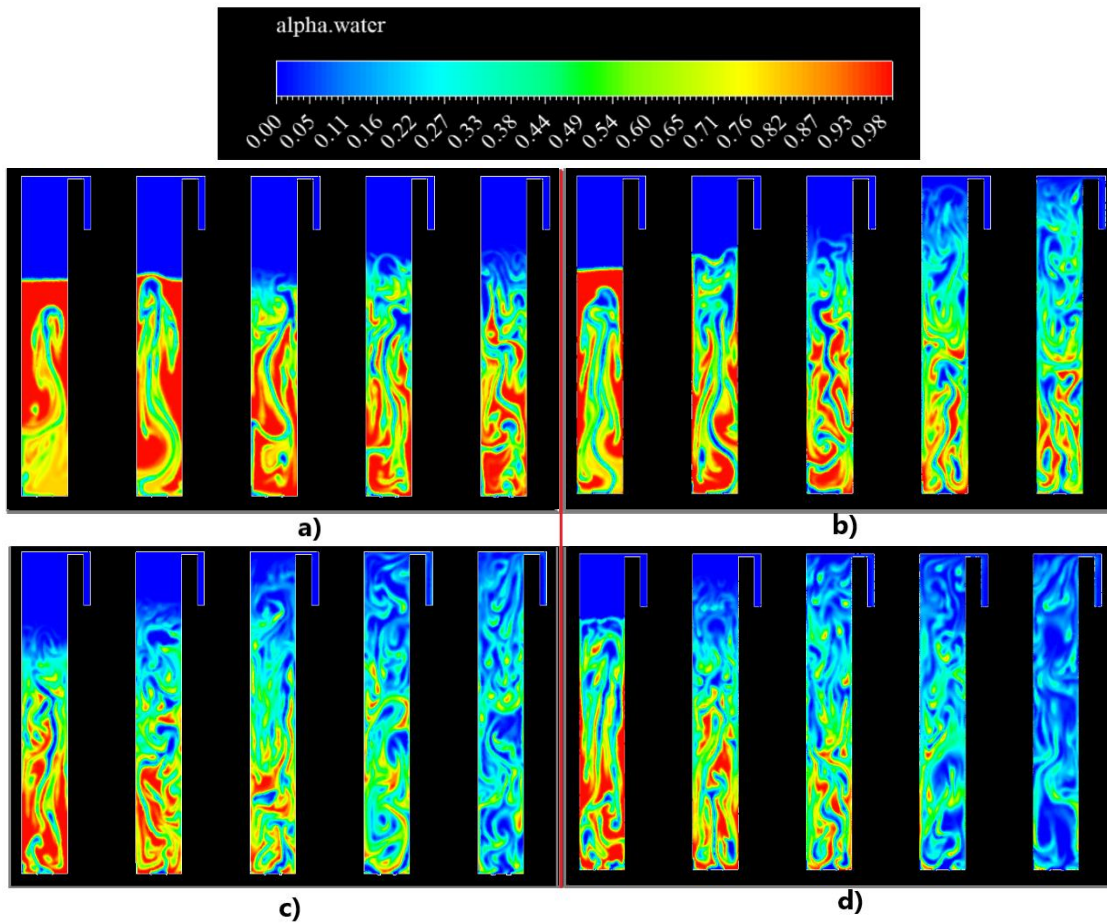


**Figura 44.** Fracción volumétrica de SST a  $T$  de  $28^{\circ}\text{C}$  y con: a)  $U_g = 0.1$  m/s; b)  $U_g = 0.5$  m/s; c)  $U_g = 1$  m/s; d)  $U_g = 1.5$  m/s.

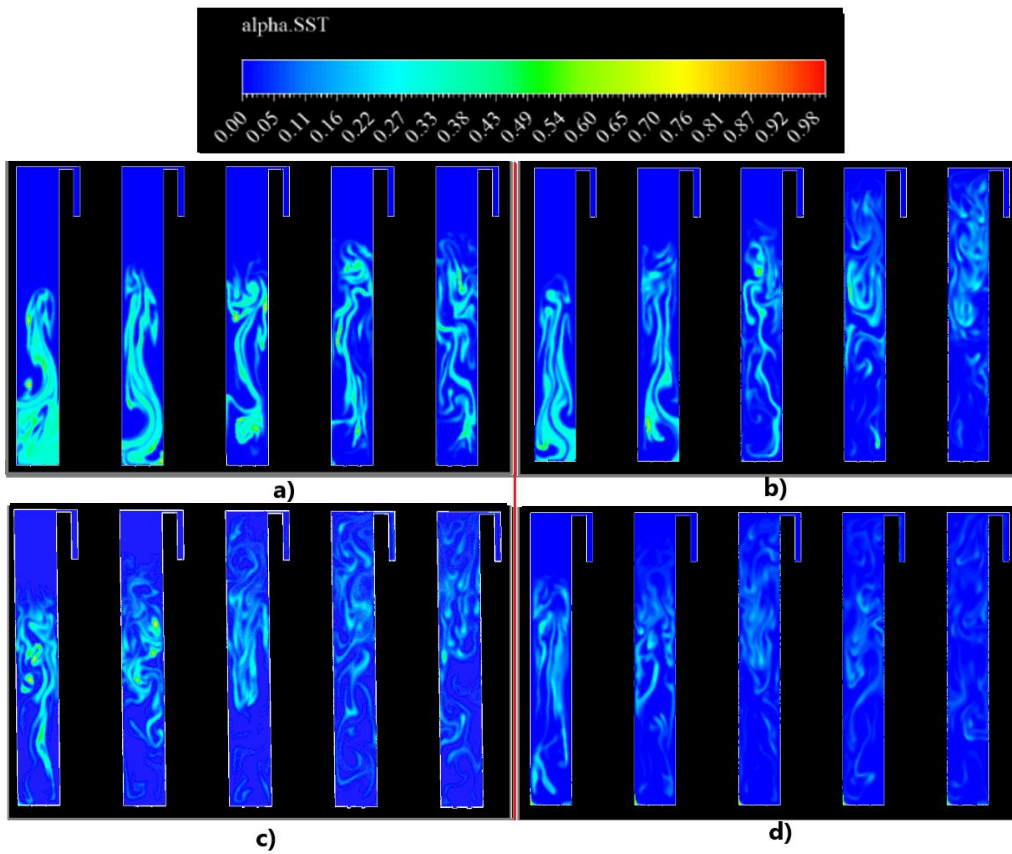


**Figura 45.** Fracción volumétrica de aire a  $T$  de  $28^{\circ}\text{C}$  y con: a)  $U_g = 0.1$  m/s; b)  $U_g = 0.5$  m/s; c)  $U_g = 1$  m/s; d)  $U_g = 1.5$  m/s.

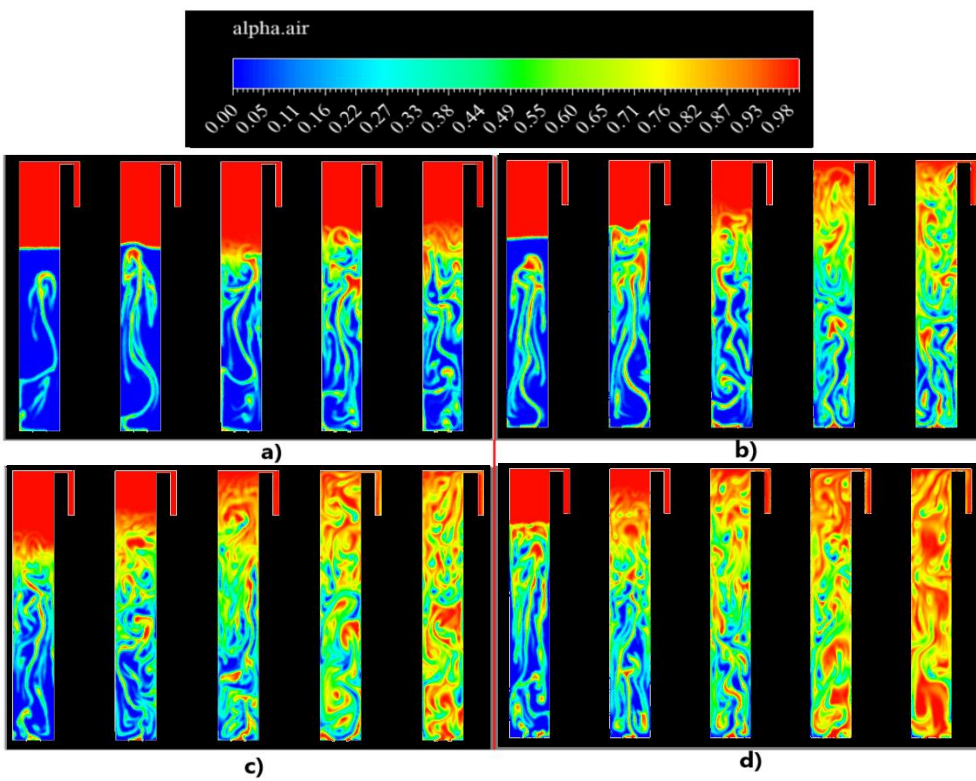
4.4. Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5m/s con temperatura de 15 °C y con una concentración de SST de 75%.



**Figura 46.** Fracción volumétrica de agua a  $T$  de 15°C y con  $U_g$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.

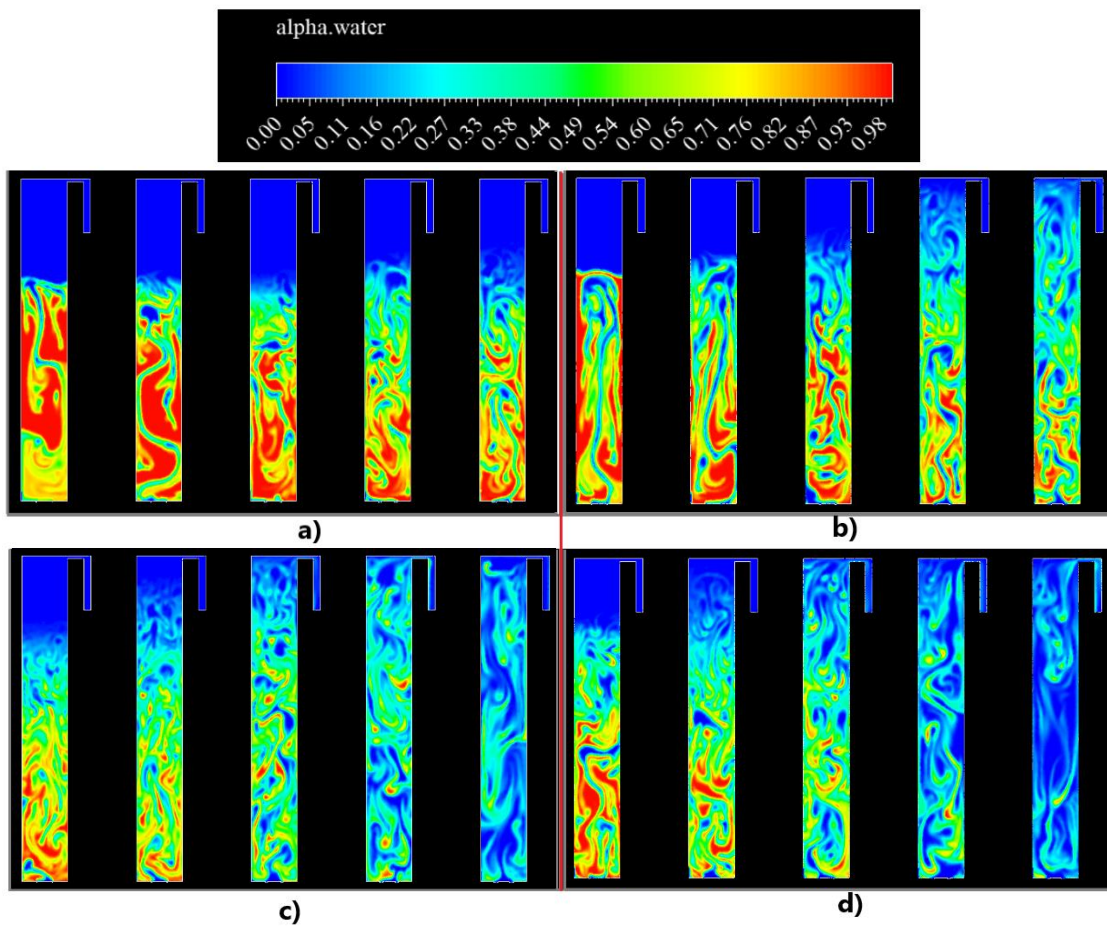


**Figura 47.** Fracción volumétrica de SST a  $T$  de  $15^{\circ}\text{C}$  y con  $U_g$ : a)  $0.1\text{ m/s}$ ; b)  $0.5\text{ m/s}$ ; c)  $1\text{ m/s}$ ; d)  $U_g = 1.5\text{ m/s}$ .

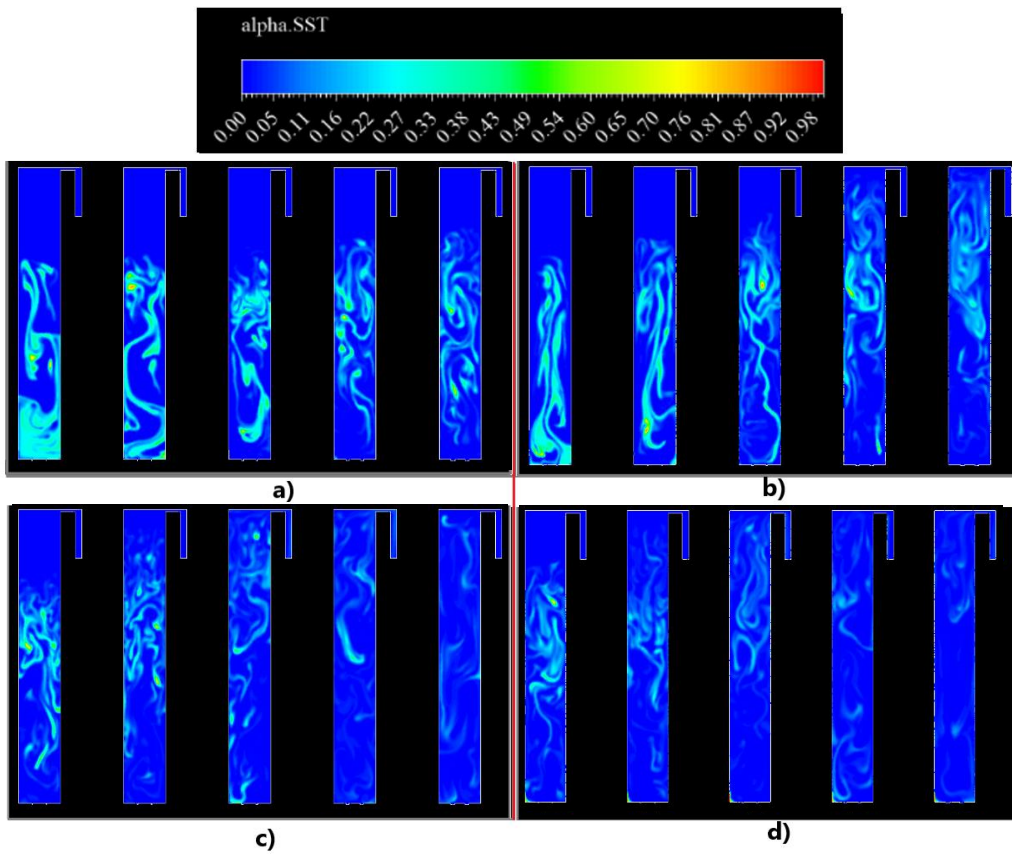


**Figura 48.** Fracción volumétrica de aire a  $T$  de  $15^{\circ}\text{C}$  y con  $U_g$ : a)  $0.1\text{ m/s}$ ; b)  $0.5\text{ m/s}$ ; c)  $1\text{ m/s}$ ; d)  $1.5\text{ m/s}$ .

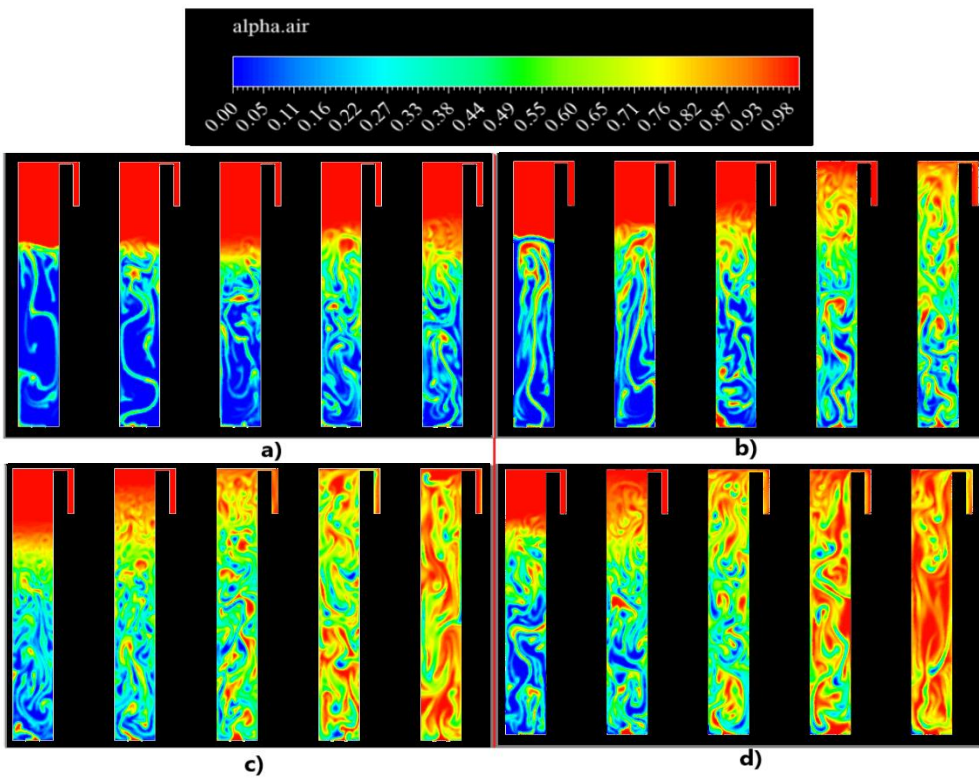
4.5. Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5m/s con temperatura de 22,7 °C y con una concentración de SST de 75%.



**Figura 49.** Fracción volumétrica de agua a  $T$  de 22.7°C y con  $U_g$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.

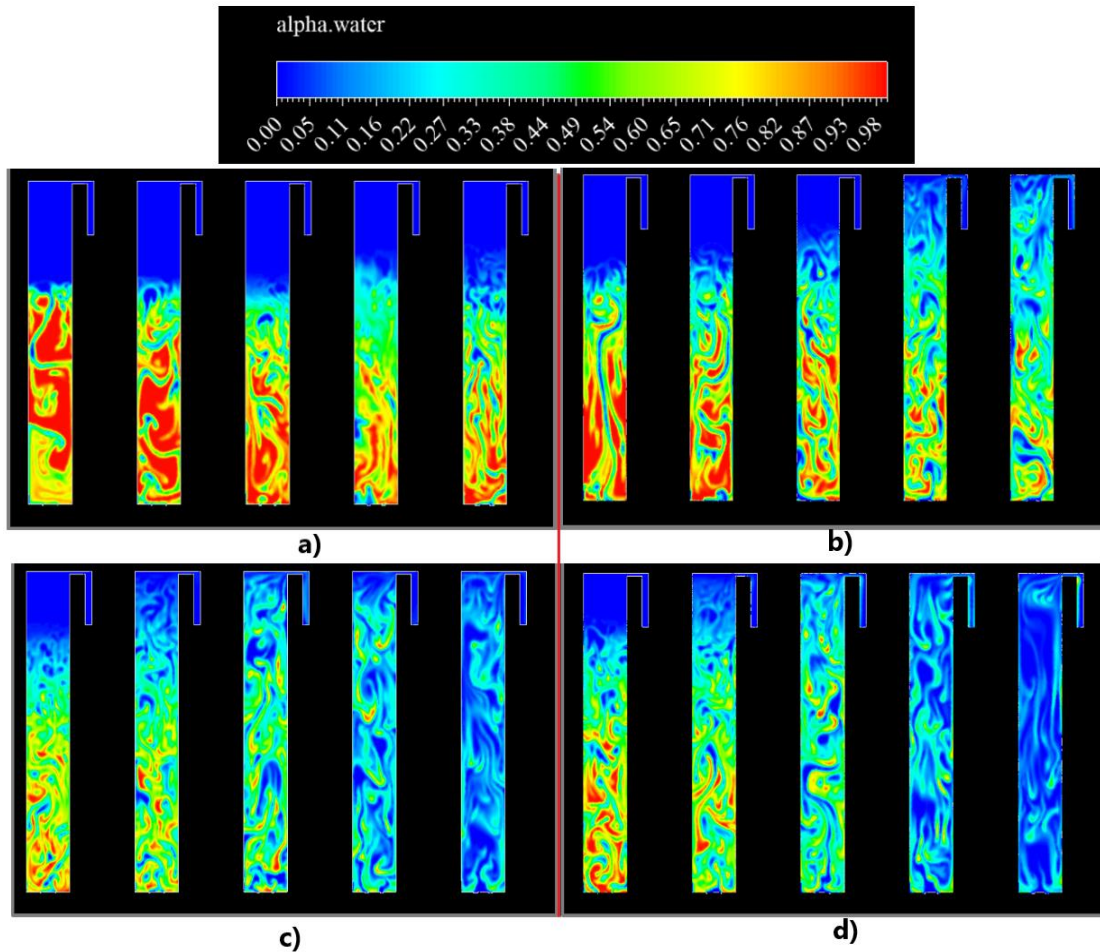


**Figura 50.** Fracción volumétrica de SST a  $T$  de 22.7°C y con  $U_g$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.

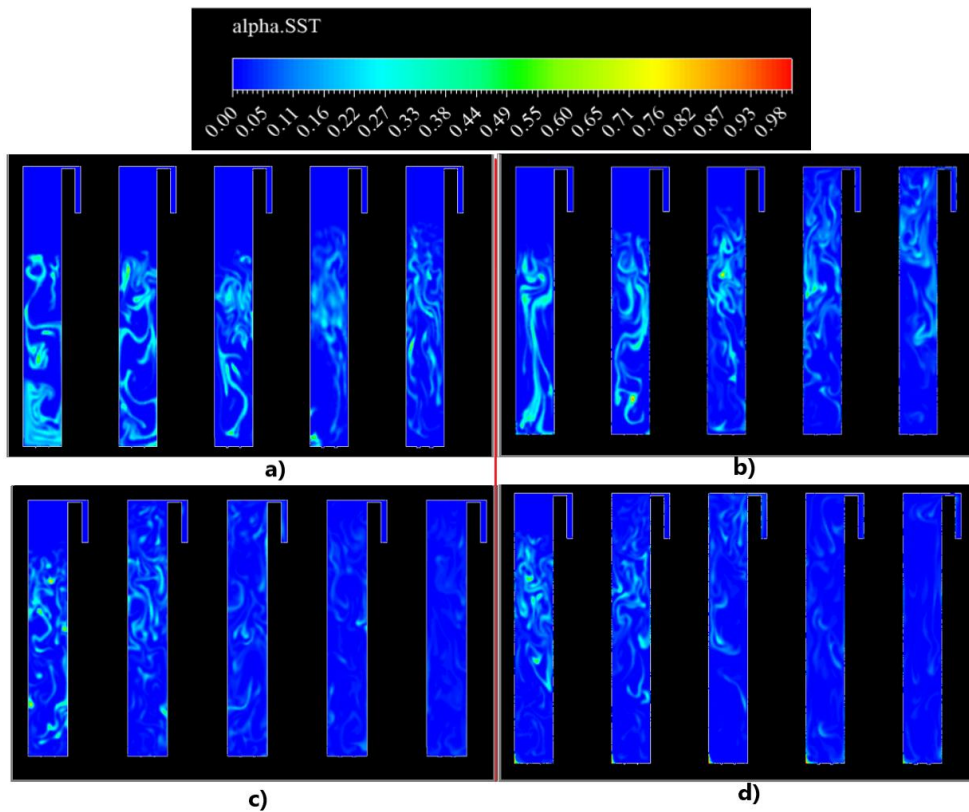


**Figura 51.** Fracción volumétrica de aire a  $T$  de 22.7°C y con  $U_g$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.

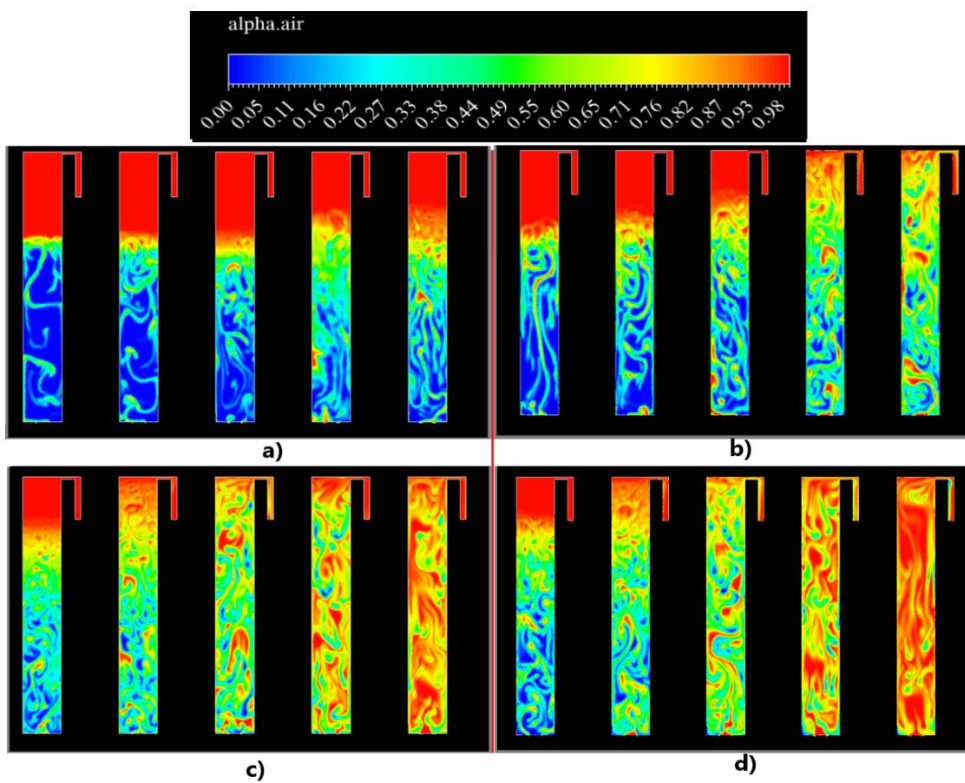
4.6. Resultados de la evaluación del reactor DAF con velocidad de entrada de aire de 0.1 m/s, 0.5 m/s, 1m/s y 1.5 m/s con temperatura de 28 °C y con una concentración de SST de 75%.



**Figura 52.** Fracción volumétrica de agua a  $T$  de 28°C y con  $U_g$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.



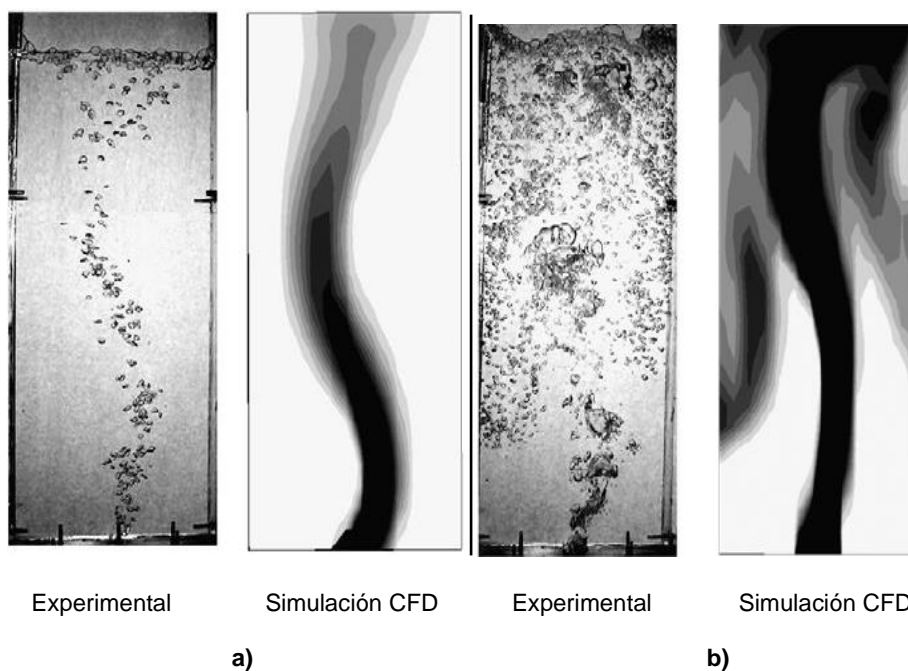
**Figura 53.** Fracción volumétrica de SST a  $T$  de 28°C y con  $U_g$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.



**Figura 54.** Fracción volumétrica de aire a  $T$  de 28°C y con  $U_g$ : a) 0.1 m/s; b) 0.5 m/s; c) 1 m/s; d) 1.5 m/s.

Los apartados de resultados 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 4.5 y 4.6 en todas las figuras presentadas indican que el color rojo es la fracción predominante de los fluidos, mientras que el color azul presenta la ausencia de los mismos. Existe una gran fracción de ingreso de aire a pesar que  $U_g$  es igual al inicio de todas las columnas de flotación esto se muestra en la: **Figura 37, Figura 40, Figura 52, Figura 46, Figura 49 y Figura 52 (a, b, c, d)**, la flotación de SST varía a lo largo de la columna como se aprecia en la: **Figura 38, Figura 41, Figura 53, Figura 47, Figura 50 y Figura 53 (a, b, c, d)** esto no solo se da por el efecto que provoca  $U_g$  sino también se experimenta cambios importantes por el diámetro del difusor.

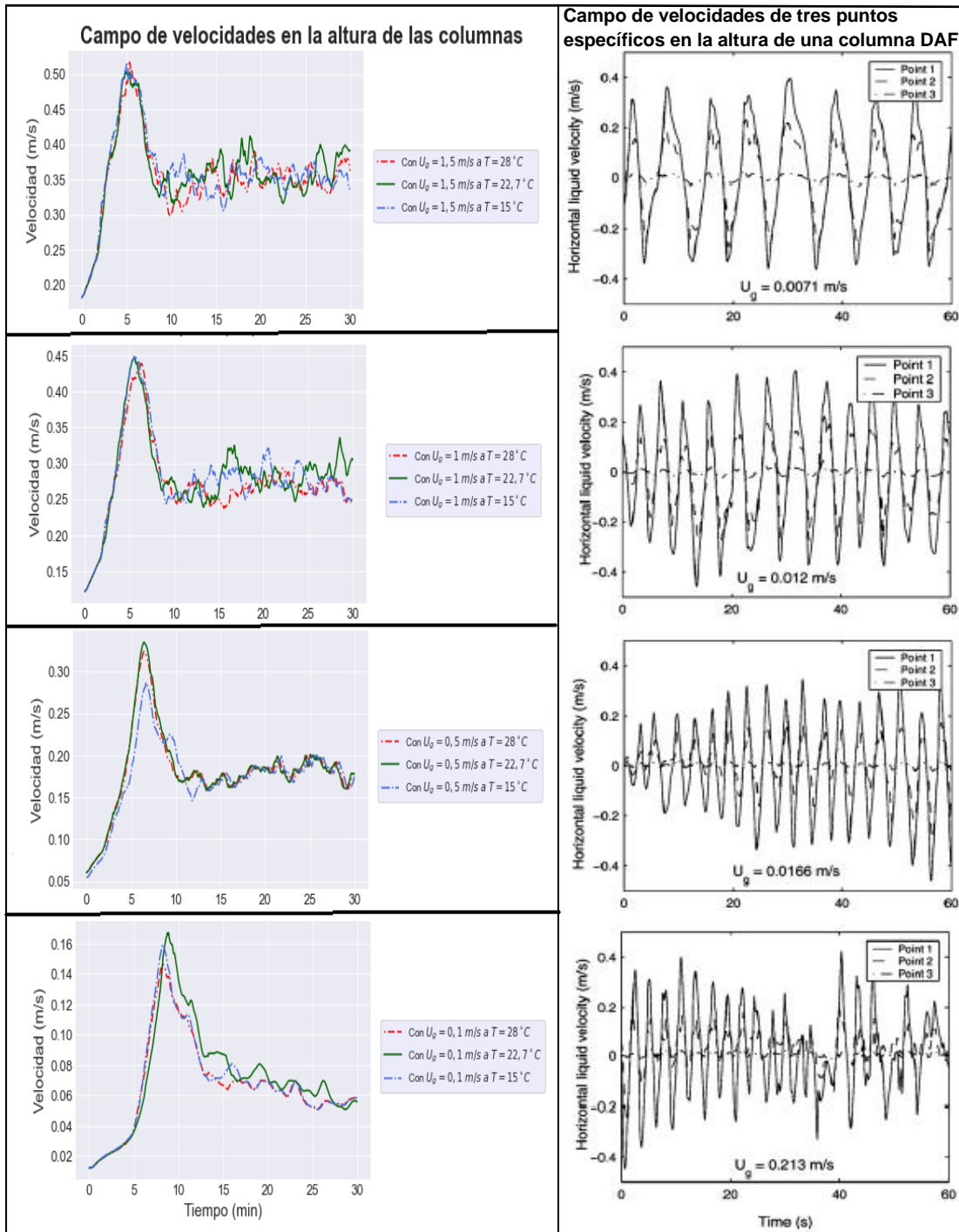
Se puede observar que en el inicio de los difusores (regiones centrales) presenta una amplitud creciente a medida que aumenta  $U_g$ , esto es más fácil de notar conforme aumenta el tamaño del diámetro de difusores, véase **Figura 39, Figura 42, Figura 45, Figura 48, Figura 51 y Figura 54 (a, b, c, d)**. En la superficie del líquido se queda atrapado un cierto número de burbujas por los vórtices de líquido en movimiento, y poco a poco estas burbujas se desplazan hacia las paredes laterales de la columna, esto coincide con la **Figura 55** del estudio de (Elena et al., 2008) y algo similar también pasa en (Buwa et al., 2006).



**Figura 55.** Flujo de gas-líquido en una pequeña columna de burbujas a diferentes valores de  $U_g$ . a) de 0.0024 b) 0.0213 m/s.

**Fuente:** (Elena et al., 2008).

Aunque cabe mencionar que tanto el flujo de los fluidos y el comportamiento de las burbujas viene a variar de manera significativa por el hecho que aparece los SST a aparte del agua. Los cambios bruscos e impredecibles en una columna DAF hace que se necesite poder optar en el modelo CFD, la capacidad de un tamaño múltiple de burbuja para poder a ser más precisos con resultados de experimentación por laboratorio. En la **Figura 56** se presenta las velocidades promedio de gas  $U_g$  en la altura de las columnas a detalle.



a)

b)

**Figura 56.** Campo de las velocidades de gas promedio en la altura de las columnas de flotación a diferentes temperaturas. a) De la presente investigación. b) De 3 punto específicos desde el punto de partida del ingreso de aire que hace referencia a la investigación de (Elena et al., 2008).

Según la **Figura 56a** se puede ver que la velocidad en todos los casos empieza a incrementarse desde 0 hasta 8 minutos aproximadamente, esto se da por el ingreso de caudal de aire y luego se mantiene con una estabilidad regular por el hecho que, al encontrarse con agua y SST, estos fluidos vienen a mezclarse y así producir el proceso de la flotación, la velocidad varía para  $U_g = 0.1 \text{ m/s}$  en  $0.05\text{-}0.1 \text{ m/s}$ , para  $U_g = 0.5 \text{ m/s}$  en  $0.16\text{-}0.2 \text{ m/s}$ , para  $U_g = 1 \text{ m/s}$  en

0.25-0.30 m/s , y para  $U_g = 0.05$  m/s en 0.32-0.35 m/s. Al especificar diferentes puntos de ingreso de aire se puede notar que ha mayor  $U_g$  mayor será la variabilidad que existe, tal como se muestra en la **Figura 56b**.

Para determinar el tipo de régimen que se da en las columnas DAF simuladas, se tomó en cuenta el tiempo en donde predomina la velocidad, es decir desde el minuto 8 hasta el minuto 30, para así obtener la **Tabla 19**. Para establecer el tipo de régimen de columnas de burbujas se basó en (Balasubramaniam et al., 2006) los cuales indican que el régimen puede ser: anular  $U_g \geq 7.5$  m/s, slug  $U_g 0.25$  m/s  $< U_g < 0.35$  m/s, heterogéneo  $0.17$  m/s  $< U_g < 0.25$  m/s, de transición  $0.13$  m/s  $< U_g < 0.2$  m/s, pseudo-homogéneo  $0.1$  m/s  $< U_g < 0.15$  m/s y homogéneo Mono-disperso  $U_g \leq 0.1$  m/s.

**Tabla 19.** Tipo de régimen de flujo en las columnas DAF a porcentajes iniciales de 75% y 65% de SST con diferentes velocidades de ingreso de gas.

Tipo de régimen	Columnas DAF							
	Para porcentajes iniciales de SST							
	75% de SST				65% de SST			
	$U_{g1}$	$U_{g2}$	$U_{g3}$	$U_{g4}$	$U_{g1}$	$U_{g2}$	$U_{g3}$	$U_{g4}$
<b>Homogéneo Mono-disperso</b>	X				X			
<b>Pseudo-homogéneo</b>	X				X			
<b>De transición</b>	X	X			X	X		
<b>Heterogéneo</b>		X	X	X		X	X	X
<b>Slug</b>		X	X	X		X	X	X
<b>Anular</b>		N/A, Solo para velocidades $\geq 7.5$ m/S						

En base al apartado 2.4.4 y al analizar la **Figura 7** y la **Tabla 19** uno de los regímenes habituales que se presentan en el tanque o columna de flotación es el de transición, el cual se encuentra entre el régimen de flujo pseudo homogéneo y el régimen de flujo turbulento, referido también por varios autores en esta clase de estudios (Besagni et al., 2018), según (Deckwer & Field, 1992; Prakash et al., 2018) que afirman que el flujo homogéneo esta entre 0.02-0.05 m/s aproximadamente, en algunos casos se puede tener flujos extremadamente turbulentos a pesar de tener velocidad de gas superficial bajo (Deckwer et al., 1982), esto puede estar influenciado por el diámetro de la columna ya que (Krishna et al., 2000; Ohki & Inoue, 1970; Sarrafi et al., 1999) aseguraron que mientras más grande es el diámetro de la columna o tanque mayor es  $U_g$ . (Mena-Flores, 2018) al realizar simulación CFD pudo notar que al aumentar el diámetro del difusor tuvo velocidades más elevadas que al tener un difusor de menor tamaño lo cual coincide con los resultados obtenidos.

Se puede identificar una gran diferencia y es que en este caso se puede llegar a tener un régimen slug-flow porque se tiene velocidades hasta de 0.51 m/s en un tanque de menor altura, pero con un diámetro de columna un poco más grande, en el presente trabajo de investigación queda evidenciado el diámetro del orificio de ingreso de aire (difusores) puede tener un efecto directo a la hora de remover SST.

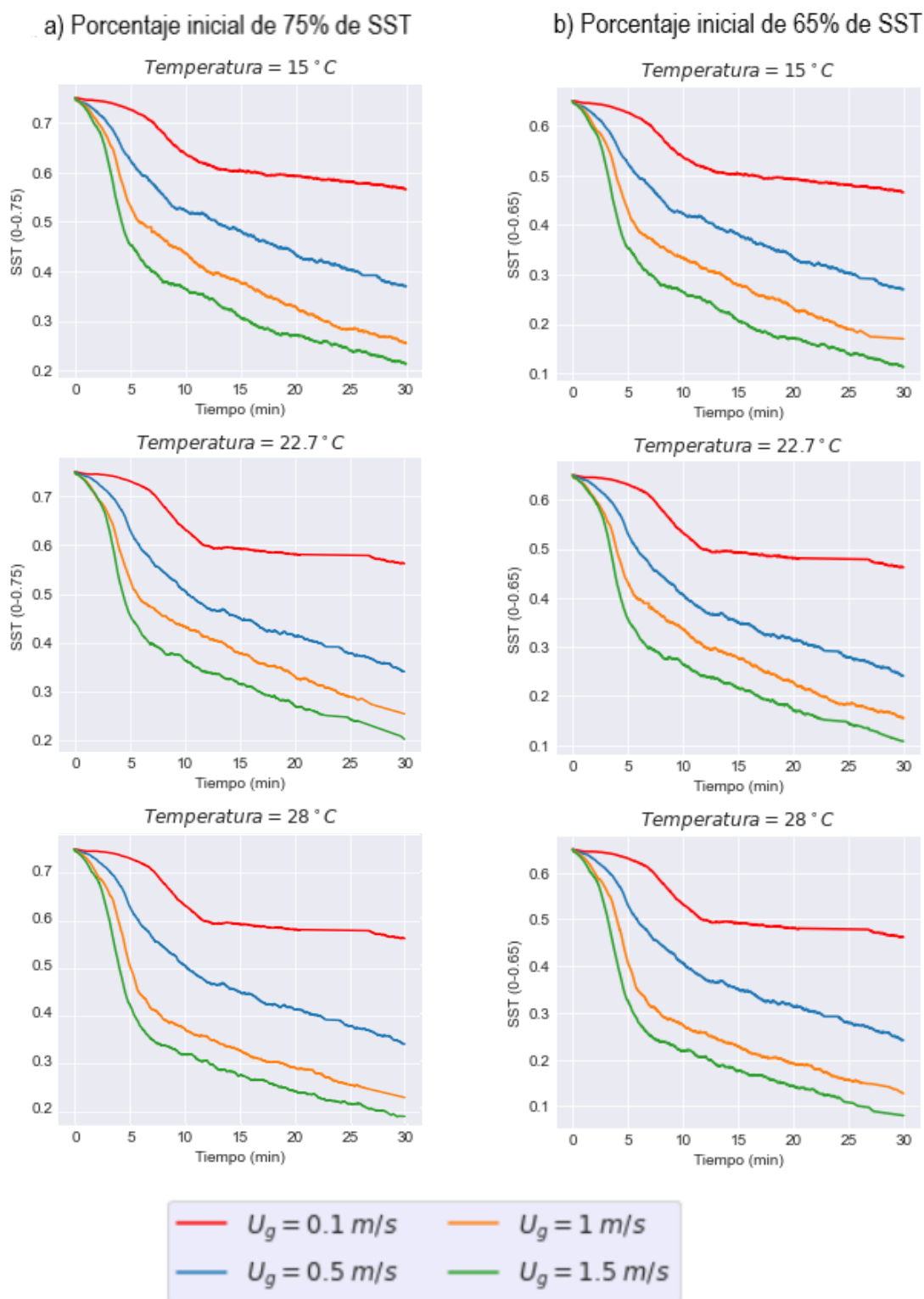
#### 4.7. Eficiencia de remoción del contaminante por el sistema propuesto.

El porcentaje de concentración de contaminante en el agua es de 65% para temperaturas de 15°C y 22,7°C, y de 75% para 28°C, se puede ver claramente la variación de concentración de *SST* en la **Figura 38**, **Figura 41** y **Figura 53 (a, b, c, d)**, al tener mayor  $U_g$  en cada difusor se da un incremento en la flotación esto se da porque existe mayor  $\varepsilon_g$ . (Kumar et al., 2012) llegaron a estudiar este hecho, que al estudiar una columna de tres fases (dos fluidos y un sólido) pudieron constatar que al aumentar  $U_g$  existe mayor  $\varepsilon_g$ , entonces si es así conforme el tamaño del difusor cambia de pequeño a grande existe un mayor ascenso de *SST*.

(Jadhav & Pangarkar, 1991; Pandit & Joshi, 1984) afirman que al añadir sólidos como en este caso los *SST* reduce  $\varepsilon_g$  en pequeñas cantidades, para evitar que se reduzca drásticamente  $\varepsilon_g$  y con ello aparición de burbujas grandes (lo cual afecta negativamente el proceso de flotación), el tamaño de partícula no debe exceder las 100  $\mu m$ .

En cuanto a la temperatura si se varía de 15°C a 22.7°C el proceso de flotación presenta una mejoría haciendo que los *SST* lleguen a flotar un poco más (causa mayor remoción véase **Figura 57**), esto se da porque la retención de gas a altas temperaturas conduce a una mejor cantidad  $\varepsilon_g$  tal como llega a determinar (Wilkinson et al., 1992). (Parthasarthy, 1993) en sus resultados pudo obtener mejores eficiencias al aumentar la temperatura de 25°C a 34°C, pero al manipular la temperatura a un valor más alto hubo ineficiencias en el tratamiento usando DAF por lotes en laboratorio en el tratamiento de efluentes lácteos. (Mena-Flores, 2018) al analizar una columna de aireación y al comparar sus resultados con otros estudios llega a concluir que, al tener altas temperaturas, la temperatura define el comportamiento de los otros parámetros, pues en este caso llega a influir en  $U_g$ ,  $\varepsilon_g$  y *SST*.

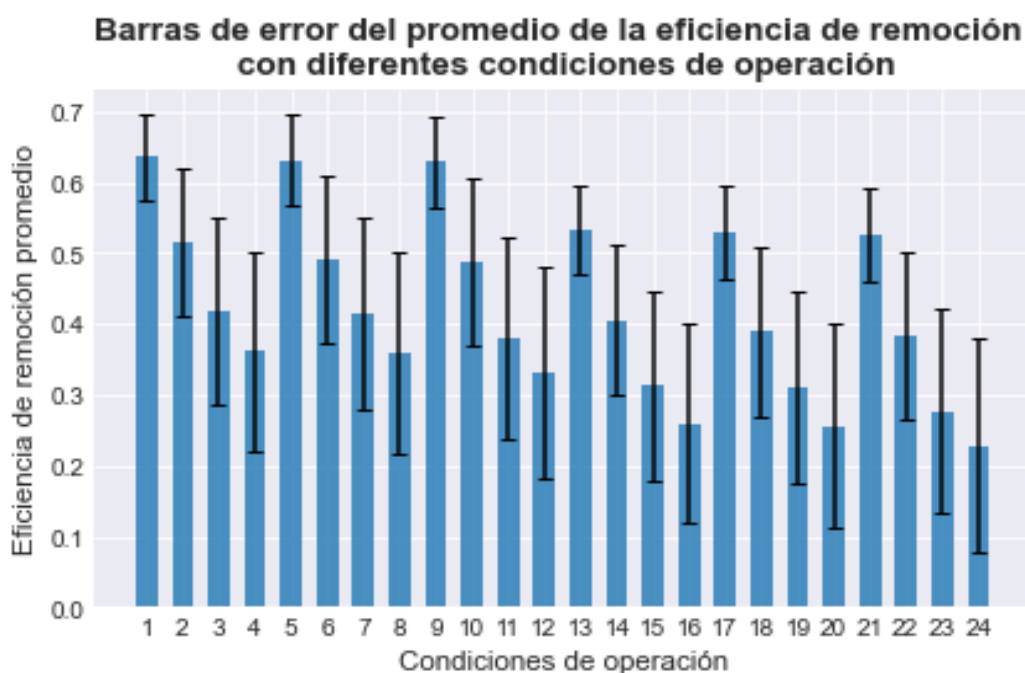
## Eficiencia de remoción de SST en función del tiempo en la columna DAF a diferentes velocidades de ingreso de gas.



**Figura 57.** Eficiencia de remoción de SST en función del tiempo para concentraciones iniciales de: a) 65% de SST y b) 75% de SST, a diferentes temperaturas y velocidades de ingreso de gas.

En la **Figura 57a** se presenta la eficiencia de remoción de *SST*, y se puede apreciar claramente que, al aumentar la temperatura y  $U_g$ , la remoción viene a ser más eficiente, tal y como se mencionó anteriormente. Para poder interpretar un cambio significativo al momento de aumentar la temperatura del agua residual, también se puso a prueba una mayor concentración la cual fue del 75% del contaminante (**Figura 57b**) donde también se observa alto porcentaje de remoción.

En la **Figura 58** se presenta una gráfica de barras de error para apreciar de mejor manera el valor medio calculado de remoción de *SST* en cada simulación, la variabilidad se construyó con la desviación estándar, puesto que permite conocer un nivel de confianza desde un límite inferior a un superior y así realizar una comparación entre cada condición de operación.



Porcentaje inicial de 75% de <i>SST</i>	Porcentaje inicial de 65% de <i>SST</i>
<b>1:</b> $U_g$ (0.1 m/s) y $T$ (15°C)	<b>13:</b> $U_g$ (0.1 m/s) y $T$ (15°C)
<b>2:</b> $U_g$ (0.5 m/s) y $T$ (15°C)	<b>14:</b> $U_g$ (0.5 m/s) y $T$ (15°C)
<b>3:</b> $U_g$ (1 m/s) y $T$ (15°C)	<b>15:</b> $U_g$ (1 m/s) y $T$ (15°C)
<b>4:</b> $U_g$ (1.5 m/s) y $T$ (15°C)	<b>16:</b> $U_g$ (1.5 m/s) y $T$ (15°C)
<b>5:</b> $U_g$ (0.1 m/s) y $T$ (22.7°C)	<b>17:</b> $U_g$ (0.1 m/s) y $T$ (22.7°C)
<b>6:</b> $U_g$ (0.5 m/s) y $T$ (22.7°C)	<b>18:</b> $U_g$ (0.5 m/s) y $T$ (22.7°C)
<b>7:</b> $U_g$ (1 m/s) y $T$ (22.7°C)	<b>19:</b> $U_g$ (1 m/s) y $T$ (22.7°C)
<b>8:</b> $U_g$ (1.5 m/s) y $T$ (22.7°C)	<b>20:</b> $U_g$ (1.5 m/s) y $T$ (22.7°C)
<b>9:</b> $U_g$ (0.1 m/s) y $T$ (28°C)	<b>21:</b> $U_g$ (0.1 m/s) y $T$ (28°C)
<b>10:</b> $U_g$ (0.5 m/s) y $T$ (28°C)	<b>22:</b> $U_g$ (0.5 m/s) y $T$ (28°C)
<b>11:</b> $U_g$ (1 m/s) y $T$ (28°C)	<b>23:</b> $U_g$ (1 m/s) y $T$ (28°C)
<b>12:</b> $U_g$ (1.5 m/s) y $T$ (28°C)	<b>24:</b> $U_g$ (1.5 m/s) y $T$ (28°C)

**Figura 58.** Barras de error del promedio de la eficiencia de *SST* con diferentes condiciones de operación.

Para poder comparar los resultados y así obtener mejor apreciación de la eficiencia de remoción en porcentaje de SST se utiliza la ecuación 40 de (Parthasarthy, 1993), para porcentajes iniciales de 75% y 65% se presenta la **Figura 59**:

$$\text{Eficiencia de remoción \%} = \left( \frac{C_a - C_f}{C_a} \right) * 100 \quad (40)$$

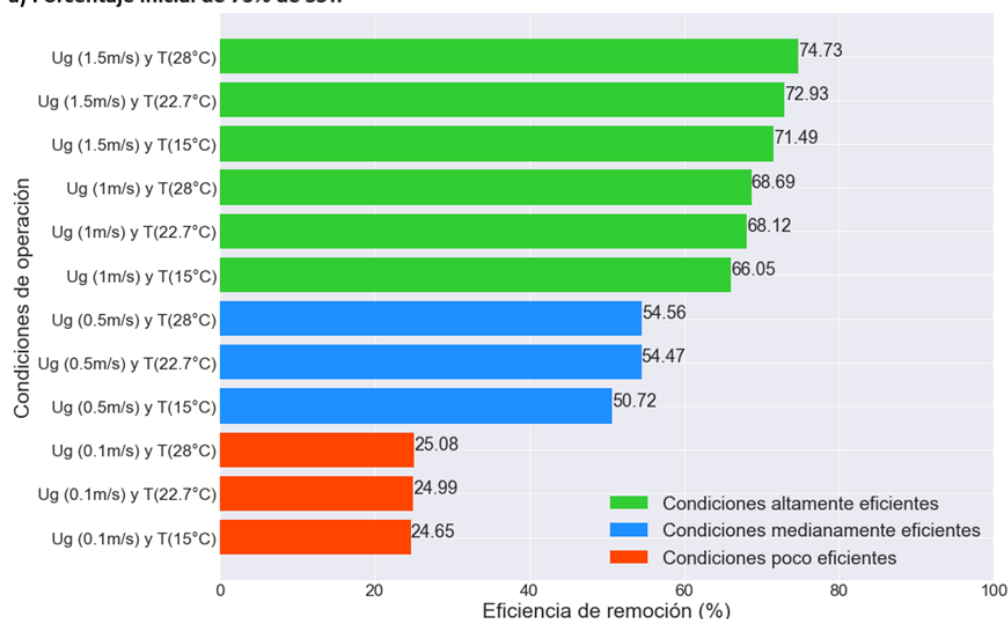
Donde:

$C_a$ : Concentración o porcentaje inicial del contaminante.

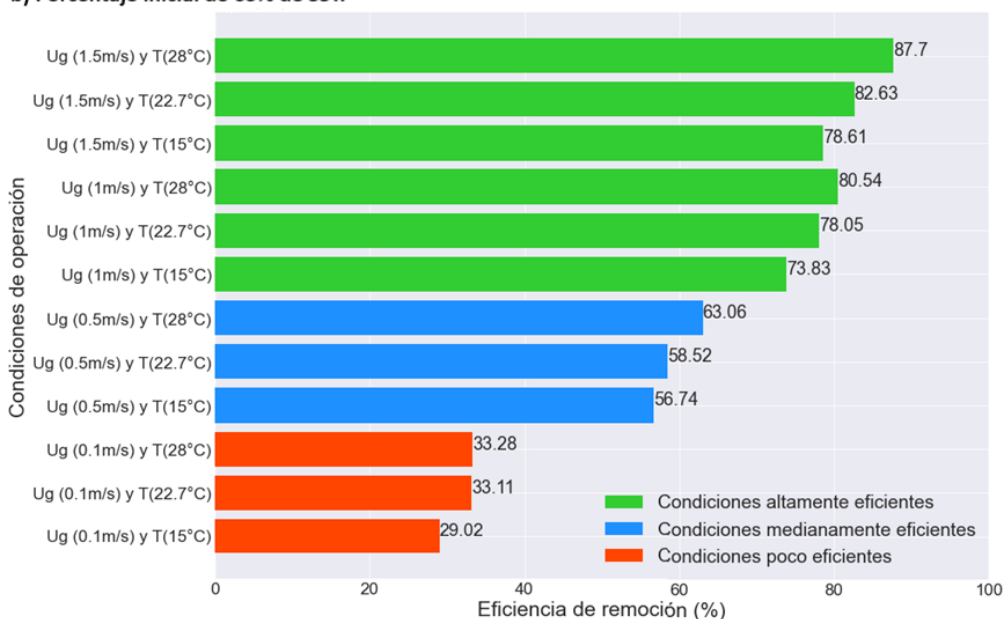
$C_f$ : Concentración o porcentaje final del contaminante.

### Eficiencia de remoción de SST con diferentes condiciones de operación

#### a) Porcentaje inicial de 75% de SST.



#### b) Porcentaje inicial de 65% de SST.



**Figura 59.** Parámetros de operación eficientes de la columna DAF para determinar la eficiencia de remoción de SST con: a) Porcentaje inicial de 75%; b) Porcentaje inicial de 65%.

Con temperaturas y  $U_g$  más altos se obtiene mejor eficiencia de remoción de SST en el sistema como se muestra en la **Figura 57**, **Figura 59** y **Figura 59**, los porcentajes de eliminación sobrepasan el 50% cuando se utiliza valores de  $U_g \geq 0.5$  m/s, se puede ver que a pesar de tener una temperatura de 15°C se da la posibilidad de tener alto porcentaje de remoción, la recuperación más alta se da al usar una velocidad de 1.5 m/s inclusive si se llega a aumentar la concentración de 65% a 75%, tal velocidad también fue empleada por (Barceló et al., 2010; Coll-Velasquez, 2014) donde aseguran que se puede llegar a remover un 80% de contaminante de una agua residual de refinerías de petróleo.

Con  $U_g = 0.1$  m/s en todas las temperaturas se tiene baja eficiencia de remoción. Los porcentajes de remoción que se obtienen en este trabajo de investigación coinciden con otras investigaciones realizadas en laboratorio con condiciones de operación similares, las cuales se exponen en la **Tabla 5**. Entonces es recomendable aplicar este tipo de tecnología CFD a otro tipo de aguas residuales, ya que los CFD considera parámetros hidrodinámicos que puede ser información previa importante para realizar el trabajo experimental de laboratorio. Aunque el enfoque del modelado presenta un reto, resulta más viable adentrarse en el campo computacional, para evitar costos asociados al realizar experimentación en laboratorio o en fabricación industrial.

#### **4.8. Análisis estadístico.**

Para poder saber con certeza si existe diferencias significativas en cuanto a la eficiencia de la remoción al utilizar diferentes velocidades de entrada de aire con distintas temperaturas se realizó el análisis de varianza (ANOVA de dos factores) tanto para la concentración inicial de 75% y 65% del contaminante (**Tabla 22** y **Tabla 23**). En la **Tabla 20** y **Tabla 21** se presentan las medias entre los tratamientos de temperatura y velocidad, con el cual se explica que para cada temperatura y velocidad de ingreso de aire se hizo una simulación por separado teniendo como resultado 24 simulaciones diferentes, lo cual posibilita realizar contrastes entre las 12 simulaciones para porcentajes iniciales de 75% de SST y entre las otras 12 simulaciones para porcentajes iniciales del 65% de SST.

Con el ANOVA de 2 factores se llegó a analizar las diferencias significativas entre los tratamientos en la eficiencia de remoción de fracción volumétrica (FV) de SST. Las pruebas de hipótesis que en base a (Mendenhall et al., 2008) se plantearon de la siguiente manera:

$H_0$ : Los factores temperatura y velocidad de ingreso de aire no interactúan.

$H_a$ : Los factores temperatura y velocidad de ingreso de aire interactúan.

##### **Para efectos principales, de temperatura:**

$H_a$ : No hay diferencias entre las medias de temperatura.

$H_a$ : Al menos dos de las medias de temperatura difieren.

##### **Para efectos principales, de velocidad de ingreso de aire:**

$H_0$ : No hay diferencias entre la velocidad de ingreso de aire.

$H_a$ : Al menos dos de las medias de velocidad de ingreso difieren.

**Tabla 20.** Medias entre Temperatura vs Velocidad de ingreso de aire para un porcentaje inicial de 75% de SST.

Velocidad	Temperatura		
	$T_1$ (15°C)	$T_2$ (22,7°C)	$T_3$ (28°C)
$U_{g1}$ (0.1 m/s)	0.6361	0.6311	0.6291
$U_{g2}$ (0.5 m/s)	0.5143	0.4915	0.4868
$U_{g3}$ (1 m/s)	0.4185	0.4142	0.3778
$U_{g4}$ (1.5 m/s)	0.3617	0.3588	0.3301

**Tabla 21.** Medias entre Temperatura vs Velocidad de ingreso de aire para un porcentaje inicial de 65% de SST.

Velocidad	Temperatura		
	$T_1$ (15°C)	$T_2$ (22,7°C)	$T_3$ (28°C)
$U_{g1}$ (0.1 m/s)	0.5326	0.5291	0.5271
$U_{g2}$ (0.5 m/s)	0.4048	0.3888	0.3831
$U_{g3}$ (1 m/s)	0.3141	0.3111	0.2774
$U_{g4}$ (1.5 m/s)	0.2591	0.2566	0.2285

**Tabla 22.** ANOVA de dos factores, entre temperatura y velocidad de ingreso de aire para una concentración inicial de SST de 65%.

**ANOVA - E 65%**

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
velocidad	248.961	3	82.987	5771.097	< .001
temperatura	1.760	2	0.880	61.188	< .001
velocidad * temperatura	1.128	6	0.188	13.074	< .001
Residuals	310.431	21588	0.014		

Note. Type III Sum of Squares

**Tabla 23.** ANOVA de dos factores, entre temperatura y velocidad de ingreso de aire para una concentración inicial de SST de 75%.

**ANOVA - E 75%**

Cases	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
velocidad	248.367	3	82.789	5769.597	< .001
temperatura	1.699	2	0.85	59.207	< .001
temperatura * velocidad	1.090	6	0.182	12.655	< .001
Residuals	309.770	21588	0.014		

Note. Type III Sum of Squares

En la **Tabla 22** y **Tabla 23** la Mean Square entre la temperatura y velocidad son valores que representan la varianza muestral e indica un desplazamiento muy grande con respecto al valor 0.014 que es la varianza individual, por ende, el  $p < .05$  (se rechaza la hipótesis nula) que demuestra que existe variancias significativas entre la remoción entre distintas temperaturas y velocidades de ingreso de aire, es decir no hay interacción directa entre estos dos parámetros de operación en la eficiencia de remoción. Para poder conocer cuál o cuáles medias son diferentes en la prueba ANOVA se procedió a realizar pruebas post hoc o de comparaciones múltiples (véase **Tabla 24** y **Tabla 25**).

**Tabla 24.** Pruebas post hoc para realizar comparaciones entre medias a diferentes temperaturas para una concentración inicial de SST de 65%.

**Post Hoc Comparisons - Temperatura**

		95% CI for Mean Difference			SE	t	p <sub>tukey</sub>	p <sub>scheffe</sub>	p <sub>bonf</sub>
	Mean Difference	Lower	Upper						
T1	T2	0.004	$-2.673 \times 10^{-4}$	0.009	0.002	2.210	0.069	0.087	0.081
	T3	0.021	0.016	0.026	0.002	10.492	< .001 ***	< .001 ***	< .001 ***
T2	T3	0.017	0.012	0.021	0.002	8.282	< .001 ***	< .001 ***	< .001 ***

\*\*\* p < .001, T1: 15°C, T2: 22.7°C, T3: 28°C

Note. P-value and confidence intervals adjusted for comparing a family of 3 estimates (confidence intervals corrected using the tukey method).

Note. Results are averaged over the levels of: velocidad.

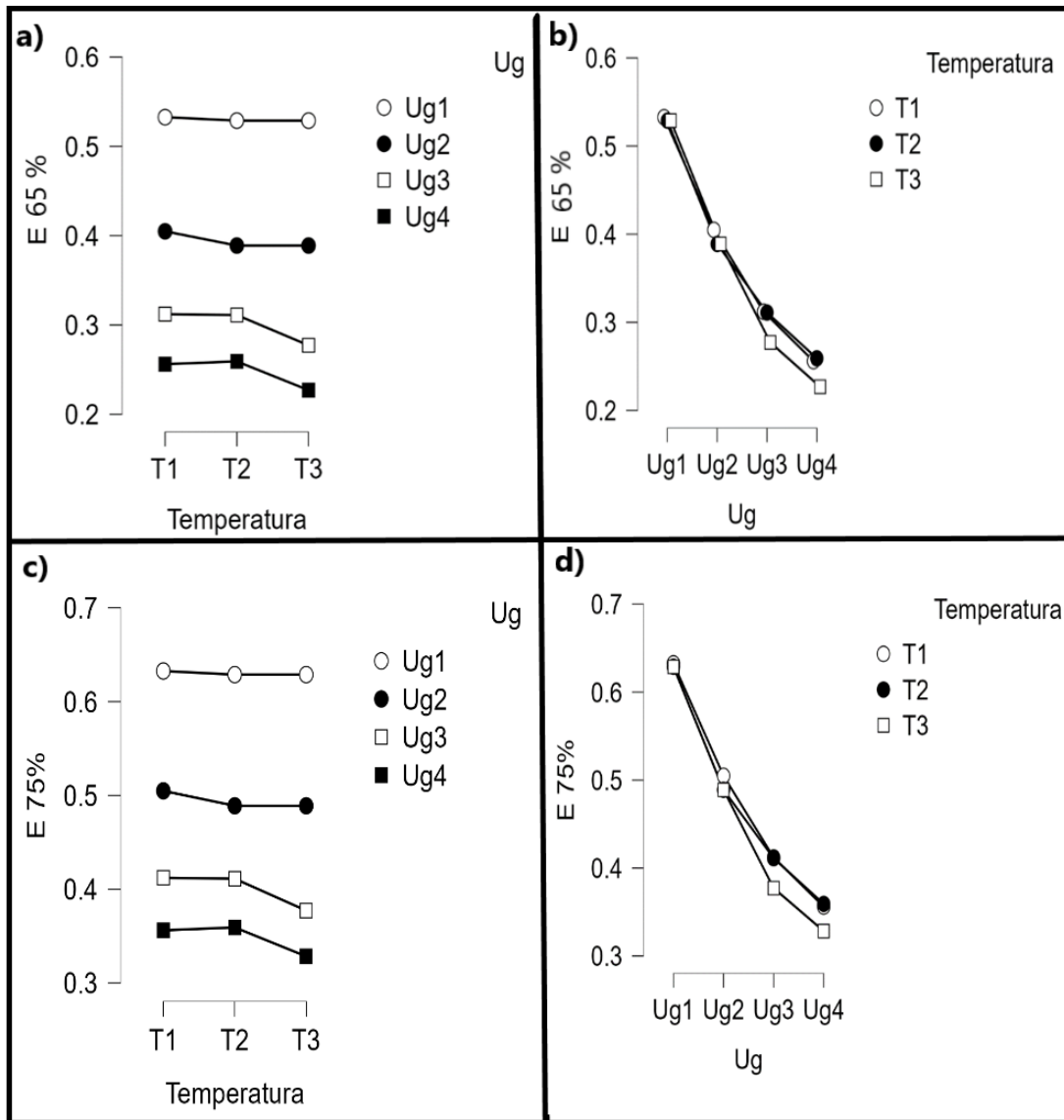
**Tabla 25.** Pruebas post hoc para comparar las medias de diferentes temperaturas para una concentración inicial de SST de 75%.

**Post Hoc Comparisons - Temperatura**

		95% CI for Mean Difference			SE	t	p <sub>tukey</sub>	p <sub>scheffe</sub>	p <sub>bonf</sub>
	Mean Difference	Lower	Upper						
T1	T2	0.004	$-2.619 \times 10^{-4}$	0.008	0.002	2.213	0.066	0.084	0.078
	T3	0.021	0.016	0.025	0.002	10.333	< .001 ***	< .001 ***	< .001 ***
T2	T3	0.016	0.012	0.020	0.002	8.121	< .001 ***	< .001 ***	< .001 ***

\*\*\* p < .001, T1: 15°C, T2: 22.7°C, T3: 28°C

En la **Tabla 24** y **Tabla 25** las pruebas post hoc de tukey, scheffe y bonferroni indican que entre la T1:T2 no existe diferencias significativas ( $p > .05$ ), mientras que entre la T1:T3 y T2:T3 existe diferencias significativas ( $p < .05$ ), esto se da para un porcentaje inicial de 65% y 75% de SST. Las gráficas de interacción se pueden ver en la **Figura 60**.



T1: 15°C; T2:22.7°C;T3:28°C; Ug1: 0.1 m/s; Ug2:0.5m/s; Ug3: 1m/s; Ug4:1.5m/s

**Figura 60.** Gráfica de interacción: a) entre temperaturas, y b) entre velocidades para concentraciones de 65%; c) entre temperaturas, y d) entre velocidades para concentraciones de 75%.

Tanto para concentraciones de 65% (**Figura 60a**) y 75% (**Figura 60c**) se puede observar que entre las velocidades no existe interacción, pero cabe recalcar que existe mayor eficiencia en el sistema DAF con velocidad de  $U_{g4}$  (1.5 m/s) a  $T_3$  (28°C). Mientras que para las temperaturas existe interacción aproximada con  $T_1: T_2: T_3$  en  $U_{g1}$  y  $U_{g2}$  (**Figura 60b** y **Figura 60d**) al inicio de la simulación hasta llegar a una concentración de 0.5 (50%), aunque entre  $T_1: T_2$  exista una interacción con todas las velocidades a diferentes temperaturas; desde una concentración mayor a 50% la  $T_3$  no tiene interacción con  $T_1$  y  $T_2$ , la **Figura 60b** y **Figura 60d** demuestran que al aumentar la velocidad y temperatura se tiene mayor remoción de porcentaje de SST.

Se puede concluir que la relación entre la temperatura y la velocidad de ingreso de gas depende del valor que se vaya emplear de temperatura antes de iniciar la simulación, ya que, la temperatura incide de manera significativa a la velocidad de ingreso de aire, desempeñando un papel importante en el sistema DAF esto coincide con lo que mencionó anteriormente en el apartado 4.7, la temperatura no solo influye a  $U_g$  sino también a otros parámetros en el proceso de flotación por aire disuelto. Los efectos principales se muestran en la **Tabla 26** y **Tabla 27**.

**Tabla 26.** Efectos principales de la temperatura con cada nivel de velocidad de ingreso de aire para la concentración de 65% de SST.

Level of Ug	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Ug1	0.017	2	0.009	0.623	0.521
Ug2	0.314	2	0.155	10.641	< .001
Ug3	1.427	2	0.715	49.666	< .001
Ug4	1.138	2	0.520	36.242	< .001

**Tabla 27.** Efectos principales de la temperatura con cada nivel de velocidad de ingreso de aire para la concentración de 75% de SST.

Level of Ug	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Ug1	0.018	2	0.009	0.624	0.536
Ug2	0.332	2	0.153	10.641	< .001
Ug3	1.425	2	0.713	49.666	< .001
Ug4	1.040	2	0.520	36.242	< .001

Con la **Tabla 26** y la **Tabla 27** se puede ver que no existe un efecto significativo con  $U_{g1}$  ya que el  $p > .05$  mientras que para las demás velocidades de ingreso de aire existe efecto significativo por lo que  $p < .05$ , esto también se puede notar con la gráfica de interacción que se presenta en la **Figura 60**.

#### 4.8.1. Comparación entre los mejores resultados de eficiencia de remoción entre las concentraciones iniciales de 65% y 75% de SST.

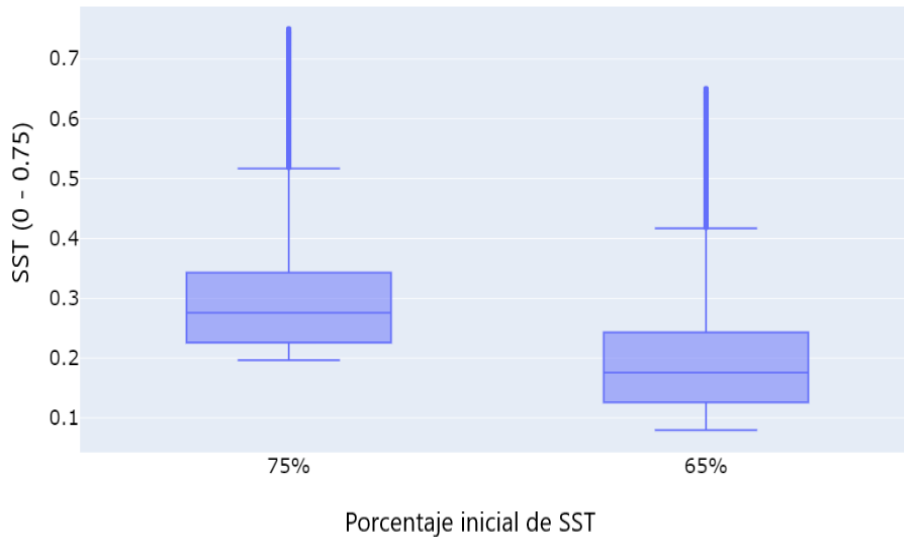
Para poder determinar si es que existe diferencias significativas en cuanto al mejor resultado de eficiencia de remoción entre las concentraciones de 75% y 65% se realizó una prueba t-student independiente, para ello se tomó como referencia la **Figura 58** y **Figura 59** que con la ayuda de las barras de error y la eficiencia de remoción se pudo determinar las condiciones de operación más eficientes y así poder llegar a hacer un contraste. Para ello se aplicó pruebas de normalidad de Anderson Darling (A-D) y Kolg-omorov Shirnov (K-S). Las pruebas tanto de A-D ( $p = .101$ ) y K-S ( $p = .004$ ) dieron como resultado que los datos no provienen de una distribución normal ya que,  $p < .05$  por ello se aplicó la prueba t-student de Mann-Whitney (veáse **Table 28**).

**Table 28.** Prueba t-student entre la eficiencia de remoción de 65% y 75% de SST.

Independent Samples T-Test					95% CI for Rank-Biserial Correlation	
W	df	p	Hodges-Lehmann Estimate	Rank-Biserial Correlation	Lower	Upper
E	$2.538 \times 10^6$	< .001	0.101	0.567	0.541	0.592

Note. For the Mann-Whitney test, effect size is given by the rank biserial correlation.

Note. Mann-Whitney U test.



**Figura 61.** Diagrama de cajas de comparación de la eficiencia de rendimiento de remoción con respecto al porcentaje inicial entre 75% y 65% de SST.

Según la prueba t se rechaza la hipótesis nula ( $p < .05$ ), los tratamientos presentan diferencias significativas, en la comparación de los diagramas de caja (**Figura 61**) las medias se encuentran alejadas entre los tratamientos, y permite visualizar que con menor concentración se tiene mejor eficiencia de remoción, esto no solo viene influenciado por  $U_g$  o por la temperatura sino también por otros factores como las variables de diseño y operación del sistema, las propiedades físicas de los fluidos e inclusive el enfoque de modelado CFD en el proceso, tal y como llegan a mencionar (Wang et al., 2018) en un estudio exhaustivo del proceso de flotación mediante simulación CFD.

#### 4.9. Comparación del modelo CFD con un modelo determinista.

Para poder verificar la efectividad del modelo CFD se hizo una comparación con un modelo matemático de orden exponencial, ya que (Gharai & Venugopal, 2016) afirman que el comportamiento de remoción de flotación se basa en una función exponencial en el tiempo con una cinética de orden uno. Mientras que el modelo CFD parte de ecuaciones diferenciales estocásticas, dado que su comportamiento aleatorio surge por posibles indicios de la turbulencia, dicha turbulencia se produce por el ingreso de fuerzas externas que en este caso se relaciona con el suministro de aire que ingresa al sistema DAF por los difusores, esto se relaciona con lo que menciona (Cruzeiro, 2020) que para introducir la estocasticidad y entender el proceso interno complejo de un sistema en el cual intervienen fluidos es perturbar la ecuación de Navier-Stokes con fuerzas aleatorias, donde entran en juego las ecuaciones diferenciales estocásticas a un nivel euleriano o lagrangiano.

El modelo (ecuación 40) que se empleó para poder hacer una comparación fue el de (Couto et al., 2004) (**Figura 62**) que justamente trata de un modelo DAF planteado para una industria láctea, el mismo coincide con el parámetro SST como objeto de estudio para poder evaluar un sistema DAF desarrollado en laboratorio.

$$C(t) = \left( \frac{C_a * V_o * e^{-k*t}}{V_o + Q_{LS} * t} \right) \quad (40)$$

Donde:

$C$  : Concentración final del agua clarificada.

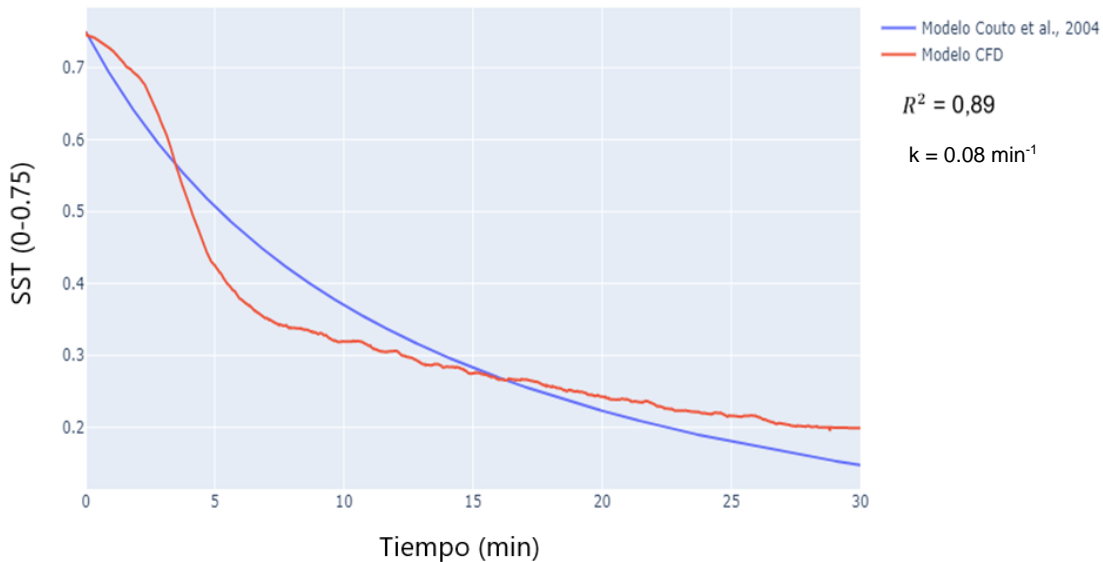
$C_a$  : Concentración inicial del agua residual que ingresa al sistema.

$V_o$  : Volumen inicial en la columna de flotación.

$k$ : cinética de flotación constante.

$t$ : tiempo.

$Q_{Ls}$  : Caudal del líquido saturado de aire.



**Figura 62.** Contraste entre el modelo CFD y un modelo determinista planteado para evaluar un sistema DAF en industrias lácteas.

Según la **Figura 62** se puede ver la comparación de dos modelos (CFD y un determinista), el valor de  $R^2$  es de 0.89 que demuestra una alta efectividad en cuanto a la predicción de remoción de  $SST$  tanto por experimentación en laboratorio como en simulación mediante CFD, que es el parámetro común a evaluar para determinar el buen funcionamiento de un sistema DAF.

El valor de la cinética de flotación es baja ( $k=0.08 \text{ min}^{-1}$ ), esto coincide con (Couto et al., 2004; Puget et al., 2004) que aseguran que a valores bajos de  $k$  existe mejor grado de predicción al evaluar un sistema DAF de acuerdo a un modelo simulado con otro realizado en laboratorio. La constante  $k$  es muy importante de calcular de ello depende que se pueda realizar ecuaciones de diseño para el sistema y su validación viene dada por el apartado 2.4.5 y, sobre todo por el apartado 2.4.6 que considera parámetros hidrodinámicos que al vincularlo con simulaciones CFD, da resultados más confiables.

#### 4.10. Aplicación de la eficiencia de remoción en parámetros físico – químicos.

La aplicación se realizó a algunos parámetros físico-químicos como se muestra en la **Tabla 29**.

**Tabla 29.** Aplicación de la eficiencia de remoción en *SST*.

Parámetro	Valor inicial (mg/l)	Eficiencia de remoción (%)	Valor final (mg/l)	Límite máximo permisible según AM 97A TULSMA
<i>SST</i>	342.10	87.70	de 42.081 a 111.584	220
Turbidez	1109.77	de 50 a 80	de 221.954 a 554.885	-

La **Tabla 29** demuestra que se pudo remover en gran cantidad los *SST* y, sobre todo se puede cumplir con la normativa ambiental vigente, porque el valor final es mucho menor a límite máximo permisible. Con la remoción de la turbidez, el efluente lácteo se llega a clarificar de un 50% a 80% lo cual también es importante al tratar este tipo de efluentes.

# CAPÍTULO V

## 3. CONCLUSIONES

El agua residual de industria láctea de la provincia del Cañar contiene *SST* (342.1 mg/l, IC 95% [339.21,345]); temperatura (22.7°C, IC 95% [22.20,23.14]); turbidez (1109.77°C, IC 95% [1110.41,1119.13]); y pH (5.9, IC 95% [5.79,6.01]), estos parámetros fueron importantes de determinar para poder conformar condiciones iniciales de operación del sistema.

Para poder evaluar el sistema DAF, desde su diseño de geometría hasta sus parámetros operación óptimos, se tomó como referencia estudios previos ya realizados en diferentes industrias donde se incluyó las industrias lácteas. En este trabajo de investigación el parámetro más importante para evaluar el funcionamiento y rendimiento del sistema DAF fue *SST*, que se encuentra en cantidades elevadas en el efluente lácteo al constatar con la normativa ambiental. El parámetro *SST* fue posible integrarlo en un modelado trifásico CFD gracias al enfoque E-E que viene incluido en la paquetería novedosa del software *OpenFOAM*, donde se hace posible la interacción tanto de agua como de aire y *SST* en fluido.

Los parámetros de control y operación útiles para poder evaluar el sistema DAF en cuanto al diseño son: el diámetro de difusor y el dimensionamiento de la columna de flotación. En cuanto a los parámetros físico-químicos son: el pH, la turbidez y la temperatura. En cuanto a los parámetros de operación hidrodinámicos son: la retención de gas (que está en función de la velocidad de ingreso de aire y presión de operación ideal para industrias lácteas), el diámetro de la burbuja como de la partícula suspendida, la tensión superficial, las concentraciones iniciales del contaminante, densidades y propiedades de los fluidos.

La velocidad de ingreso de aire de 1.5 m/s y temperatura de 28°C han resultado como uno de los parámetros de operación más eficientes para obtener mejor eliminación de *SST* que de la misma forma se ha demostrado en otros estudios. En este trabajo de investigación se tuvo remociones de hasta 87.70% con un porcentaje inicial del 65% de *SST* a 28°C y 74.73% con un porcentaje inicial de 75% a 28°C, mientras que a la temperatura que se encuentran las industrias lácteas de la provincia del Cañar que es de 22.71°C a un 75% de *SST* se removió 72.93% y a un 65% de *SST* se removió 82.63%.

El análisis de varianza ANOVA de 2 factores indica que existe diferencias significativas entre los tratamientos de temperatura (15°C, 22.7°C y 28°C) vs velocidad de ingreso de gas (0.1 m/s, 0.5 m/s, 1 m/s y 1.5 m/s), para un porcentaje inicial de 75% de *SST*,  $F(6,21588) = 13.074$ ,  $p < .001$ . y para un porcentaje inicial de 65% de *SST*,  $F(6,21588) = 12.655$ ,  $p < .001$ . En definitiva, a diferentes condiciones de operación existe una diferencia en la eficiencia de remoción.

En las pruebas post hoc efectuadas, para porcentaje inicial de 75% de *SST*, dieron como resultado que entre la temperatura de 15°C y 22°C no existe diferencias significativas ( $t = 2.213$ ,  $p > .05$ ), de la misma manera, se tuvo como resultado para un porcentaje inicial de 65% de *SST* ( $t = 2.210$ ,  $p > 0.05$ ). Entre las temperaturas de 15°C y 28°C con 75% de *SST* ( $t = 10.333$ ,  $p < .001$ ); y con 65% de *SST* ( $t = 10.492$ ,  $p < .001$ ), así como también con 75% de *SST* entre 22.7°C y 28°C ( $t = 8.121$ ,  $p < .001$ ); y con 65% de *SST* ( $t = 8.282$ ,  $p < .001$ ) si existe diferencias significativas.

Al incrementar la concentración del contaminante a un 75% con un cambio en la temperatura de 28°C se puede apreciar que también se da un alto porcentaje de remoción de *SST*, bajo estas condiciones en la columna DAF, la prueba ANOVA de 2 factores y las gráficas de interacción demuestran que existe cambios entre la temperatura de 28°C con respecto a 15°C y 22.7°C y, que también existe un cambio entre las velocidades de ingreso de gas con 65

% de SST ( $U_{g2} = 0.5$  m/s,  $F = 10.641$ ,  $p < .001$ ;  $U_{g3} = 1$  m/s,  $F = 49.667$ ,  $p < .001$ ;  $U_{g4} = 1.5$  m/s,  $F = 36.242$ ,  $p < .001$ ), excepto con la velocidad de 0.1 m/s ( $U_{g1} = .1$  m/s,  $F = 10.641$ ,  $p > .05$ ). Al utilizar temperaturas más altas hacen posible que se retenga más gas, por ende, se tiene mejor interacción de burbuja-partícula suspendida, dando así una mayor remoción de SST en el sistema.

En el contraste con las mejores condiciones de operación en la eficiencia de remoción tanto para porcentajes iniciales de 75% y 65%, la prueba t-student de Mann Whitney dio como resultado que existen diferencias significativas ya que ( $W = 2.538 \times 10^6$ ,  $p < .001$ ), es decir que no existe un porcentaje de remoción parecido entre las condiciones de operación al tener diferentes porcentajes iniciales del contaminante.

El diámetro del difusor más eficiente en las simulaciones fue de 7 mm y 10 mm en cuanto a la remoción, se puede notar notables mejorías en el proceso de flotación al exponer el agua contaminada a un difusor de mayor tamaño al experimentar con concentraciones iniciales de 75% y 65% de SST.

La densidad de SST es menor a la del agua, y por ende viene a flotar con mayor facilidad esto es lo que se aprecia en las simulaciones, además el tamaño de burbuja debe ser menor a la partícula, como también las velocidades de ascenso deben tener el mismo valor, estas consideraciones son puntos importantes para que el proceso de flotación por aire disuelto pueda llegar a darse y provocar la remoción del contaminante de industrias lácteas.

En la tecnología CFD existen muy pocos estudios validados en la aplicación de los sistemas DAF en cuanto a sus parámetros de operación, y por ello predecir la presión de operación sigue siendo algo difícil, algunos investigadores utilizan como parámetro de entrada una velocidad de aire, aunque se hayan desarrollado ampliamente ecuaciones empíricas que involucran la presión de operación, la velocidad de aire que ingresa al sistema, la tensión superficial, la densidad del fluido y la retención de gas, aun no se tiene una ecuación confiable para poder predecir con exactitud la presión de operación ideal, con parámetros de operación hidrodinámicos.

Las consideraciones del solucionador *multiPhaseEulerFoam* fueron los acertados gracias a las configuraciones necesarias que se adoptaron en los modelos de transporte para simular el proceso de flotación, esto permite tener una mezcla o interacción entre los fluidos simulados. El comportamiento de los fluidos varió según los resultados obtenidos, esto se da por el flujo impredecible y muy cambiante de los fluidos, en especial del aire que cuando al ingresar por los difusores provoca fenómenos de turbulencia en la columna DAF.

Según los resultados obtenidos, la simulación CFD es un recurso muy valioso que permite evaluar el sistema DAF, en este caso se demuestra que esta herramienta tiene alto nivel de confianza en la predicción. El modelo CFD se comparó con un modelo DAF determinista, el  $R^2$  resultado ser de 0.89 siendo un ajuste bastante bueno. Es necesario que se tenga un conocimiento avanzado en el proceso de flotación, en sus parámetros de diseño y operación, no solo para un buen modelado y convergencia sino también para poder interpretar los resultados.

Se establecieron 4 regímenes presentes en las columnas de flotación: slug  $U_g > 0.25$  m/s <  $U_g < 0.35$  m/s, heterogéneo  $0.17$  m/s <  $U_g < 0.25$  m/s y, de transición  $0.13$  m/s <  $U_g < 0.2$  m/s. Los mismos se denominan como los más comunes y óptimos en procesos de flotación por aire disuelto.

El sistema DAF empleado en laboratorio puede llegar a remover un porcentaje muy alto de *SST* de industrias lácteas, pero también se puede llegar a remover contaminantes de otros tipos de efluentes provenientes de industrias como: matadero de ganado, de textilerías, refinerías de petróleo, de lixiviado de relleno sanitario, entre otros. La tecnología CFD también ha demostrado que puede llegar a remover contaminantes presentes en aguas residuales, que, a pesar de ser una herramienta muy poderosa, aun se tiene vacíos en la información para modelar esto se puede obtener con trabajo experimental en casos específicos de laboratorio como puede ser los diámetros de partícula y burbuja, modelos de turbulencia, y modelos de transporte.

Los parámetros físico-químicos de efluentes lácteos de diferentes industrias no demostraron variación significativa y no existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, entonces la aplicación de simulación CFD en DAF puede realizarse en las diez industrias lácteas.

En cuanto a la remoción de turbidez, la literatura demuestra que se puede recuperar un 80% del valor inicial esto va depender del valor del pH del agua residual a tratar, para aguas de industrias lácteas el valor óptimo según estudios ya realizados, para lograr una remoción más eficiente es que el pH se encuentre en un rango de 4-6.

Al llegar a eliminar o remover desde 50.72% hasta 87.70% de *SST* con la ayuda del sistema DAF, se puede cumplir con la normativa ambiental vigente que expresa que es obligación del generador no verter valores de *SST* mayores a 220 mg/l, al final se tiene un valor final entre 42.08 y 111.584 mg/l si se implementa un sistema DAF en el tratamiento de aguas industriales lácteas, lo cual es importante para evitar problemas de multas o cierre parcial como definitivo de la actividad productiva.

## CAPÍTULO VI

### 4. RECOMENDACIONES

Al realizar el diseño y ampliación de la columna de flotación en software es importante realizar un buen mallado, no es recomendable un mallado no estructurado directo porque se produce elementos o volúmenes muy grandes con tamaños desiguales lo cual produce errores, tampoco es necesario que el mallado sea demasíadamente fino porque el cálculo computacional puede ser muy prolongado. Las recomendaciones adecuadas para un buen mallado están en la metodología de este trabajo de investigación que puede ser muy útiles para otras investigaciones.

Es de vital importancia para el o los usuarios comprender muy bien el lenguaje C++, el entorno de *OpenFOAM* es algo complicado de entender al comienzo, pero conforme se vaya realizando simulaciones se ira volviendo cada vez más práctico. Siempre se recomienda seguir tutoriales y sobre todo entender el proceso al que se quiere llegar para poder tener un buen modelado CFD.

Con respecto a simulaciones complicadas como lo son por ejemplo sistemas DAF donde se involucre fases bifásicas o trifásicas es preferible y conveniente comenzar con simulaciones sencillas, con por ejemplo primero con agua y luego ir aumentando la dificultad hasta las fases que se quiera llegar, es importante considerar la utilidad de *transportProperties* ya que tal apartado en el *software* me permite programar el proceso de flotación (desde el tamaño de burbujas y partículas hasta modelos de arrastre, entre otros). No está de más mencionar que cada vez que se sume una fase a nuestra simulación la complejidad ira siendo mucho más mayor.

Una vez realizado el trabajo de experimentación de simulación CFD en DAF, el tamaño de paso recomendado para correr el modelo *multiPhaseEulerFoam* es de 0.005, el proceso de ejecución del modelo puede tardar horas o hasta días por ello es conveniente contar con buenas capacidades computacionales, para evitar esperar tiempos prolongados y que el equipo pueda almacenar la cantidad necesaria de números al procesar. El trabajo de investigación se llevó a cabo en una PC portátil con procesador AMD Ryzen 5, 4500U con Radeon Graphics 2.38 GHz, en el kernel de Ubuntu que es propio para el sistema operativo de Windows (que es muy utilizado por la mayoría de los usuarios), así se evitaría requerir otra PC con sistema operativo de Linux para ejecutar el programa de *OpenFOAM*.

A pesar que la tecnología CFD no ha sido tan utilizada en la industria del agua, porque según estudios no se tiene la suficiente tecnología en países en vías de desarrollo. No obstante, a esta tecnología se le considera una tercera metodología y se le da la misma importancia que lo teórico y experimental, por ello es recomendable encaminarse y aplicar simulación CFD en otros tipos de efluentes industriales, por el hecho que softwares CFD tienen en su paquetería varios modelos y cada año se avanza mucho más en sus utilidades y procesamiento, que resulta muy conveniente para los usuarios.

Es recomendable realizar trabajo experimental de laboratorio para poder contrastar los resultados que se tengan de una simulación CFD, esto sería de gran ayuda incluso para la fabricación y puesta en marcha de una PTAR en una industria en específico. Así sería posible evitaría el sobredimensionamiento del sistema y, sobre todo se puede optimizar recurso económico, que en la mayoría de los casos los costos suelen ser muy elevados e innecesarios.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdulrahman, M. W. (2016). Experimental studies of gas holdup in a slurry bubble column at high gas temperature of a helium-water-alumina system. *Chemical Engineering Research and Design*, 109(1), 486–494. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2016.02.032>
- Aguilar, D. (2014). *Diseño de un sistema de Flotacion por Aire Disuelto (F.A.D) para mejorar la calidad del agua residual de la industria láctea El Ordeño y La Corpabe*. ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL.
- Aguinaga, S. (1996). *Manual De Procedimientos Analíticos Para Aguas Y Efluentes*.
- Alais, C. (1988). *Ciencia de la Leche. Principios de Técnica Lechera*. Reverte.
- Allen, M. P., & Tildesley, D. J. (2017). Computer simulation of liquids. In *Computer Simulation of Liquids: Second Edition*. <https://doi.org/10.1093/oso/9780198803195.001.0001>
- Alvarado, A., Vedantam, S., Goethals, P., & Nopens, I. (2012). A compartmental model to describe hydraulics in a full-scale waste stabilization pond. *Water Research*, 46(2), 521–530. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2011.11.038>
- Amato, T., & Wicks, J. (2009). Dissolved air flotation and potential clarified water quality based on computational fluid dynamics modelling. *Water Quality Technology Conference and Exposition 2009*, 459–473.
- Anastasiou, A. D., Passos, A. D., & Mouza, A. A. (2013). Bubble columns with fine pore sparger and non-Newtonian liquid phase: Prediction of gas holdup. *Chemical Engineering Science*, 98, 331–338. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2013.05.006>
- Anderson, J. D., Wendt, J. F., Degroote, J., Degrez, G., Dick, E., Grundmann, R., & Vierendeels, J. (2009). Computational fluid dynamics: An introduction. In *von Karman Institute for Fluid Dynamics*. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-85056-4>
- Arnold, S. R., Grubb, T. P., & Harvey, P. J. (1995). Recent applications of dissolved air flotation pilot studies and full scale design. *Water Science and Technology*, 31(3–4), 327–340. [https://doi.org/10.1016/0273-1223\(95\)00227-E](https://doi.org/10.1016/0273-1223(95)00227-E)
- Ata, S., & Jameson, G. J. (2005). The formation of bubble clusters in flotation cells. *International Journal of Mineral Processing*, 76(1–2), 123–139. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2004.12.007>
- Aulenbach, D. B., Shammas, N., & Wang, L. K. (2010). Flotation Technology. In *Flotation Technology* (Issue June). <https://doi.org/10.1007/978-1-60327-133-2>
- Bahadori, A., Zahedi, G., Zendejboudi, S., & Bahadori, M. (2013). Estimation of air concentration in dissolved air flotation (DAF) systems using a simple predictive tool. *Chemical Engineering Research and Design*, 91(1), 184–190. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2012.07.004>
- Baird, M. H. I., & Rice, R. G. (1975). Axial dispersion in large unbaffled columns. *The Chemical Engineering Journal*, 9(2), 171–174. [https://doi.org/10.1016/0300-9467\(75\)80010-4](https://doi.org/10.1016/0300-9467(75)80010-4)
- Balasubramaniam, R., Ramé, E., Kizito, J., & Kassemi, M. (2006). Two Phase Flow Modeling : Summary of Flow Regimes and Pressure Drop Correlations in Reduced and Partial Gravity. *NASA-National Center for Space Exploration Research*, 1–57.
- Barbery, G. (1984). Engineering aspects of flotation in the minerals industry: flotation machines, circuits and their simulation. In: *The Scientific Basis of Flotation, Proc. Nato Advanced Study Inst., (Cambridge, U.K.: Jul. 5-16, 1982), K.J. Ives (Ed.), 75* (ISBN 90-247-2907-6), 289–348. [https://doi.org/10.1007/978-94-009-6926-1\\_8](https://doi.org/10.1007/978-94-009-6926-1_8)
- Barceló, L. F., Caron, P. A., Larreteguy, A. E., Gayoso, R., Gayoso, F., & Lavalle, G. G. (2010).

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE EQUIPOS SEPARADORES DE AGUA-PETRÓLEO USANDO VOLÚMENES FINITOS Y EL MODELO DE DRIFT-FLUX.  
*Asociación Argentina de Mecánica Computacional, XXIX*, 8463–8480.

- Bennett, G. F., & Peters, R. W. (1988). Critical Reviews in Environmental Control The removal of oil from wastewater by air flotation : A review. *Critical Reviews in Environmental Control*, 18:3(3), 189–253.
- Berrones, J. A., & Quilligana, O. R. (2017). *SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UNA RÁPIDA CON FONDO RUGOSO EN EL PAQUETE COMPUTACIONAL OpenFOAM*. ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL.
- Besagni, G., Inzoli, F., & Ziegenhein, T. (2018). Two-phase bubble columns: A comprehensive review. *ChemEngineering*, 2(2), 1–80. <https://doi.org/10.3390/chemengineering2020013>
- Bhunja, K., Kundu, G., & Mukherjee, D. (2017). Gas holdup characteristics in a flotation column with different solids. *Separation Science and Technology (Philadelphia)*, 52(7), 1298–1309. <https://doi.org/10.1080/01496395.2017.1287196>
- Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (2002). Transport Phenomena. In *Chemical Engineering Department University of Wisconsin-Madison* (Vol. 1, Issue 2, pp. 11–37).
- Blottner, F. G. (1964). Chemical nonequilibrium boundary layer. *AIAA Journal*, 2(2), 232–240. <https://doi.org/10.2514/3.2299>
- Bolaño-Ennis, A. M. (2009). *SISTEMA DE FLOTACIÓN POR AIRE DISUELTO PARA EL TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES INDUSTRIALES*. ESCUELA DE INGENIERÍA DE ANTIOQUIA.
- Brassel, F., & Hidalgo, F. (2007). Libre Comercio y Lácteos (La producción de la leche en el Ecuador entre el mercado nacional y la globalización). *SIPAE*, 125.
- Brennen, C. E. (2008). *Fundamentals of multiphase flow*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511807169>
- Bridgeman, J., Jefferson, B., & Parsons, S. A. (2009). Computational Fluid Dynamics Modelling of Flocculation in Water Treatment: A Review. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 3(2), 220–241. <https://doi.org/10.1080/19942060.2009.11015267>
- Brouckaert, C. ., Huang, T., & Buckley, C. . (2005). *APPLICATIONS OF COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS MODELLING IN WATER TREATMENT*.
- Bu, X., Xie, G., Peng, Y., Ge, L., & Ni, C. (2017). Kinetics of flotation. Order of process, rate constant distribution and ultimate recovery. *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 53(1), 342–365. <https://doi.org/10.5277/ppmp170128>
- Buwa, V. V., Deo, D. S., & Ranade, V. V. (2006). Eulerian – Lagrangian simulations of unsteady gas – liquid flows in bubble columns. *International Journal Multiphase Flow*, 32, 864–885. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2006.02.017>
- Cáceres, L., Contreras, R., Rodríguez, V., & Monardes, V. (1999). Eliminación de sólidos suspendidos de agua servida tratada para su reutilización en agricultura. *IDESIA*, 16, 75–84.
- Caldera, Y., Sanchez, M., & Gutierrez, E. (2017). Calidad física de aguas residuales de una industria avícola en un sistema de flotación por aire disuelto con coagulantes Physical quality of wastewater from a poultry industry in a system dissolved air flotation with coagulants. *Revista Tecnocientífica URU, September*, 57–66.
- Camarasa, E., Vial, C., Poncin, S., Wild, G., Midoux, N., & Bouillard, J. (1999). Influence of coalescence behaviour of the liquid and of gas sparging on hydrodynamics and bubble characteristics in a bubble column. *Chemical Engineering and Processing*, 38, 329–344.

- CAR/PL. (2002). Prevención de la contaminación en la Industria láctea. *Plan de Acción Para El Mediterráneo*, 5–164. [http://www.cprac.org/sites/default/files/langfiles/lac\\_es.pdf](http://www.cprac.org/sites/default/files/langfiles/lac_es.pdf). Acceso: 23/7/21.
- Cedeño-Vera, S. E. (2017). *ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE UNA HÉLICE EN AGUAS ABIERTAS Y EN RÉGIMEN DE CAVITACIÓN UTILIZANDO OpenFOAM*. ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL.
- Celis, M., & Juárez, D. (2009). Microbiología de la leche. *Universidad Tecnológica Nacional*. <http://es.scribd.com/doc/22412571/eq-7-Microbiologia-de-la-leche#scribd>
- CIL-Ecuador. (2015). *LA LECHE DEL ECUADOR-Historia de la lechería ecuatoriana*.
- Cimbala, J. M., & Cengel, Y. a. (2006). *Mecánica de Fluidos: Fundamentos y Aplicaciones*. McGrawHill, Primera Ed, 2.
- COA. (2017). *CODIGO ORGÁNICO DEL AMBIENTE*.
- Coll-Velasquez, J. P. (2014). *MODELAJE POR MEDIO DE UN SOTFWARE DE DINAMICA DE FLUIDOS DEL COMPORTAMIENTO HIDRODINAMICO DE UN SKIMMER TANK DE UNA PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUA*. Universidad del Norte.
- Collins, G. L., & Jameson, G. J. (1977). Double-layer effects in the flotation of fine particles. *Chemical Engineering Science*, 32(3), 239–246. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(77\)80201-7](https://doi.org/10.1016/0009-2509(77)80201-7)
- Couto, H. J. B., Melo, M. V., & Massarani, G. (2004). Treatment of milk industry effluent by dissolved air flotation. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 21(1), 83–91. <https://doi.org/10.1590/S0104-66322004000100009>
- Cruzeiro, A. B. (2020). Stochastic Approaches to Deterministic Fluid Dynamics : A Selective Review. *Water*, 12, 1–20. <https://doi.org/10.3390/w12030864>
- Darmawan, D. (2017). APUNTES DE MECÁNICA DE FLUIDOS. In *Journal of Chemical Information and Modeling* (Vol. 53, Issue 9, p. 15).
- Davies, A. . (2011). *The Finite Method An Introduction with Partial Differential Equations*. In *Oxford University Press* (p. 73).
- Deckwer, W.-D., Louisi, Y., Zaidi, A., & Ralek, M. (1980). Hydrodynamic Properties of the Fischer-Tropsch Slurry Process. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 19(4), 699–708. <https://doi.org/10.1021/i260076a032>
- Deckwer, W.-D., Serpemen, Y., Ralek, M., & Schmidt, B. (1982). Modeling the Fischer-Tropsch Synthesis in the Slurry Phase. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 21(2), 231–241. <https://doi.org/10.1021/i200017a006>
- Deckwer, W. ., & Field, R. . (1992). Bubble Columns Reactors. In *Wiley* (Vol. 200, Issue 3). <https://doi.org/10.1111/j.0021-8774.2005.00541.x>
- Díaz-Díaz, M. A., Rivas-trasancos, L., Fernández-Rangel, D., Salazar-Alemán, D., & Miller-Palmer, S. (2018). Tratamiento de aguas residuales oleosas mediante flotación por aire disuelto. *Tecnología Química*, 38(2), 294–311. <https://doi.org/10.1590/2224-6185.2018.2>
- Dowling, E. C., Klimpel, R. R., & Aplan, F. F. (1985). Model Discrimination in the Flotation of a Porphyry Copper Ore. *Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers, Society*, 278(February 1984), 87–102.
- Dudukovic, M. ., Fan, L. ., & Chang, M. (1999). *Novel Techniques for Slurry Bubble Column Hydrodynamics*.
- Durán-Vinuesa, L. F. (2017). *Análisis y desarrollo de la simulación termo-hidráulica de flujo multifase en CFD con ANSYS Fluent*®.

- Edzwald, J. K. (2010). Dissolved air flotation and me. *Water Research*, 44(7), 2077–2106. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2009.12.040>
- Elena, M. D., Iranzo, A., Cuadra, D., Bárbero, R., Montes, F. J., & Galán, M. A. (2008). Numerical simulation of the gas – liquid flow in a laboratory scale bubble column Influence of bubble size distribution and non-drag forces. *Chemical Engineering Journal*, 139, 363–379. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2007.08.015>
- Esmaeili, A., Farag, S., Guy, C., & Chaouki, J. (2016). Effect of elevated pressure on the hydrodynamic aspects of a pilot-scale bubble column reactor operating with non-Newtonian liquids. *Chemical Engineering Journal*, 288, 377–389. <https://doi.org/10.1016/j.cej.2015.12.017>
- Falkovich, G. (2012). Fluid Mechanics. In *Fluid Mechanics* (pp. 1–53). <https://doi.org/10.1017/cbo9780511794353.003>
- Fay, J. A., & Riddell, F. R. (1958). Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air. *Journal of the Aerospace Sciences*, 25(2), 73–85. <https://doi.org/10.2514/8.7517>
- Fernandez-Oro, J. M. (2012). Técnicas numéricas en ingeniería de fluidos. In *Angewandte Chemie International Edition*, 6(11), 951–952.
- Ferziger, J. ., & Peric, M. (1996). Computational Methods for Fluid Dynamics. In *Springer-Vedag Berlin Heidelberg* (pp. 1–3).
- Flint, I. M., & Burstein, M. A. (2000). FLOTATION | Froth Processes and the Design of Column Flotation Cells. *Encyclopedia of Separation Science*, 1996, 1521–1527. <https://doi.org/10.1016/b0-12-226770-2/01951-7>
- Forero, J. E., Diaz, J., & Blandon, V. R. (1999). Diseño de un nuevo sistema de flotacion para tratamiento de aguas industriales. *CT y F - Ciencia, Tecnologia y Futuro*, 1(5), 67–75.
- Fray, J.-A. (1994). *Introduction to Fluid Mechanics* (MIT Press). Cambridge Massachussets.
- Galindo, E. (2011). *Estadística Métodos y Aplicaciones* (PROCIENCIA).
- Gallego-Castro, L. A., Mahecha-Ledesma, L., & Angulo-Arizala, J. (2017). Producción, calidad de leche y beneficio: costo de suplementar vacas holstein con *Tithonia diversifolia*. *Agronomía Mesoamericana*, 28(2), 357. <https://doi.org/10.15517/ma.v28i2.25945>
- Gharai, M., & Venugopal, R. (2016). Modeling of flotation process - An overview of different approaches. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 37(2), 120–133. <https://doi.org/10.1080/08827508.2015.1115991>
- Ghiassi, S. H., Safekordi, A. A., & Babazadeh, F. (2012). Determination of Interfacial Area in Gas-Liquid Two Phase by Light Transmission. *Iran J Chem Eng*, 31(1), 81–87.
- Gomez, C. O., & Finch, J. A. (2007). Gas dispersion measurements in flotation cells. *International Journal of Mineral Processing*, 84(1–4), 51–58. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2007.03.009>
- Gorain, B. K., Franzidis, J. P., & Manlapig, E. V. (1995). Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell - Part 1: Effect on bubble size distribution. *Minerals Engineering*, 8(6), 615–635. [https://doi.org/10.1016/0892-6875\(95\)00025-L](https://doi.org/10.1016/0892-6875(95)00025-L)
- Greenshields, C. J. (2021). OpenFOAM User Guide. *OpenFOAM Foundation Ltd*, July.
- Gutiérrez, G. (2001). ELEMENTOS DE SIMULACION COMPUTACIONAL. *Universidad de Chile*.
- Haarhoff, J., & Edzwald, J. K. (2001). Modelling of floc-bubble aggregate rise rates in dissolved air flotation. *Water Science and Technology*, 43(8), 175–184.

<https://doi.org/10.2166/wst.2001.0492>

- Han, M. Y. (2002). Modeling of DAF: The effect of particle and bubble characteristics. *Journal of Water Supply: Research and Technology - AQUA*, 51(1), 27–34. <https://doi.org/10.2166/aqua.2002.0003>
- Hanjalić, K., & Launder, B. (2011). Modelling turbulence in engineering and the environment. In *Cambridge University*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139013314>
- Hauke, G. (2008). An introduction to fluid mechanics and transport phenomena. In *Fluid Mechanics and its Applications* (Vol. 86).
- Hernáinz, F., & Calero, M. (2001). Froth flotation: Kinetic models based on chemical analogy. *Chemical Engineering and Processing*, 40(3), 269–275. [https://doi.org/10.1016/S0255-2701\(00\)00125-2](https://doi.org/10.1016/S0255-2701(00)00125-2)
- Hestenes, D. (1995). Modeling Software for Learning and Doing Physics. In *Thinking Physics for Teaching*. Arizona State University. [https://doi.org/10.1007/978-1-4615-1921-8\\_4](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-1921-8_4)
- Hewitt, G. ., & Vassilicos, J. . (2005). Prediction of Turbulent Flows. In *Cambridge University Press*.
- Holzmann, T. (2017). *Mathematics, Numerics, Derivations and OpenFOAM®*. <https://www.researchgate.net/publication/307546712> Mathematics,.
- Hyndman, C. L., Larachi, F., & Guy, C. (1997). Understanding gas-phase hydrodynamics in bubble columns: A convective model based on kinetic theory. *Chemical Engineering Science*, 52(1), 63–77. [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(96\)00387-9](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(96)00387-9)
- Idogawa, K., Ikeda, K., Fukuda, T., & Morooka, S. (1985). Effects of gas and liquid properties on the behavior of bubbles in a bubble column under high-pressure. *Kogaku Ronbun*, 148, 432–437.
- Inaipil-Leal, M. I. (2015). *Análisis Fluido Dinámico de un Flujo de Burbujas mediante CFD*. Universidad de Chile.
- Ityokumbul, M. T., & Trubelja, M. P. (1998). Carrying capacity in a pilot flotation column. *Minerals and Metallurgical Processing*, 15(2), 41–46. <https://doi.org/10.1007/bf03402797>
- Ives, K. J. (1995). THE INSIDE STORY OF WATER-TREATMENT PROCESSES. *Most*, 5(ASCE), 846–849.
- Jadhav, S. V., & Pangarkar, V. G. (1991). PARTICLE-LIQUID MASS TRANSFER IN THREE-PHASE SPARGED REACTORS : SCALE-UP EFFECTS. *Chemical Engineering Science*, 46(4), 919–927.
- Jarman, D. S., Faram, M. G., Tabor, G., & Butler, D. (2007). A review of the opportunities presented through the application of Computational Fluid Dynamics (CFD) to water management challenges. *Proceedings of the Combined International Conference of Computing and Control for the Water Industry, CCWI2007 and Sustainable Urban Water Management, SUWM2007, March 2015*, 151–157.
- Jena, M. S., Biswal, S. K., Das, S. P., & Reddy, P. S. R. (2008). Comparative study of the performance of conventional and column flotation when treating coking coal fines. *Fuel Processing Technology*, 89(12), 1409–1415. <https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2008.06.012>
- Jiménez Idrovo, V. A. (2019). *Escuela Superior Politécnica De Chimborazo Residuales Para La Hilandería “ Cabezas E Hijos ” Del*. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.
- Kantarci, N., Borak, F., & Ulgen, K. O. (2005). Bubble column reactors. *Process Biochemistry*, 40(7), 2263–2283. <https://doi.org/10.1016/j.procbio.2004.10.004>
- Kofman, H. ., & Concari, S. B. (2011). Using Remote Lab for Physics Teaching. In *Using*

*Remote Labs in Education* (Vol. 31, Issue 4, pp. 293–308).  
<https://doi.org/10.1134/1.1920386>

- Kofman, H., Concari, S., & Cámara, C. (2002). Software de Simulación integrado a experimentos de laboratorio sobre fluidos. *IE Comunicaciones: Revista Iberoamericana de Informática Educativa*, 23, 3.
- Krishna, R., Urseanu, M. I., & Dreher, A. J. (2000). Gas hold-up in bubble columns: Influence of alcohol addition versus operation at elevated pressures. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 39(4), 371–378. [https://doi.org/10.1016/S0255-2701\(00\)00093-3](https://doi.org/10.1016/S0255-2701(00)00093-3)
- Kumar, S, Kumar, R. ., Munshi, P., & Khanna, A. (2012). Gas hold-up in three phase co-current bubble columns. *Procedia Engineering*, 42, 851–863. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.07.470>
- Kumar, Shyam, & Khanna, A. (2014). Experimental analysis and development of correlations for gas holdup in high pressure slurry co-current bubble columns. *Korean Journal of Chemical Engineering*, 31(11), 1964–1972. <https://doi.org/10.1007/s11814-014-0121-4>
- Kyzas, G. Z., Lazaridis, N. K., & Matis, K. A. (2019). Flotation: Recent innovations in an interesting and effective separation process. In *Interface Science and Technology* (Vol. 30, pp. 15–42). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-814178-6.00002-9>
- Lakghomi, B., Lawryshyn, Y., & Hofmann, R. (2015). Evaluation of flow hydrodynamics in a pilot-scale dissolved air flotation tank: A comparison between CFD and experimental measurements. *Water Science and Technology*, 72(7), 1111–1118. <https://doi.org/10.2166/wst.2015.321>
- Lakghomi, Babak. (2015). *Optimization of dissolved air flotation for drinking water treatment* [Universidad de Toronto]. [https://tspace.library.utoronto.ca/bitstream/1807/94414/1/Lakghomi\\_Babak\\_2015\\_PhD\\_thesis.pdf](https://tspace.library.utoronto.ca/bitstream/1807/94414/1/Lakghomi_Babak_2015_PhD_thesis.pdf)
- Leja, J. (1982). Surface Chemistry of Froth Flotation. In *The Invention of the Oral* (pp. 1–26). <https://doi.org/10.7208/chicago/9780226457017.003.0001>
- Leppinen, D. M. (2000). A kinetic model of dissolved air flotation including the effects of interparticle forces. *Journal of Water Supply: Research and Technology - AQUA*, 49(5), 259–268. <https://doi.org/10.2166/aqua.2000.0022>
- Leppinen, D. M., Dalziel, S. B., & Linden, P. F. (2001). Modelling the global efficiency of dissolved air flotation. *Water Science and Technology*, 43(8), 159–166. <https://doi.org/10.2166/wst.2001.0490>
- Letzel, H. M., Schouten, J. C., Krishna, R., & Van Den Bleek, C. M. (1999). Gas holdup and mass transfer in bubble column reactors operated at elevated pressure. *Chemical Engineering Science*, 54(13–14), 2237–2246. [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(98\)00418-7](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(98)00418-7)
- Lewis, R. W., Perumal, N., & Seetharamu, K. N. (2004). *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*.
- Li, H., Villar, R. Del, & Gomez, C. O. (2004). Reviewing the experimental procedure to determine the carrying capacity in flotation columns. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 43(4), 513–520. <https://doi.org/10.1179/cmqr.2004.43.4.513>
- Lin, T. J., Tsuchiya, K., & Fan, L. S. (1998). Bubble Flow Characteristics in Bubble Columns at Elevated Pressure and Temperature. *AIChE Journal*, 44(3), 545–560. <https://doi.org/10.1002/aic.690440306>
- Liu, G. ., & Quek, S. . (2003). The finite Element Method Apractical course. In *Department of*

- Mechanical Engineering, National University of Singapore* (pp. 1–9).
- Logan, D. L. (2012). A First Course in the Finite Element Method. In *Nelson Education Ltd* (pp. 1–25). Global Engineering: Christopher M. Shortt. <https://doi.org/10.1109/ITHET.2010.5480087>
- López-Rúa, A. M., & Tamayo-Alzate, Ó. E. (2012). Las prácticas de laboratorio en la enseñanza de las ciencias naturales. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 8(1), 145–166. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=134129256008>
- Mammadov, A. (2016). *Computational Assessments on Bubble Dynamics Applied to Flotation Cells*. University of Alberta.
- Mankosa, M. J., Luttrell, G. H., Adel, G. T., & Yoon, R. H. (1992). A study of axial mixing in column flotation. *International Journal of Mineral Processing*, 35(1–2), 51–64. [https://doi.org/10.1016/0301-7516\(92\)90004-G](https://doi.org/10.1016/0301-7516(92)90004-G)
- Manni, A. (2014). An introduction to twoPhaseEulerFoam with addition of an heat exchange model. *CFD with OpenSource Software A*, 1–18. [http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS\\_CFD\\_2014/AlessandroManni/ReportAM.pdf](http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS_CFD_2014/AlessandroManni/ReportAM.pdf)
- Mao, L., & Yoon, R. H. (1997). Predicting flotation rates using a rate equation derived from first principles. *International Journal of Mineral Processing*, 51(1–4), 171–181. [https://doi.org/10.1016/S0301-7516\(97\)00025-2](https://doi.org/10.1016/S0301-7516(97)00025-2)
- Maria, R., & Graterol, N. (2015). Diseño De Una Unidad De Flotación Con Aire Disuelto Para La Remoción De Contaminantes De Las Aguas Residuales Generadas En Una Empresa Manufacturera Design of a Unit Dissolved Air Flotation for Removal of Pollutants of the Wastewater Generated in a Manufa. *Venezuela*, 55(22), 777–796.
- Matsui, Y., Fukushi, K., & Tambo, N. (1998). Modeling, simulation and operational parameters of dissolved air flotation. *Journal of Water Supply: Research and Technology - AQUA*, 47(1), 9–20. <https://doi.org/10.2166/aqua.1998.0003>
- Mena-Flores, V. A. (2018). *SIMULACIÓN (CFD) DEL AIRE INYECTADO POR UN DIFUSOR EN UN TANQUE DE AIREACIÓN*. Universidad de las Américas.
- Mendenhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2008). *Introducción a la probabilidad y estadística* (13va edici). CENCAGE Learning.
- Méndez-Noveler, R., Novelo-López, A., Coronado-Peraza, V., Castillo-Broges, E., & Sauri Riancho, M. R. (2008). Remoción de materia orgánica y metales pesados de lixiviados por flotación con aire disuelto. *Ingeniería*, 12(1), 13–19.
- Metcalf & Eddy. (1995). *Ingeniería de las aguas residuales*.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. (1953). Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *Journal of Chemical Physics*, 21, 1087–1092.
- Miettinen, T., Ralston, J., & Fornasiero, D. (2010). The limits of fine particle flotation. *Minerals Engineering*, 23(5), 420–437. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.12.006>
- Mora-Abril, E. L., Magalhaes-Baltar, C. A., Pinos, V., & Benachour, M. (2018). Remoción de plomo de un efluente sintético vía flotación iónica utilizando xantato. *Maskana*, 9(1), 31–39. <https://doi.org/10.18537/mskn.09.01.04>
- Moukalled, F., Mangani, L., & Darwish, M. (2016). *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics* (Vol. 113). <https://doi.org/10.1007/978-3-319-16874-6>
- Moursy, A. S., & Abo El-Ela, S. E. (1982). Treatment of oily refinery wastes using a dissolved air flotation process. *Environment International*, 7(4), 267–270. [https://doi.org/10.1016/0160-4120\(82\)90116-7](https://doi.org/10.1016/0160-4120(82)90116-7)

- Nedeltchev, S., Shaikh, A., & Al-Dahhan, M. (2006). Flow Regime Identification in a Bubble Column Based on Both Statistical and Chaotic Parameters Applied to Computed Tomography data. *Chemical Engineering and Technology*, 29(9), 1054–1060. <https://doi.org/10.1002/ceat.200600162>
- Nickols, D., Moerschell, G. C., & Broder, M. V. (1995). The first DAF water treatment plant in the United States. *Water Science and Technology*, 31(3–4), 239–246. [https://doi.org/10.1016/0273-1223\(95\)00221-8](https://doi.org/10.1016/0273-1223(95)00221-8)
- Norouzi, H.-R., Zarghami, R., Sotudeh-Gharebagh, R., & Mostoufi, N. (2016). *Coupled CFD-DEM Modeling*. University of Tehtan, Tehran, Iran.
- Norouzi, H. (2020). Mastering twoPhaseEulerFoam Three : Bubble Column How to Simulate a Bubble Column Using. In *CEMF*.
- Oden, J. (1996). *Finite elements: an introduction, Handbook of Numerical Analysis* (P. G. C. And & J. L. L. (eds) (eds.); pp. 3–16).
- Ohki, Y., & Inoue, H. (1970). Longitudinal mixing of the liquid phase in bubble columns. *Chemical Engineering Science*, 25(1), 1–16. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(70\)85016-3](https://doi.org/10.1016/0009-2509(70)85016-3)
- Okada, K., Akagi, Y., Kogure, M., & Yoshioka, N. (1990). Analysis of particle trajectories of small particles in flotation when the particles and bubbles are both charged. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 68(4), 614–621. <https://doi.org/10.1002/cjce.5450680412>
- Ortiz-Oliveros, H. B. (2002). TRATAMIENTO DE AGUAS OLEOSAS POR FLOTACIÓN [Universidad Autonoma del Estado de México]. In *Facultad de Ingeniería*. [http://www.iaea.org/inis/collection/NCLCollectionStore/\\_Public/33/041/33041634.pdf](http://www.iaea.org/inis/collection/NCLCollectionStore/_Public/33/041/33041634.pdf)
- Öztürk, S. S., Schumpe, A., & Deckwer, W. -D. (1987). Organic liquids in a bubble column: Holdups and mass transfer coefficients. *AIChE Journal*, 33(9), 1473–1480. <https://doi.org/10.1002/aic.690330907>
- Pacururu Reyes, A. R. (2011). *Plan de Manejo Ambiental para la industria Láctea "Productos San Salvador"* [Escuela Superior Politécnica del Chimborazo]. <https://doi.org/10.7705/biomedica.v31i0.530>
- Pandit, A. ., & Joshi, J. . (1984). Three phase sparged reactors some design aspects. *Chemical Technology*, 2(1).
- Parthasarthy, S. (1993). *Application of Dissolved Air Flotation (Daf) To the Treatment of Dairy Wastewaters*. Massey University.
- Patankar, S. V. (1980). Numerical heat transfer and fluid flow. In *Hemisphere Publication Corporation, Washington, DC* (pp. 1–22).
- Pavez, O., Arancibia, C., Pino, L., & Zazzali, B. (1998). Remoción de metales pesados contenidos en un Efluente De Planta De Lixiviación / Precipitación De Cobre. *Depart de Metalurgia. Universidad de Atacama*, 7(03), 349–355.
- Pereira, M. do S., Carraro-Borges, A., Lopes-Muniz, G., Fernandes-Helena, F., & Antonino-Faroni, L. R. (2020). DOF/DAF comparison for the treatment of milk industry wastewater. *Revista Ambiente e Agua*, 15(5), 445–458. <https://doi.org/10.4136/1980-993X>
- Pereira, M. dos S., Borges-Carraro, A., Fernandes-Helena, F., & Assin-Squillace, Luis Felipe Antonino-Faroni, L. R. (2018). Treatment of synthetic milk industry wastewater using batch dissolved air flotation. *Journal of Cleaner Production*, 18(5), 729–737. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.04.065>
- Pérez-Garibay, R., Ramírez-aguilera, N., Bouchard, J., & Rubio, J. (2014). Froth flotation of

- sphalerite : Collector concentration , gas dispersion and particle size effects. *Minerals Engineering*, 57, 72–78. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.12.020>
- Pineda-Rondón, S. ., & Gónzales-Acuña, R. . (2012). Validación del Software OpenFoam en Flujo Turbulento : Aplicación Artística del Movimiento Aleatorio. *Universidad Central de Venezuela*.
- Prakash, R., Majumder, S. K., & Singh, A. (2018). Flotation technique: Its mechanisms and design parameters. *Chemical Engineering and Processing*, 127, 249–270. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2018.03.029>
- Princen, L. ., & Peplinski, M.-D. V. (1964). Effect of particle size on the mutual flocculation between zinc oxide and titanium dioxide. *J Colloid Sci*, 19, 786–797.
- Puget, F. P., Melo, M. V., & Massarani, G. (2004). Comparative study of flotation techniques for the treatment of liquid effluents. *Environmental Technology (United Kingdom)*, 25(1), 79–87. <https://doi.org/10.1080/09593330409355440>
- Ramírez-Ruíz, C. (2020). *Introducción a la modelación numérica con Dinámica de Fluidos Computacional (CFD)*.
- RCOA. (2019). *REGLAMENTO AL CÓDIGO ORGÁNICO DEL AMBIENTE*.
- Rivadeneira-Machasilla, Á. Y. (2015). *Diseño del sistema de tratamiento de aguas residuales en la planta procesadora de lácteos asociación unión libre*. ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO.
- Rodrigues, J. P., & Béttega, R. (2017). EVALUATION OF MULTIPHASE CFD MODELS FOR DISSOLVED AIR FLOTATION (DAF) PROCESS. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2017.12.015>
- Rodríguez Fernández-Alba, A., Letón García, P., Rosal García, R., Dorado Valiño, M., Villar Fernández, S., & Sanz García, J. M. (2006). Tratamientos Avanzados De Aguas Residuales Industriales. In *Citme*.
- Rodríguez, S. (2019). Applied Computational Fluid Dynamics and Turbulence Modeling. In *Springer Nature Switzerland AG* (pp. 1–8). <https://doi.org/10.2514/1.j060595>
- Rojas, C., Rincón, N., Díaz, A., Colina, G., Behling, E., Chacín, E., & Fernández, N. (2008). Evaluación de una unidad de flotación con aire disuelto para el tratamiento de aguas aceitosas. *Rev. Téc. Ing. Univ. Zulia*, 31(1), 62–71. <http://tjfeonline.com/admin/archive/617.09.20141410967195.pdf>
- Romero, J. (2008). *Tratamiento de aguas residuales: teoría y principios de diseño*. <https://idoc.pub/documents/tratamiento-de-aguas-residuales-teoria-y-principios-de-diseo-jairo-alberto-romero-rojaspdf-d4p7qr82e64p#preview>
- Rubio, J., Souza, M. L., & Smith, R. W. (2002). Overview of flotation as a wastewater treatment technique. *Minerals Engineering*, 15, 139–155.
- Rybachuk, Y., & Jodłowski, A. (2019). Mathematical model of dissolved air flotation (DAF) based on impulse conservation law. *SN Applied Sciences*, 1(6), 1–8. <https://doi.org/10.1007/s42452-019-0560-y>
- Saenz-Roldan, L. F. (2013). DISEÑO DEL SISTEMA DE TRATAMIENTO Y REUTILIZACIÓN DE AGUA RESIDUAL EN LA PLANTA DE LÁCTEOS OASIS [Escuela Superior Politecnica de Chimborazo]. In *Facultad de Ciencias: Vol. Bachelor*. <http://dspace.epoch.edu.ec/handle/123456789/2529>
- Salas-Colotta, G. (2003). Proceso De Flotación Por Aire Disuelto En El Tratamiento Del Agua Residual De Bombeo En La Industria De Harina De Pescado. In *Revista Peruana de Química e Ingeniería Química* (Vol. 6, Issue 1, pp. 60–68).

- Salas-Colotta, G. (2004). Diseño de un Flotador por aire disuelto (DAF) en el tratamiento del agua residual de una textil. *Revista Peruana de Química e Ingeniería Química*, 7(1), 36–39.
- Salas, G., & Condorhuamán, C. (2008). Tratamiento de Las aguas residuales de un centro de beneficio o matadero de ganado. *Revista Peruana de Química e Ingeniería Química*, 11(1), 29–35.
- Samstag, R. W., Ducoste, J. J., Griborio, A., Nopens, I., Batstone, D. J., Wicks, J. D., Saunders, S., Wicklein, E. A., Kenny, G., & Laurent, J. (2016). CFD for wastewater treatment: An overview. *Water Science and Technology*, 74(3), 549–563. <https://doi.org/10.2166/wst.2016.249>
- Sánchez, M., Caldera, Y., & Gutierrez, E. (2017). Eficiencia de coagulantes durante el tratamiento de aguas residuales en la industria avícola en un sistema de flotación. *Impacto Científico*, 12(1), 201–214.
- Sarrafi, A., Jamialahmadi, M., Müller-Steinhagen, H., & Smith, J. M. (1999). Gas holdup in homogeneous and heterogeneous gas-liquid bubble column reactors. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 77(1), 11–21. <https://doi.org/10.1002/cjce.5450770104>
- Schiestel, R. (2006). Modelling and Simulation of Turbulent Flows. In *Hermes Science/Lavoisier* (pp. 1–4).
- Schumpe, A., & Grund, G. (1986). The Gas Disengagement technique for Studying Gas Holdup Structure in Bubble Columns. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 64(6), 891–896. <https://doi.org/10.1002/cjce.5450640602>
- Shalf, J. M., & Leland, R. (2015). Computing beyond Moore's Law. *Computer*, 48(12), 14–23. <https://doi.org/10.1109/MC.2015.374>
- Shammas, N. K., & Bennett, G. F. (2010). Principles of Air Flotation Technology. In *Flotation Technology* (Vol. 12). <https://doi.org/10.1007/978-1-60327-133-2>
- Shammas, N. K., Wang, L. K., & Hahn, H. H. (2010). Fundamentals of Wastewater Flotation. In *Flotation Technology* (Vol. 12). <https://doi.org/10.1007/978-1-60327-133-2>
- Shannon, W. T., & Buisson, D. H. (1980). Dissolved air flotation in hot water. *Water Research*, 14(7), 759–765. [https://doi.org/10.1016/0043-1354\(80\)90252-3](https://doi.org/10.1016/0043-1354(80)90252-3)
- Shevchenko, T. A., & Shevchenko, A. A. (2016). Experimental investigation of intensification of the process of dissolved-air flotation in wastewater treatment of milk processing enterprises. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1(6), 1–9. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.60121>
- Shukla, S. C., Kundu, G., & Mukherjee, D. (2010). Study of gas holdup and pressure characteristics in a column flotation cell using coal. *Minerals Engineering*, 23(8), 636–642. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2010.03.005>
- Somasundaran, P., & Lin, I. J. (1973). Method for Evaluating Flotation Kinetics Parameters. *Trans Soc Mining Eng AIME*, 254(2), 181–184.
- Streeter, V. L. (1972). Mecánica de los Fluidos. Thomson, 792.
- Thorat, B. N., & Joshi, J. B. (2004). Regime transition in bubble columns: Experimental and predictions. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 28(5), 423–430. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2003.06.002>
- Trujillo, A., & Herrera, L. (1995). Developing a dissolved-air pilot flotation unit. *Evaluación of the design parameters*. 1(3).
- Tu, J., Yeoh, G., & Liu, C. (2018). *Computational Fluid Dynamics. A Practical Approach*. Elsevier Ltd.

- UNESCO. (2019). Informe Mundial de las Naciones Unidas sobre el Desarrollo de los Recursos Hídricos 2019. No dejar a nadie atrás. In *Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura*. <http://www.unwater.org/publications/world-water-development-report-2019/>
- Villena, L. . (1995). Contaminacion De La Industria Lactea. *Insacan*. <http://www.insacan.org/racvao/anales/1995/articulos/08-1995-02.pdf>
- Wang, G., Ge, L., Mitra, S., Evans, G. M., Joshi, J. B., & Chen, S. (2018). A review of CFD modelling studies on the flotation process. *Minerals Engineering*, *127*(August), 153–177. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.08.019>
- Wang, L. K., Fahey, E. M., & Wu, Z. (2005). Dissolved Air Flotation. In *Consult Eng (London)* (Vol. 43, Issue 4, pp. 431–500). [https://doi.org/10.1142/9781848160798\\_0012](https://doi.org/10.1142/9781848160798_0012)
- Wang, P., Cilliers, J. J., Neethling, S. J., & Brito-Parada, P. R. (2019). Effect of Particle Size on the Rising Behavior of Particle-Laden Bubbles. *Langmuir*, *35*(10), 3680–3687. <https://doi.org/10.1021/acs.langmuir.8b04112>
- White, F. (2006). Mecanica de fluidos. In *Mecanica de fluidos* (p. 3).
- Wicklein, E., Batstone, D. J., Ducoste, J., Laurent, J., Griborio, A., Wicks, J., Saunders, S., Samstag, R., Potier, O., & Nopens, I. (2016). Good modelling practice in applying computational fluid dynamics for WWTP modelling. *Water Science and Technology*, *73*(5), 969–982. <https://doi.org/10.2166/wst.2015.565>
- Wilkinson, P. M., Haringa, H., & Van Dierendonck, L. L. (1994). Mass transfer and bubble size in a bubble column under pressure. *Chemical Engineering Science*, *49*(9), 1417–1427. [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(93\)E0022-5](https://doi.org/10.1016/0009-2509(93)E0022-5)
- Wilkinson, P. M., Spek, A. P., & van Dierendonck, L. L. (1992). Design parameters estimation for scale-up of high-pressure bubble columns. *AIChE Journal*, *38*(4), 544–554. <https://doi.org/10.1002/aic.690380408>
- William J, K., & Larry L, S. (1993). SUPERCOMPUTING AND THE TRANSFORMATION OF SCIENCE. *Scientific American Library*, *8*(12).
- Wood, R. F., & Dick, R. I. (1973). *Factors and batch flotation tests*. *45*(2), 304–315.
- Xia, W., Yang, J., & Wang, Y. (2011). Reliability of gas holdup measurements using the differential pressure method in a cyclone-static micro-bubble flotation column. *Mining Science and Technology*, *21*(6), 797–801. <https://doi.org/10.1016/j.mstc.2011.06.026>
- Yianatos, J. B., Bergh, L. G., Díaz, F., & Rodríguez, J. (2005). Mixing characteristics of industrial flotation equipment. *Chemical Engineering Science*, *60*, 2273–2282. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2004.10.039>
- Yianatos, J., Bergh, L., Condori, P., & Aguilera, J. (2001). Hydrodynamic and metallurgical characterization of industrial flotation banks for control purposes. *Minerals Engineering*, *14*(9), 1033–1046. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(01\)00109-1](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(01)00109-1)
- Zamora-Carrillo, M., Santamaría-Días, E., Álvarez-Calvache, F., & Santamaría-Freire, E. (2015). Caracterización de los parámetros de calidad del agua para disminuir la contaminación durante el procesamiento de lácteos. *Agroindustrial Science*, *5*(1), 13–26.
- Zanotti, A. L., Mendez, C. G., Nigro, N. M., Cardona, A., & Strorti, M. A. (2007). MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS ESTABILIZADO A FLUJOS MULTIFÁSICOS. *CIMEC-CONICET*, *12*, 244–257.
- Zhang, J.-G. (1989). *Factors affecting the kinetics of froth flotation* (Issue June). [http://etheses.whiterose.ac.uk/3305/1/uk\\_bl\\_ethos\\_329767.pdf](http://etheses.whiterose.ac.uk/3305/1/uk_bl_ethos_329767.pdf)
- Zhang, J., Liu, X., Tejada-Martinze, A., & Zhang, Q. (2016). Computational Fluid Dynamics: A

Promising Tool for Analysis and Design of Water and Wastewater Treatment. *Hydrolink*, December, 36–38.  
[https://www.researchgate.net/profile/Jie\\_Zhang34/publication/311708339\\_Computational\\_fluid\\_dynamics\\_a\\_promising\\_tool\\_for\\_analysis\\_and\\_design\\_of\\_water\\_and\\_wastewater\\_treatment/links/58566ad708ae81995eb69b35/Computational-fluid-dynamics-a-promising-tool-for](https://www.researchgate.net/profile/Jie_Zhang34/publication/311708339_Computational_fluid_dynamics_a_promising_tool_for_analysis_and_design_of_water_and_wastewater_treatment/links/58566ad708ae81995eb69b35/Computational-fluid-dynamics-a-promising-tool-for)

Zienkiewicz, O. C. (1995). Origins, milestones and directions of the finite element method- A personal view. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2(1), 1–48.  
<https://doi.org/10.1007/BF02736188>

Zorrilla, P. (2018). Planta Procesadora de Lácteos. In *Concebir* (Vol. 01, Issue 01).  
<https://doi.org/10.18259/conc.2018017>



### Anexo 3. Modelo de turbulencia usado para agua-aire- SST.

```

=====
// \ \ / \ / F i e l d           | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
// \ \ / \ / O p e r a t i o n      | Website: https://openfoam.org
// \ \ / \ / A n d                 | Version: 7
// \ \ / \ / M a n i p u l a t i o n |
=====
/*-----*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    location     "constant";
    object       turbulenceProperties.air;
}
// *****

simulationType RAS;

RAS
{
    RASModel mixtureKEpsilon; // continuousGasKEpsilon;

    turbulence      on;
    printCoeffs     on;

    // mixtureKEpsilonCoeffs
    // {
    //     Cp 1;
    //     C3 1;
    // }
}

```

### Anexo 4. Consideraciones necesarias de thermophysicalProperties, para las fases.

```

thermoType
{
    type          heRhoThermo; //Este modelo se basa en la densidad del fluido, incluye la transferencia de calor de una gran
                               familia de solucionadores*/
    mixture        pureMixture; //Indica que el modelo no tiene reacciones, es decir, representa una mezcla de composición fija.
                               En pocas palabras el agua no se encuentra mezclado con otro fluido*/
    transport      const; //Permite ingresar valores de mu y Pr mas adelante en el desarrollo de las propiedades termofisicas.
    thermo         eConst; //Permite ingresar valores de Cv y Hf mas adelante en el desarrollo de las propiedades termofisicas.
    equationOfState perfectFluid; //Representa la ecuación de estado. Donde la presión inicial que se suministra esta en base a la
                               densidad y a una temperatura absoluta de 0*/.
    specie         specie; //Especifica la composición de cada constituyente, permite ingresar el valor de molWeight mas
                               adelante en el desarrollo de las propiedades termofisicas*/
    energy         sensibleInternalEnergy; //Explica de la mejor manera el cambio de energia debido a las reacciones.
}
mixture
{
    specie
    {
        molWeight 18; //gramos de mol por especie
    }
    equationOfState
    {
        R 3000;
        rho0 1027; //Densidad del agua
    }
    thermodynamics
    {
        Cv 4195; //Calor de fusión
        Hf 0; //constante
    }
    transport
    {
        mu 3.645e-4; //difusividad térmica
        Pr 2.289; //número de Prandtl
    }
}

```

La misma configuración se utilizó para SST de acuerdo a la **Tabla 16**, en aire solo cambia los valores a partir de mixture y la ecuación de estado hace referencia a "perfectGas".

## Anexo 5. Esquemas de discretización utilizados.

```

ddtSchemes //Se define como primera derivada y el esquema de discretización de cada término.
{
  default Euler; //Permite configurar al flujo como transitorio.
}
gradSchemes //Contienen términos de gradiente.
{
  default Gauss linear; /*Permite especificar un volumen estándar de discretización de la integración gaussian que
  requiere la interpolación de valores desde el centro de las celdas, al centro de las caras.*/
}
divSchemes //Contiene términos de divergencia.
{
  default none; /*Normalmente se denota el termino div(phi) denota el flujo de velocidad con
  densidad constante*/
  div(phi,alpha.air) Gauss vanLeer;
  div(phi_r,alpha.air) Gauss vanLeer;

  "div(alphaRhoPhi.*,U.*)" Gauss limitedLinearV 1;
  "div(phi.*,U.*)" Gauss limitedLinearV 1;

  "div(alphaRhoPhi.*(h|e).*)" Gauss limitedLinear 1;
  "div(alphaRhoPhi.*.K.*)" Gauss limitedLinear 1;
  "div(alphaPhi.*,p)" Gauss limitedLinear 1;

  "div(((alpha.*thermo.rho.*)*nuEff.*)*dev2(T(grad(U.*))))" Gauss linear;
}
laplacianSchemes //Indica la variación de un a variable en los 3 ejes ordenados (x,y,z).
{
  default Gauss linear uncorrected; //Utiliza un coeficiente de difusión para la interpolación de los datos.
}
interpolationSchemes //Contiene valores de interpolación desde el centro de la celda al centro de la cara.
{
  default linear;
}
snGradSchemes //Establece la evaluación de una gradiente en la cara de una celda substrayendo el calor del dentro de la celda.
{
  default uncorrected; //Se utiliza para mallados no ortogonales.
}

```

## Anexo 6. Solucionadores implementados para resolver cada parámetro.

```

solvers //Especifica cada parámetro que se usa para cada ecuación de discretización de forma linear.
{
  alpha.air
  {
    nAlphaCorr 1;
    nAlphaSubCycles 2;
  }
  p_rgh
  {
    solver GAMG; //Solucionador geométrico algebraico multigrid.
    smoother DIC; //preacondicionador de Cholesky incompleto diagonal, permite llegar mas rápido a la solución
    tolerance 1e-8;
    relTol 0;
  }
  p_rghFinal //Reduce la tolerancia para tener una mejor solución al final de p.
  {
    $p_rgh;
    relTol 0; //La solución se resuelve hasta que se llegue a la tolerancia o se reduzca el relTol.
  }
  "U,*"
  {
    solver smoothSolver; /*Solucionador iterativo para matrices asimétricas y simétricas que utiliza un tiempo
    de ejecución*/
    smoother symGaussSeidel; //Solucionador confiable tanto para U y e.
    tolerance 1e-5;
    relTol 0;
    minIter 1;
  }
  "e,*"
  {
    solver smoothSolver;
    smoother symGaussSeidel;
    tolerance 1e-8;
    relTol 0;
    minIter 1;
  }
}
PIMPLE /*Algoritmo que acopla el campo de presión en las ecuaciones de Navier-Stokes, el cual permite la implementación de
un factor de relación para reforzar la convergencia de las iteraciones con el fin de mejorar el acoplamiento entre las
ecuaciones de masa y momento. */
{
  nOuterCorrectors 3; //Habilita la solución de las ecuaciones del sistema en un registro de tiempo.
  nCorrectors 1; //Define el número de veces que el algoritmo resuelve la ecuación de presión y momento.
  nNonOrthogonalCorrectors 0;
}

```

## AUTORIZACION DE PUBLICACION EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Yo, **Henry Marcelo Bermejo Bermejo** portador de la cédula de ciudadanía N.º **0302701461**. En calidad de autor/a y titular de los derechos patrimoniales del trabajo de titulación **“Evaluación del sistema DAF (flotación por aire disuelto) para eliminación de material suspendido de aguas de industrias lácteas”** de conformidad a lo establecido en el artículo 114 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, reconozco a favor de la Universidad Católica de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos, Así mismo; autorizo a la Universidad para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el Repositorio Institucional de conformidad a lo dispuesto en el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, **15 de diciembre de 2021**



F: .....

Henry Marcelo Bermejo Bermejo

0302701461