

UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CUENCA

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA

Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo

**UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERÍA, INDUSTRIA
Y CONSTRUCCIÓN**

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

**ANÁLISIS DEL ESTADO TENSO-DEFORMACIONAL Y
ESTADOS LÍMITE EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO
USANDO MODELOS NUMÉRICOS DE ELEMENTOS
FINITOS**

**PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERA CIVIL**

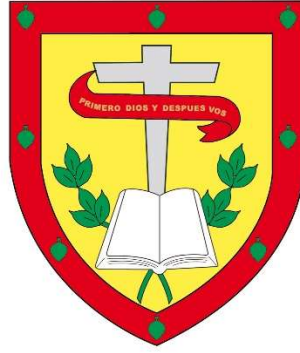
AUTORA: SICHQUI ZARATE ANA CECILIA

DIRECTOR: MSC. ING. EDUARDO DONEY PALMA ZAMBRANO

CUENCA - ECUADOR

2024

DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA

Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo

**UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERÍA, INDUSTRIA
Y CONSTRUCCIÓN**

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

**ANÁLISIS DE ESTADO TENSO-DEFORMACIONAL Y ESTADOS
LÍMITE EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO USANDO MODELOS
NUMÉRICOS DE ELEMENTOS FINITOS**

**PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERA CIVIL**

AUTORA: SICHIQUI ZARATE ANA CECILIA

DIRECTOR: ING. MSC EDUARDO DONEY PALMA ZAMBRANO

CUENCA - ECUADOR

2024

DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO

DECLARATORIA DE AUTORÍA Y RESPONSABILIDAD

Ana Cecilia Sichiqli Zarate portadora de la cédula de ciudadanía N° **0104932595**. Declaro ser autora de la obra: “**Análisis del estado tenso-deformacional y estados límite en vigas de hormigón armado usando modelos numéricos de elementos finitos**”, sobre la cual me hago responsable sobre las opiniones, versiones e ideas expresadas. Declaro que la misma ha sido elaborada respetando los derechos de propiedad intelectual de terceros y eximo a la Universidad Católica de Cuenca sobre cualquier reclamación que pudiera existir al respecto. Declaro finalmente que esta obra ha sido realizada cumpliendo con todos los requisitos legales, éticos y bioéticos de investigación, que la misma no incumple con la normativa nacional e internacional en el área específica de investigación, sobre la que también me responsabilizo y eximo a la Universidad Católica de Cuenca de toda reclamación al respecto.

Cuenca, **18 de marzo de 2024**

F: 
Ana Cecilia Sichiqli Zarate
C.I.: **0104932595**

CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR DE TESIS

Yo, Ing. M.s.C. Eduardo Palma Zambrano, certifico que el presente trabajo de titulación realizado por la Srta. Ana Cecilia Sichiwi Zarate, egresada de la UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERÍA, INDUSTRIA Y CONSTRUCCIÓN, fue desarrollado bajo mi supervisión y tutoría con el tema **“ANÁLISIS DEL ESTADO TENSO-DEFORMACIONAL Y ESTADOS LÍMITE EN VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO USANDO MODELOS NUMÉRICOS DE ELEMENTOS FINITOS”**.

Atentamente,
DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO

F: 
.....
Ing. M.s.C. Eduardo Palma Zambrano

C.I. 1716685191

DOCENTE-TUTOR

DEDICATORIA

En profundo reconocimiento al incansable esfuerzo de mis padres, Carlos y Cecilia, quienes sortearon innumerables obstáculos para brindarme todo cuanto necesité y así, permitirme alcanzar este momento.

A mi familia y amigos, quienes han moldeado la persona que hoy soy con su inagotable generosidad y apoyo constante.

A aquellos que confiaron en mí incluso desde antes de que mi carrera profesional comenzara.

A todos los entusiastas de la ingeniería, quienes han dedicado su tiempo y pasión a edificar sueños. Espero que este documento, en algún momento, pueda servir como fuente de conocimiento para futuras investigaciones que impulsen el progreso de la ingeniería civil, en aras de un mejor servicio a la sociedad.

En honor a mi abuelita Dolores, mi fuente de inspiración y sabiduría. Aunque ya no estés físicamente conmigo, sé que tu amor continuará guiándome en cada paso de este camino.

Att. Ana Cecilia Sichiqli Zarate

AGRADECIMIENTO

Gracias a Dios. En esta etapa de mi vida, mi mente y mi corazón se llenan de gratitud por las bondades recibidas. Esta tesis es el resultado de incontables horas de dedicación, esfuerzo y pasión. Con profundo respeto y admiración quiero expresar mi agradecimiento a todas las personas que han contribuido a mi formación personal y académica.

En especial a mis padres, quienes son los responsables de todo lo que he podido conseguir en mi vida. Gracias por enseñarme la filosofía de que ninguna meta, por más grande que sea, es inalcanzable. Gracias por el infinito amor con el que crecí y por los valores que me inculcaron. Espero que lo que pueda lograr de aquí en adelante los llene de orgullo y sea una pequeña recompensa por lo mucho que me han brindado.

Agradezco también a mis hermanos, Sandra, Cristian y Belén, así como a mis sobrinas Anabela y Natalia, por su constante aliento y comprensión durante los momentos más desafiantes de este proceso. A mis amigos de la U, les agradezco por su compañerismo, motivación y por hacer de cada desafío una oportunidad para crecer juntos.

Al Ing. Juan Barbecho gracias por la orientación y apoyo incondicional durante el desarrollo de este trabajo de titulación. Su dedicación y compromiso con la excelencia académica han motivado mi formación profesional.

Por último, agradezco a mi alma mater Universidad Católica de Cuenca y a todos los docentes de la carrera de Ingeniería Civil por brindarme los conocimientos y herramientas necesarias para alcanzar mi título profesional.

Nunca olvides de donde vienes y como has llegado hasta aquí. Piensa que tus victorias también son las de los tuyos y que todo se logra con la sumatoria de esfuerzos. Que tu destino sea el encuentro con tu vocación, tus aspiraciones y tu felicidad.

Atte. Ana Cecilia Sichiqli Zarate

RESUMEN

El análisis del estado tenso-deformacional y de los estados de fisuración en vigas de hormigón armado es crucial para garantizar su correcto funcionamiento en términos de resistencia, servicio y durabilidad. El propósito de esta tesis es desarrollar modelos numéricos de elementos finitos para examinar las curvas de capacidad y evaluar la influencia de la disposición del acero longitudinal y transversal en la formación de fisuras. Se calibraron numéricamente seis modelos a escala y tres modelos con dimensiones reales utilizando el software Abaqus. Los resultados obtenidos de los modelos a escala fueron comparados con los de modelos físicos previamente construidos. Se observó una variación de hasta un 6.6% en la capacidad máxima de carga, y los patrones de fisuración no mostraron una concordancia completa debido a la irregularidad geométrica del concreto. Los modelos numéricos 2D10 demostraron que una mayor separación de estribos conduce a una menor cantidad de fisuras, mientras que en los modelos 3D8 no se estableció una relación clara entre el número de estribos y la cantidad de fisuras. Los modelos con dimensiones reales revelaron una relación inversamente proporcional entre la cantidad de estribos y el número de fisuras. Se concluyó que la energía a disipar durante la carga puede manifestarse en múltiples fisuras o en fisuras concentradas en función de la separación de estribos asignada.

Palabras clave: modelos a escala, carga, deformación, estribos, patrones de fisuración

ABSTRACT

Analyzing the stress-strain and cracking states in reinforced concrete beams is crucial to ensure their proper strength, durability, and employment performance. This research aims to develop numerical finite element models to examine capacity curves and to evaluate the influence of longitudinal and transverse steel arrangement on crack development. Six scale models and three models with actual measurements were numerically calibrated using the Abaqus software. The results obtained from the scale models were compared with previously built physical models. A variation of up to 6.6% in the maximum load-carrying capacity was observed, and the cracking patterns did not show complete agreement due to the geometrical unevenness of the concrete. Numerical 2D10 models showed that more stirrup spacing leads to fewer cracks, while 3D8 models did not establish a clear relationship between the number of stirrups and the number of cracks. The models with real dimensioning revealed an inversely proportional relationship between the number of stirrups and the number of cracks. The conclusion was that the energy to be dissipated during loading can appear in multiple or concentrated cracks depending on the assigned stirrup spacing.

Keywords: scale models, loading, deformation, stirrups, cracking patterns

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1.	CAPÍTULO I: GENERALIDADES	13
1.1.	Introducción.....	13
1.2.	Antecedentes.....	14
1.2.1.	Estado del arte	14
1.2.2.	Formulación del problema	19
1.2.3.	Delimitación del problema.....	19
1.3.	Objetivos.....	20
1.3.1.	Objetivo General	20
1.3.2.	Objetivos Específicos.....	20
1.4.	Justificación	21
2.	CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	23
2.1.	Caracterización mecánica de los materiales	23
2.1.1.	Comportamiento registrado en ensayos	25
2.1.2.	Comportamiento mínimo requerido en la normativa	26
2.1.3.	Modelos constitutivos para análisis por elementos finitos.....	29
2.2.	Modelos analíticos.....	31
2.2.1.	Diagrama momento - curvatura.....	34
2.3.	Modelos numéricos.....	36
2.3.1.	Parámetros de entrada	37
2.3.2.	Tipos de soluciones	38
2.3.3.	Parámetros de salida.....	40
3.	CAPÍTULO III: METODOLOGÍA	41
3.1.	Revisión Bibliográfica.....	41
3.2.	Modelos a escala.....	41
3.3.	Modelos con dimensiones reales	44

3.4.	Modelación numérica	46
4.	CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	50
4.1.	Modelos numéricos a escala	50
4.1.1.	Diagrama fuerza-deformación.....	50
4.1.2.	Diagrama Momento - Curvatura	57
4.1.3.	Análisis de los patrones de fisuración	58
4.2.	Modelo numérico con dimensiones reales.....	71
4.2.1.	Diagrama fuerza-deformación.....	71
4.2.2.	Análisis de los patrones de fisuración	72
5.	CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	75
6.	BIBLIOGRAFÍA	79
7.	GLOSARIO DE TÉRMINOS.....	82
8.	ANEXOS	85
	Anexo 1. Diseño de sección rectangular - modelo 3D8	85
	Anexo 2. Diseño de sección rectangular - modelo 2D10	92
	Anexo 3. Diseño de sección rectangular – modelo con dimensiones reales	99
	Anexo 4. Modelo numérico a escala 3D8C50 en Abaqus.....	106
	Anexo 5. Modelos numéricos con dimensiones reales en Abaqus.....	106
	Anexo 6. Hoja de cálculo de energía de deformación del modelo 2D10C50	107
	Anexo 7. Resumen de energías de deformación de los modelos a escala	108
	Anexo 8. Diagrama momento-curvatura a través del modelo analítico	109
	Anexo 9. Diagrama momento-curvatura en el software Etabs.....	111

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.	Modelos analíticos utilizados para caracterizar los modos de falla a lo largo del tiempo.	32
Tabla 2.	Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 3D8C50.	59
Tabla 3.	Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 3D8C60.	60
Tabla 4.	Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 3D8C90.	61
Tabla 5.	Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 2D10C50.	63
Tabla 6.	Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 2D10C60.	64
Tabla 7.	Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 2D10C90.	65
Tabla 8.	Número de fisuras en los modelos numéricos.	68
Tabla 9.	Comparativa de los patrones de fisuración de los modelos con dimensiones reales.	73

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	Diagramas esfuerzo-deformación obtenidos de los ensayos de las barras de acero. 23
Figura 2.	Diagramas esfuerzo-deformación obtenidos de los ensayos de las probetas de hormigón. 24
Figura 3.	Diagrama esfuerzo-deformación típico del concreto.....27
Figura 4.	Diagrama esfuerzo-deformación típico del concreto.....28
Figura 5.	Modelo de Kent y Park para concreto confinado y no confinado.....30
Figura 6.	Diagrama momento-curvatura para vigas reforzadas a tensión.....36
Figura 7.	Configuración del acero transversal de los modelos 3D8.....42
Figura 8.	Configuración del acero transversal de los modelos 2D10.....43
Figura 9.	Configuraciones de acero longitudinal y transversal de los modelos con dimensiones reales.....45
Figura 10.	Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 3D8C50. 51
Figura 11.	Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 3D8C60. 52
Figura 12.	Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 3D8C90. 53
Figura 13.	Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 2D10C50. 54
Figura 14.	Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 2D10C60. 55
Figura 15.	Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 2D10C90. 56
Figura 16.	Diagramas momento-curvatura del modelo 3D8C60.....57
Figura 17.	Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos C50mm. ..67
Figura 18.	Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos C60mm. ..67
Figura 19.	Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos C90mm. ..67

- Figura 20.** Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos 3D8.69
- Figura 21.** Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos 2D10.69
- Figura 22.** Diagrama fuerza-deformación de los modelos con dimensiones reales.71

CAPÍTULO I: GENERALIDADES

1.1. Introducción

En la actualidad, el hormigón armado se destaca como uno de los materiales predilectos en la construcción de proyectos de ingeniería, gracias a sus propiedades de resistencia y durabilidad. En este contexto, la comprensión del estado tenso-deformacional y la evaluación del estado de fisuración en estructuras de hormigón armado, son aspectos cruciales para analizar el comportamiento estructural y garantizar la seguridad a lo largo de la vida útil de las edificaciones (J. Rodríguez et al., 2012).

El objetivo principal de este proyecto de investigación es desarrollar modelos numéricos de elementos finitos para analizar el comportamiento mecánico de vigas de hormigón armado, lo que permitirá caracterizar los estados de fisuración y los estados de tensión-deformación. Este propósito se llevará a cabo mediante la construcción de modelos constitutivos de materiales, basados en los parámetros mecánicos que han sido definidos a través de modelos físicos en la tesis de González & González (2023). Los datos de entrada se introducirán en un programa de Ingeniería Asistida por Computadora (CAE) para generar el modelo numérico, cuyos resultados buscarán ser posteriormente validados a través de la comparación con los resultados experimentales obtenidos de la tesis mencionada.

A lo largo de este proyecto, se llevará a cabo una evaluación exhaustiva de los mapas de fisuración obtenidos de los modelos numéricos. El propósito es determinar si la disposición tanto del refuerzo longitudinal como del transversal influye en la formación de fisuras. Además, se realizará un análisis detallado de las tensiones y deformaciones para construir diagramas momento-curvatura. Estos diagramas se compararán tanto con los resultados obtenidos en programas comerciales como Etabs como con modelos analíticos establecidos en la literatura, con el fin de validar y contrastar la efectividad de los modelos numéricos desarrollados en este estudio.

Este proyecto de investigación constituirá una herramienta valiosa para el mejor entendimiento acerca del comportamiento estructural de vigas de hormigón armado, promoviendo el análisis y diseño económico de estructuras eficientes y seguras.

1.2. Antecedentes

1.2.1. Estado del arte

En los últimos años, se ha experimentado un notorio crecimiento en la aplicación del Método de Elementos Finitos (FEM) en el ámbito de la ingeniería civil. Se han llevado a cabo numerosas investigaciones orientadas a emplear esta herramienta con el fin de abordar diversas problemáticas presentes en la industria.

En Ecuador, la Universidad Católica de Cuenca (Ucacue) ha liderado una iniciativa significativa a través de tesis de pregrado, focalizada en la calibración numérica de vigas de hormigón armado mediante el uso del Método de Elementos Finitos en el programa Abaqus. A continuación, se destacan los aportes más relevantes de los autores implicados.

Vera & Encalada (2023) llevaron a cabo la calibración numérica de una viga de hormigón armado diseñada para falla dúctil. Su investigación se centró en la comparación del comportamiento entre un modelo experimental (físico) y otro numérico. Para caracterizar el comportamiento de los materiales, realizaron ensayos normalizados en muestras de acero y probetas de hormigón. Posteriormente, idearon estos comportamientos de acuerdo con modelos constitutivos definidos en la literatura, como el modelo bilineal y trilineal en el caso del acero, y el modelo constitutivo de Mander et al. (1988) para el hormigón.

En el caso del hormigón, optaron por el uso del modelo de Daño Plástico del Concreto (CDP), implementado en el software Abaqus. Esta elección se fundamentó en investigaciones previas de (L. Rodríguez & Linero, 2012), (Aguiar et al., 2015) y (Mora & Aguilar, 2015). Al desarrollar el modelo numérico, procuraron replicar con precisión el modelo físico, considerando la geometría, el ensamblaje y las condiciones de contorno.

El principal método de validación consistió en la comparación de las curvas de capacidad. En este sentido, al evaluar la energía de desplazamiento obtuvieron un porcentaje de variación del 4.97% (Vera & Encalada, 2023). Además, analizaron la capacidad máxima, registrando una diferencia del 2.30%. Concluyeron que el porcentaje de error se atribuye a las imperfecciones de los materiales, que no son consideradas en Abaqus. Para respaldar su análisis, llevaron a cabo una comparación entre los patrones de fisuración de ambos modelos, obteniendo resultados favorables que validan su calibración numérica para falla dúctil.

Por otro lado, los autores Morales & Montenegro (2023) siguieron una metodología similar a la de Vera & Encalada (2023) para calibrar el modelo numérico de una viga de hormigón armado concebida para falla por compresión. Así mismo, la validación del estudio se realizó con base en la comparación de las curvas de capacidad del modelo numérico y el modelo físico. Esta investigación dio como resultado una variación en términos de capacidad de carga del 6.34% y un porcentaje de error del 4.66% en cuanto a la energía de desplazamiento. Los autores ratificaron la validez de su calibración a través de la comparación de los patrones de fisuración de ambos modelos.

Finalmente, la calibración del modelo numérico de una viga de hormigón armado destinada a falla por corte, fue llevada a cabo por Cabrera & Suquilanda (2023). Aplicando la metodología de Vera & Encalada (2023) descrita previamente, estos autores obtuvieron un porcentaje de variación en términos de capacidad de carga del 6.139% y una discrepancia del 7% en cuanto a la energía de deformación entre los modelos físico y numérico. Los autores resaltan que el porcentaje de error está relacionado con las imperfecciones del material en el modelo físico y el tamaño del mallado en el modelo numérico. Además, llevaron a cabo la evaluación de patrones de fisuración, identificando "notables similitudes" que corroboran la coherencia entre los resultados de los dos modelos.

En consecuencia, a partir de las investigaciones de Vera & Encalada (2023), Morales & Montenegro (2023) y Cabrera & Suquilanda (2023), se puede afirmar que la metodología establecida demuestra su validez en la calibración de vigas de hormigón armado destinadas a fallas tanto dúctiles como frágiles, ya sean controladas por tracción, compresión o cortante. En este contexto, las tres investigaciones han respaldado el uso del modelo de Daño Plástico del Concreto para la caracterización del comportamiento del concreto, teniendo en cuenta los parámetros locales de los materiales.

En otro sentido, el análisis de los estados límites de servicio en vigas de hormigón armado, fue realizado por los autores González & González (2023) en su tesis “Evaluación experimental del efecto de la separación entre estribos en una viga concebida para falla dúctil a flexión”.

La metodología se centró en la revisión de los planteamientos analíticos propuestos en normativas vigentes, como la ACI 318-19 y el Eurocódigo 2. Posteriormente, se llevaron a cabo ensayos con modelos experimentales para verificar el grado de confiabilidad de dichos planteamientos (González & González, 2023). En este contexto, se diseñaron y construyeron seis vigas de hormigón armado, cuya geometría estuvo determinada por una sección transversal de 100mmx150mm, con una longitud total de 1100mm y 1000mm entre apoyos (González & González, 2023). Se aplicaron dos cargas puntuales centradas con una separación de 220mm entre sí y la resistencia a compresión del concreto fue de 24MPa.

Los autores seleccionaron dos configuraciones de acero longitudinal: 3 varillas de 8mm y 2 varillas de 10mm, con el objetivo de analizar el efecto de distribuir una cantidad similar de acero en un número diferente de barras. En la zona a compresión, dispusieron 2 varillas de 8mm y estribos de 5.5mm en todas las configuraciones.

El método ACI 318-19 permitió determinar el momento nominal que soportan las configuraciones propuestas, y a partir de ello, calcular la carga máxima que podrán resistir las

vigas, así como el cortante solicitante que se presentará. Con base en esta información, los autores llevaron a cabo el diseño a cortante, concluyendo que, para las configuraciones propuestas, era necesario colocar estribos con una separación de 60mm en toda la longitud de la viga.

Con el fin de evaluar el efecto de la disposición de estribos en los patrones de fisuración, resolvieron variar esta separación a 50mm y 90mm en los 710mm centrales de la viga. A pesar de las variaciones en el acero transversal, se verificó que todas las configuraciones experimentarían una falla dúctil por flexión (González & González, 2023). En consecuencia, la variación de la separación de estribos no se modificó en las zonas de cortante máximo, manteniendo una distancia de 195 mm medida desde el apoyo, cubierta con estribos cada 60mm.

El ensayo a flexión de las vigas dio paso a la generación de las curvas de flecha versus carga aplicada y a la abstracción de patrones de fisuración. Los puntos de control para el análisis comparativo se seleccionaron a partir de distintos porcentajes del momento nominal, midiendo el ancho y separación de fisuras en cada punto.

En la evaluación de los modelos teóricos, se procedió al cálculo del ancho medio de fisuras de cada viga, empleando las formulaciones proporcionadas por las normativas ACI 224, el Eurocódigo 2 y la ecuación de Frosch (2005). Los resultados de los modelos experimentales indicaron que las fisuras alcanzaron un máximo de 0.1 mm en todas las muestras (González & González, 2023), llevando a la conclusión de que la ecuación de Frosch es la que mejor se ajusta a los resultados reales. En relación con la separación media de fisuras, se aplicaron los planteamientos de la ACI 224 y el Eurocódigo 2, y se identificó que es el Eurocódigo 2 el que presenta una mayor aproximación a los resultados observados en la práctica.

En el análisis de los patrones de fisuración, se determinó que los estados límites de servicio de las vigas de hormigón armado se ven directamente afectados al variar las configuraciones de acero de refuerzo, tanto longitudinales como transversales (González & González, 2023). Las formulaciones teóricas dieron como resultado una separación media menor para una mayor cantidad de barras longitudinales. Sin embargo, los resultados prácticos mostraron lo contrario, las configuraciones con 3 varillas de 8 mm experimentaron una separación media un 21% mayor en comparación con las configuraciones con 2 varillas de 10 mm (González & González, 2023).

En relación con el acero transversal, se observó que en las configuraciones con 3 varillas de 8 mm aparecen menos fisuras cuando la separación de estribos es menor, mientras que, en las configuraciones con 2 varillas de 10 mm, a menor separación de estribos, se produjo una mayor cantidad de fisuras. Se destacó también la "distribución uniforme" de las fisuras en la parte central de las vigas con menor separación de estribos, mientras que, con mayor separación, las fisuras aparecieron de manera desordenada y más alejadas del centro, buscando siempre agrietarse sobre la ubicación de los estribos (González & González, 2023).

La información recopilada en este apartado demuestra que en Ecuador ya existe investigación sobre el uso del Método de Elementos Finitos y evaluaciones de los estados límites de servicio en vigas de hormigón armado. Sin embargo, aún no se ha llevado a cabo una investigación que analice los estados de fisuración a través del FEM y tampoco se ha llevado un análisis de vigas con dimensiones reales para corroborar la validez de los modelos a escala. Por lo tanto, es de gran importancia implementar un análisis del estado tenso-deformacional y estados límites en vigas de hormigón armado tanto a escala como con dimensiones reales, utilizando el Análisis de Elementos Finitos (FEA).

1.2.2. Formulación del problema

La problemática que se desea abordar es la falta de una metodología definida dentro de la normativa para el análisis basado en modelos de elementos finitos. Por ello, se ha venido trabajando en una serie de tesis relacionadas a establecer modelos numéricos que asemejen su comportamiento a modelos experimentales.

En específico, este proyecto de investigación se enfoca en la caracterización de los estados límites de fisuración a través del FEM. Se ha observado en la tesis de González & González (2023), que existen algunas formulaciones teóricas para representar este fenómeno, sin embargo, existe una variación entre los resultados de ellas y de momento no hay un modelo numérico que represente este estado.

Adicionalmente, las tesis de Vera & Encalada (2023), Morales & Montenegro (2023) y Cabrera & Suquilanda (2023) han validado la calibración numérica mediante modelos de vigas a escala. No obstante, aún falta la verificación de estos resultados mediante un análisis de vigas con secciones y luces mayores, es decir, vigas con dimensiones reales.

Por otra parte, de manera local no se han realizado estudios que se enfoquen específicamente en la generación de modelos numéricos considerando las condiciones propias de los materiales locales, es decir, no se han establecido modelos constitutivos que reflejen las características específicas de los materiales empleados en la región.

1.2.3. Delimitación del problema

La tesis se enfoca en el análisis del estado tenso-deformacional y del estado de fisuración de vigas de hormigón armado. Este estudio se fundamenta en los resultados obtenidos de vigas que han completado su fase experimental, los cuales se detallan en la tesis titulada "Evaluación experimental del efecto de la separación entre estribos en una viga concebida para falla dúctil a flexión" (González & González, 2023).

La metodología implica la generación de modelos numéricos de las vigas a escala mencionadas en la investigación de (González & González, 2023). Además, en el transcurso de la investigación, debido a dudas e inquietudes acerca de los resultados de los modelos a escala, se consideró prudente incorporar modelos numéricos de vigas con dimensiones reales para evaluar si los patrones de fisuración se repiten, ya sea a una escala de 1 metro o 4 metros. De esta manera, se pretende establecer una correlación entre los resultados.

A partir de estos modelos, se obtendrán las curvas carga-deformación, para posteriormente generar curvas momento-curvatura. Estas últimas se compararán con los resultados obtenidos mediante planteamientos analíticos y el software Etabs.

En paralelo, se llevará a cabo la abstracción de patrones de fisuración, analizando la disposición, forma y separación de las fisuras. Adicionalmente, se explorará la incidencia de las configuraciones de acero tanto transversal como longitudinal en estos patrones de fisuración.

Los resultados de los modelos a escala, serán comparados con los resultados experimentales de (González & González, 2023) para verificar la validez de la calibración del modelo numérico.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

- Construir modelos numéricos de elementos finitos para vigas de hormigón armado, mediante el uso de CAE y modelos constitutivos de materiales, para identificar los diferentes estados límite (patrones de comportamiento mecánico) en términos de mecánica de fractura y estados tenso-deformacionales a nivel seccional y longitudinal.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Construir modelos constitutivos de materiales mediante el uso de literatura que sirvan para la construcción de modelos de elementos finitos de vigas de hormigón armado.

- Construir modelos numéricos de vigas de hormigón armado a partir de modelos experimentales de vigas ya realizadas, para comparar su comportamiento y validar la funcionalidad.
- Construir modelos numéricos de vigas de hormigón armado con dimensiones reales, para establecer una correlación con los resultados de los modelos numéricos a escala.
- Analizar modelos numéricos de vigas de hormigón armado mediante las herramientas de visualización y de soluciones del programa CAE, para establecer resultados que sean comparados con modelos analíticos y propuestas que estén ya realizadas en la normativa.

1.4. Justificación

En el campo de la ingeniería civil, el estudio del comportamiento tenso-deformacional de secciones de hormigón armado es de gran importancia, ya que permite identificar su respuesta ante los diferentes patrones de carga que pueden presentarse. Esto ayuda a definir las características necesarias para garantizar su correcto funcionamiento dentro de una estructura.

Por otro lado, en secciones de hormigón armado es inevitable la aparición de fisuras, ya que comúnmente las sollicitaciones a tracción superan el límite de rotura del concreto. Por lo tanto, el control de la fisuración es clave para mantener la funcionalidad de la estructura en términos de apariencia estética, prevención de corrosión del acero e impermeabilidad (Jose & Santana, 2014). Estos factores inciden directamente en el período de vida útil de la estructura.

En este contexto, el Método de Elementos Finitos se presenta como una poderosa herramienta para realizar análisis detallados de estructuras, proporcionando un entendimiento más profundo de su comportamiento. Dada la evolución tecnológica, es imperativo generar modelos numéricos a través del FEM, ya que en un futuro cercano será posible analizar estructuras completas mediante esta técnica, o incluso se podrá establecer una metodología a

través de condiciones de contorno que represente de manera precisa el comportamiento de las estructuras.

La viabilidad del uso del FEM ha sido demostrada en las tesis de Vera & Encalada (2023), Morales & Montenegro (2023) y Cabrera & Suquilanda (2023). Sin embargo, de manera general aún no se ha definido una metodología estandarizada para la aplicación del FEM en la industria de la construcción. Por lo tanto, este proyecto busca contribuir, sumando una propuesta metodológica para el análisis FEM de estructuras.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

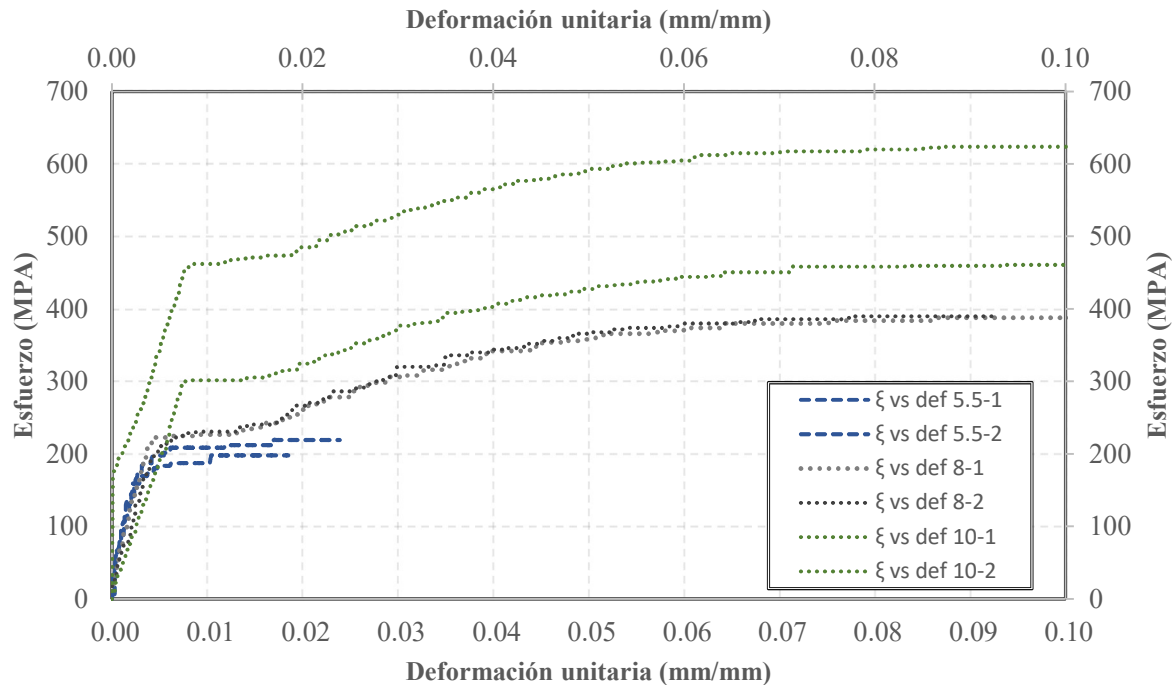
2.1. Caracterización mecánica de los materiales

Las propiedades mecánicas del acero de refuerzo y concreto fueron determinadas a partir de ensayos experimentales en la tesis de González & González (2023).

El ensayo a tracción de las barras de acero se realizó sobre 6 muestras de diámetros de 5.5mm, 8mm y 10mm. En la Figura 1 se muestra el diagrama esfuerzo - deformación para cada una de ellas. Se observa que las muestras de 5.5mm y 8mm no llegan al límite de fluencia mínimo especificado por el proveedor de 420 MPa, registrando valores promedio de 150MPa y 216MPa respectivamente, mientras que de las dos muestras de 10mm solo una llega al límite especificado, registrando un valor promedio de límite de fluencia de 380 MPa.

Figura 1.

Diagramas esfuerzo-deformación obtenidos de los ensayos de las barras de acero.

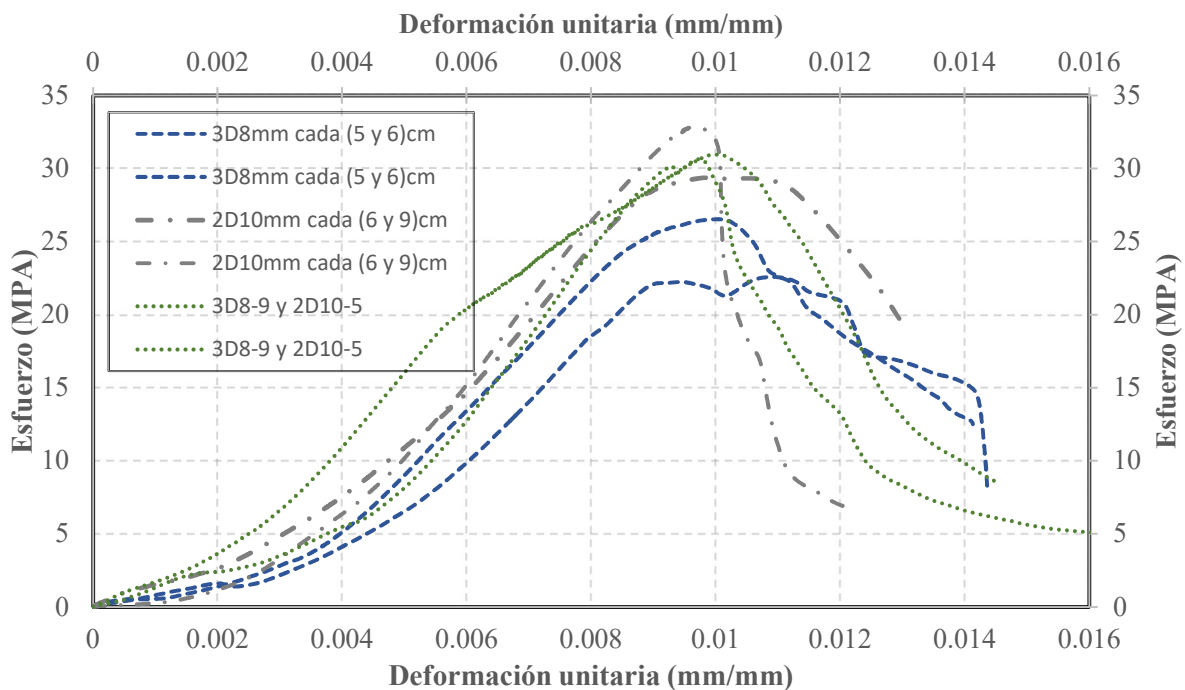


Nota: Tomado de González & González (2023).

En el caso del concreto, los autores ensayaron a compresión un total de seis probetas, cada una de la cuales caracteriza la mezcla colocada en las configuraciones de acero propuestas. En la Figura 2 se muestran los diagramas esfuerzo – deformación obtenidos, en donde cabe recalcar que las deformaciones unitarias mostradas corresponden a la mesa de la prensa, por lo que son una aproximación a las deformaciones reales de las probetas. Además, se muestra que las probetas de 3D8-5 y 3D8-6 tienen en promedio una resistencia a la compresión de $f'c = 25\text{MPa}$, mientras que las probetas 2D10-6 y 2D10-9 tienen un $f'c = 31\text{MPa}$ y por último, las 3D8-9 y 2D10-5 experimentaron un $f'c = 30\text{MPa}$ (González & González, 2023).

Figura 2.

Diagramas esfuerzo-deformación obtenidos de los ensayos de las probetas de hormigón.



Nota: Tomado de González & González (2023).

2.1.1. Comportamiento registrado en ensayos

Dentro de la línea de investigación que se sigue, todas las tesis de pregrado han registrado la caracterización de materiales a través de ensayos experimentales de probetas de acero de refuerzo y hormigón.

Vera & Encalada (2023) determinaron que las varillas de refuerzo de 5.5mm y 8mm tienen un límite de fluencia aproximado 190MPa y 250MPa respectivamente. La deformación unitaria de fluencia registrada para la varilla de 5.5mm demuestra que el acero empieza a fluir de manera anticipada a una deformación de 0.0009, mientras que en el caso de la varilla de 8mm la fluencia inicia a una deformación de 0.002.

En la investigación de Morales & Montenegro (2023) se obtuvieron resultados similares, ya que las varillas ensayadas de diámetros de 6mm y 12mm solo llegan al límite de fluencia de 150MPa y 340MPa respectivamente. En cuanto a las deformaciones unitarias registradas para el límite de fluencia, estas corresponden a 0.004 y 0.01.

Al mismo tiempo, Cabrera & Suquilanda (2023) encontraron que las varillas de refuerzo de 5.5mm llegan a un límite de fluencia de 150MPa con una deformación unitaria de 0.002, mientras que las muestras de 8mm experimentan un límite de fluencia de 315MPa a una deformación 0.002.

Los resultados de los autores mencionados nos demuestran que, en todos los ensayos las varillas de acero de refuerzo no llegan al límite de fluencia especificado por el proveedor de 420MPa.

En el caso del hormigón, todos los autores obtienen una resistencia de 24 MPa. La caracterización de Vera & Encalada (2023) sostiene que la resistencia máxima se da a una deformación de 0.00215, contrastando con Morales & Montenegro (2023) cuya deformación corresponde a un valor de 0.0055. En cambio, Cabrera & Suquilanda (2023) sostienen que la misma resistencia se da a la deformación unitaria de 0.006.

2.1.2. Comportamiento mínimo requerido en la normativa

El comportamiento de los materiales y secciones de hormigón armado está regido por códigos y normativas tanto a nivel nacional como internacional. Por ejemplo, el Código ACI 318-19, emitido por el Instituto Americano del Concreto (ACI), establece los "Requisitos para la Construcción con Hormigón Armado". Específicamente, en su capítulo 19 se detallan los requisitos de diseño y durabilidad del concreto, mientras que el capítulo 20 aborda las propiedades del acero de refuerzo para su uso en cualquier sistema estructural. En el ámbito nacional, el campo de la construcción se rige a través de la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC) del año 2015.

2.1.2.1. Requisitos del Acero de Refuerzo

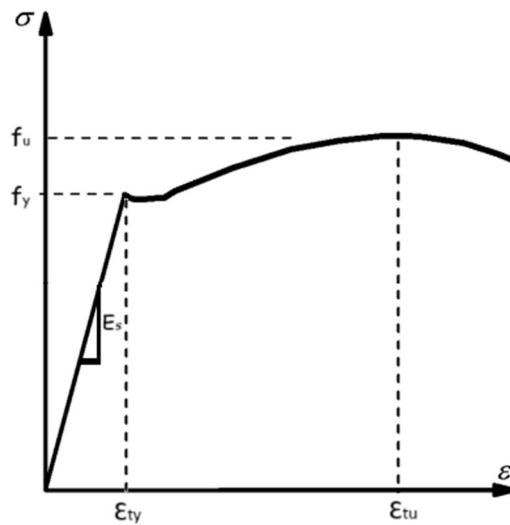
El acero de refuerzo se destaca principalmente por aportar resistencia a la tracción a las secciones de hormigón armado. En la industria de la construcción en Ecuador, el acero ASTM A615 Grado 420 es ampliamente utilizado con este propósito. Este material cumple con las especificaciones establecidas por la American Society for Testing and Materials (ASTM) en su norma ASTM A615.

El ASTM A615 es una variedad de acero laminado en caliente que se comercializa en forma de varillas con diversos diámetros y longitudes. Entre sus propiedades más destacadas se encuentra la resistencia a la tracción, cuyo valor mínimo debe situarse en 550 MPa, y el esfuerzo de fluencia, que debe alcanzar un mínimo de 420 MPa.

En la Figura 3 se observa el comportamiento típico del acero de refuerzo. Este comportamiento puede caracterizarse a través de tres parámetros importantes: el esfuerzo de fluencia (f_y), el módulo de elasticidad (E_s) y la deformación de fluencia (ϵ_{ty}). Conforme al código ACI 318-19, el módulo de elasticidad del acero de refuerzo puede tomarse como 200000 MPa, permitiendo la adopción de una deformación unitaria de fluencia de 0.002 para el refuerzo corrugado de Grado 420.

Figura 3.

Diagrama esfuerzo-deformación típico del concreto.



Nota: Adaptado de la Norma Española UNE-EN 1992-1-1 (2004).

2.1.2.1. Requisitos del Concreto

Según la Norma Ecuatoriana de la Construcción NEC-SE-HM (2015), la principal característica del concreto es su resistencia a la compresión f'_c . Esta resistencia se determina mediante ensayos experimentales en probetas cilíndricas. La resistencia a la compresión está estrechamente relacionada con las demás propiedades del concreto, por lo que determinarla constituye el punto de partida para caracterizar el comportamiento de dicho material.

El Código ACI 318-19 establece los límites para f'_c dependiendo de la aplicación del elemento estructural, donde la resistencia mínima aceptable es $f'_c = 17MPa$ para usos generales. No obstante, en el caso de muros estructurales especiales reforzados con Grado 420, como el que nos concierne, se especifica una resistencia mínima de $f'_c = 21MPa$.

Otra característica distintiva del concreto es su módulo de elasticidad. Para el cálculo de esta propiedad, se emplean dos ecuaciones. La primera, propuesta por la normativa ACI 318-19 y utilizada a nivel internacional (ecuación (1)). La segunda corresponde a la NEC-SE-HM (2015) y ofrece una estimación más precisa del módulo de elasticidad, al considerar las propiedades de los materiales locales del Ecuador (ecuación (2)).

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \quad (1)$$

$$E_{cn} = 1150^3\sqrt{E_a}\sqrt{f'_c} \quad (2)$$

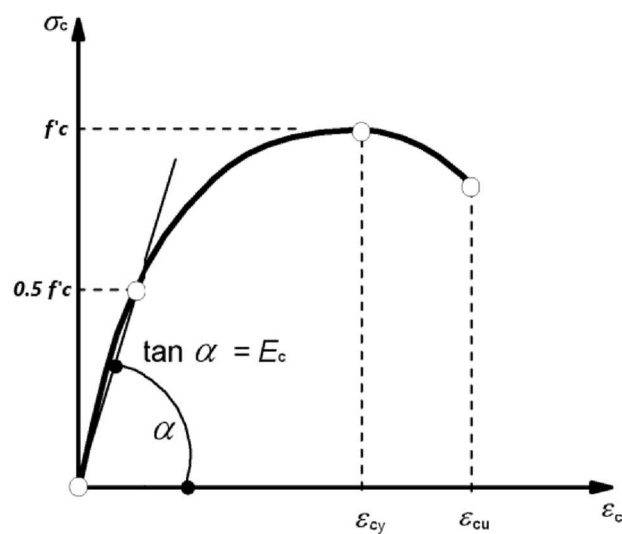
Por otro lado, si bien el concreto exhibe una excelente resistencia a la compresión, su comportamiento a tracción no es tan eficiente. Por esta razón, es común observar fisuras en las áreas sujetas a tracción, ya que el concreto ha superado su límite de resistencia a la tensión. En este contexto, el módulo de ruptura aparece como un indicador que señala el punto en el cual el concreto comienza a agrietarse. El Código ACI 318-19 ha definido la ecuación (3) para determinar este parámetro:

$$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c} \quad (3)$$

Las propiedades mencionadas en los párrafos anteriores pueden representarse gráficamente a través del diagrama esfuerzo-deformación del concreto. La Figura 4 exhibe la respuesta típica del concreto frente a cargas y deformaciones, en donde se pueden visualizar los parámetros principales para definir un modelo constitutivo del material.

Figura 4.

Diagrama esfuerzo-deformación típico del concreto.



Nota: Adaptado de la Norma Española UNE-EN 1992-1-1 (2004).

Es fundamental tener en cuenta que, si bien el Código ACI 318-19 no especifica un modelo constitutivo y permite considerar el modelo que mejor se adapte al comportamiento del concreto en análisis, sí establece suposiciones de diseño que regulan el comportamiento de dicho material, especialmente en términos de deformaciones unitarias.

De acuerdo con (McCormac & Brown, 2017), la resistencia máxima del concreto se alcanza aproximadamente a una deformación unitaria (ϵ_{cy}) de 0.002, independientemente de su resistencia. Además, el Código ACI 318-19 indica que el concreto falla en el intervalo de 0.003 a 0.004, tomando un valor conservador para la deformación unitaria de falla (ϵ_{cu}) de 0.003.

2.1.3. Modelos constitutivos para análisis por elementos finitos

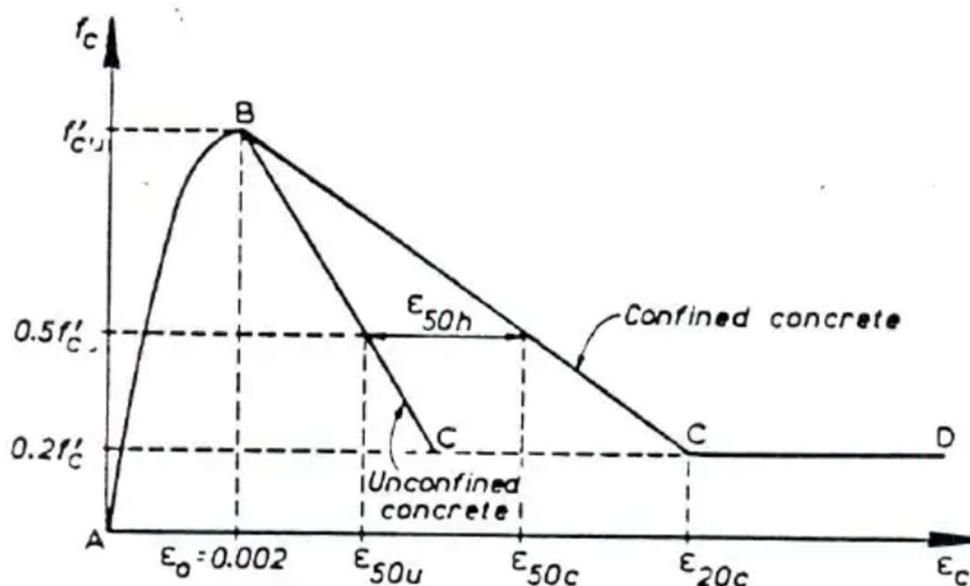
La simulación numérica mediante el método de elementos finitos requiere de datos de entrada que posibiliten la aproximación más precisa del modelo a las condiciones reales de la estructura. En este contexto, uno de los factores más determinantes es el comportamiento de los materiales. Los modelos constitutivos se erigen como herramientas fundamentales para caracterizar la no linealidad de dichos materiales. En el caso específico del concreto, diversos autores, como Hognestad (1951), Kent & Park (1971) y Mander et al. (1988), entre otros, han propuesto modelos constitutivos con el propósito de replicar el comportamiento del concreto.

2.1.3.1. Kent y Park

En 1971, Kent y Park propusieron un modelo constitutivo para caracterizar el comportamiento del concreto, ya sea confinado o sin confinar. Este modelo se basó en la combinación de teorías previamente desarrolladas como la de Hognestad (1951) y evidencia experimental. En su estudio, Kent y Park determinaron que el confinamiento aumenta la resistencia máxima del concreto y proporciona una mayor ductilidad a las secciones de hormigón armado.

Figura 5.

Modelo de Kent y Park para concreto confinado y no confinado.



Nota: Tomado de (Kent & Park, 1971).

En la Figura 5 se muestran los diagramas esfuerzo-deformación propuestos por Kent y Park para concreto confinado y sin confinar. El modelo de concreto no confinado consta de dos ramas:

La primera es una parábola de segundo grado definida entre los puntos A y B, esto es cuando $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_0$, que se caracteriza a través de la ecuación (4) (Kent & Park, 1971).

$$f_c = f'_c \cdot \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (4)$$

En donde la deformación unitaria para la resistencia máxima del concreto (ε_0) se asume como 0.002, suposición comúnmente aceptada para el concreto no confinado.

La segunda rama B-C, cuando $\varepsilon_c > \varepsilon_0$, incorpora la parte descendente del diagrama y se supone como una función lineal. Para determinar la pendiente de esta función, (Roy & Sozen, 1965) recomiendan calcular la deformación unitaria al momento que la resistencia

máxima del concreto a caído a la mitad (ε_{50u}). En este sentido, ε_{50u} se calcula por medio de la ecuación (5) (Kent & Park, 1971).

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + 0.002 \cdot f'_c}{f'_c - 1000} \quad (5)$$

En donde f'_c debe estar en libras por pulgadas cuadradas (psi).

2.2. Modelos analíticos

Las vigas de hormigón armado están sometidas a distintos tipos de esfuerzos, ya sea flexión, tracción, compresión, corte o torsión, los cuales originan sus respectivos modos de falla. Los principales mecanismos de falla son la flexión y el corte. En el caso de la falla por flexión, esta ocurre cuando la carga aplicada supera la capacidad de resistencia a la flexión de la viga. Por otro lado, la falla por corte sucede cuando la resistencia al esfuerzo cortante no es suficiente para soportar las fuerzas aplicadas.

La falla por flexión puede estar controlada por tracción o por compresión. Estos modos de falla se clasifican en función de la deformación de la fibra de acero. Según el código ACI 318-19, cuando la deformación unitaria a tracción del acero extremo es lo suficientemente grande ($\geq \varepsilon_{ty} + 0.003$), la sección está controlada por tracción. Para el refuerzo corrugado, la deformación de fluencia (ε_{ty}) se calcula como f_y/E_s . En el caso del acero corrugado Grado 420, el código ACI 318-19 permite tomar ε_{ty} como 0.002. Por otro lado, cuando la deformación unitaria a tracción de la fibra extrema de refuerzo es pequeña ($\leq \varepsilon_{ty}$), se espera una falla por compresión. En el primer caso, la falla se manifiesta con claras advertencias como la deflexión y fisuración excesivas, mientras que en el segundo, se presenta una falla frágil inesperada.

Cada uno de estos modos de falla da lugar a patrones de fisuración, los cuales son el foco de estudio en este trabajo. Su análisis se lleva a cabo a través de una serie de modelos

analíticos. En la Tabla 1, se efectúa un recorrido a través de los modelos propuestos por distintos autores y normativas con el fin de caracterizar las fuerzas de tracción, compresión y corte. Además, se presentan las formulaciones para calcular la abertura de grietas. Se ha trabajado en la estandarización de la terminología de las ecuaciones expuestas en la Tabla 1.

Tabla 1.

Modelos analíticos utilizados para caracterizar los modos de falla a lo largo del tiempo.

Caracterización del comportamiento		Modelo	Expresión	Unidad
Tracción		ACI 318-19 (R20.2.2.1)	$T = A_s \cdot f_s$	N
		ACI 318-19 (R20.2.2.4)	$T = A_s \cdot f_s \cdot 1.25$	N
Compresión	Distribución parabólica	Ritter W. (1899)	$C = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \cdot f'_c$	N
	Distribución rectangular	Emperger F. (1904)	$C = c \cdot b \cdot f'_c$	N
	Distribución rectangular	Suenson E. (1912)	$C = a \cdot b \cdot f'_c$	N
	Distribución parabólica	Mensch L. (1914)	$C = \frac{2}{3} \cdot c \cdot b \cdot f'_c$	N
	Distribución elíptica	Kempton H. (1922)	$C = \frac{\pi}{4} \cdot c \cdot b \cdot 0.8 \cdot f'_{cu}$	N
	Distribución parabólica	Stüssi F. (1932)	$C = k_1 \cdot c \cdot b \cdot f'_c$ $k_1 = [0.7 - 0.77]$	N
	Distribución triangular	Steuermann S. (1933)	$C = \frac{1}{2} \cdot c \cdot b \cdot f'_{cu}$	N
	Distribución rectangular	Gebauer F. (1934)	$C = a \cdot b \cdot f'_c$	N
	Distribución triangular	Emperger F. (1936)	$C = \frac{1}{4} \cdot d \cdot b \cdot 0.85 \cdot f'_{cu}$	N
	Distribución rectangular	Whitney C. S. (1937)	$C = a \cdot b \cdot 0.85 \cdot f'_c$	N

	Distribución parabólica cúbica	USSR Specifications (1938)	$C = \frac{3}{4} \cdot c \cdot b \cdot f_c''$	N
	Parábola cúbica y onda sinusoidal	Hognestad (1951)	$C = k_1 \cdot k_3 \cdot c \cdot b \cdot f_c'$	N
Corte	Criterio conservador	ACI 318-19 (22.5.5.1 a)	$0.17\lambda \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	MPa
		ACI 318S-14 (22.5.5.1 a)	$\left(0.16\lambda \cdot \sqrt{f_c} + 17 \cdot \rho \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u}\right) \cdot b \cdot d$	MPa
		ACI 318S-05 (11.3.1.1)	$\frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	MPa
		UNE EN-2010 (6.2 b)	$(v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$	MPa
		ACI 318-19 (22.5.5.1 b)	$0.66\lambda \cdot \rho^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	MPa
		ACI 318S-14 (22.5.5.1 b)	$(0.16\lambda \cdot \sqrt{f_c} + 17 \cdot \rho) \cdot b \cdot d$	MPa
	Criterio eficiente	ACI 318S-05 (11.3.2.1)	$\frac{1}{7} \left(\sqrt{f_c} + 120\rho \cdot \frac{d}{a} \right) \cdot b \cdot d$	MPa
		UNE EN-2010 (6.2 a)	$[C_{Rd,c} k (100\rho_1 f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d$	MPa
		Appa Roa e Injaganeri	$\left(0.56 + \frac{4}{\left(\frac{a}{d}\right)^{\frac{3}{2}}}\right) \cdot \left(\sqrt[3]{f_c} \cdot \sqrt{\rho} \cdot (d)^{\frac{-1}{4}}\right) (b \cdot d)$	MPa
		Bazant y Kim	$\frac{10 \cdot \sqrt[3]{\rho}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25 \cdot d_a}}} \left(0.083 \cdot \sqrt{f_c} + 20.69 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\left(\frac{a}{d/100}\right)^5}}\right) (b \cdot d)$	MPa
		ACI 318-19 (22.5.5.1 c)	$0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	MPa
		Criterio no conservador	ACI 318S-14 (22.5.5.1 c)	$0.29\lambda \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$
	ACI 318S-05 (11.3.2.2)	$0.3\sqrt{f_c} \cdot b \cdot h$	MPa	
Fisuración	Abertura de grieta	EHE-08 (49.2.4)	$W_k = \beta_E \cdot S_m \cdot \varepsilon_{sm}$	mm

ACI 224R-01 (4-1a)	$W_b = 0.091 * \sqrt[3]{t_b * A} * \beta * (f_s - 5) * 10^{-3}$	in
ACI 224R-01 (4-1b)	$W_s = \frac{0.091 * \sqrt[3]{t_b * A}}{1 + \frac{t_s}{h_1}} * (f_s - 5) * 10^{-3}$	in
Robert J. Frosch	$w_c = 2 \frac{f_s}{E_s} \beta \sqrt{d_c^2 + \left(\frac{S}{2}\right)^2}$	in

Nota: Esta tabla incluye información recopilada por (Cabrera & Suquilanda, 2023) y (González & González, 2023).

2.2.1. Diagrama momento - curvatura

El diagrama momento-curvatura de una viga de hormigón armado es una representación gráfica de la capacidad de resistencia de la viga ante el momento flector, en función de la curvatura inducida por la flexión. Este diagrama juega un papel fundamental en el análisis de la ductilidad del elemento y la comprensión del desarrollo de las rótulas plásticas (Nilson & Darwin, 1997).

Según la definición de Nilson & Darwin (1997), la curvatura se refiere a la variación angular por unidad de longitud de la sección y se puede calcular en función de la deformación unitaria ε en una fibra a una distancia y del eje neutro $\varphi = \varepsilon/y$.

El diagrama momento-curvatura permite una mejor comprensión del elemento estructural, ya que integra el análisis de todas las etapas de comportamiento bajo carga. En este proceso, se determinan los valores de deformación unitaria (ε) y la distancia (y) del eje neutro para calcular la curvatura, empleando el equilibrio de fuerzas y la compatibilidad de deformaciones (Nilson & Darwin, 1997).

La fase inicial del diagrama corresponde al estado elástico no fisurado (M_{cr}, φ_{cr}) de la viga. En este punto, el acero se encuentra muy por debajo de su fluencia, y el esfuerzo en el concreto está por debajo del límite de proporcionalidad. Durante esta etapa, no se presentan grietas, ya que el esfuerzo en el concreto permanece por debajo del módulo de rotura (f_r). Por

consiguiente, se emplea la inercia bruta transformada (I_{tr}) para resistir la flexión, donde el área de acero se representa con un área equivalente de concreto (Nilson & Darwin, 1997).

Para calcular la curvatura, se utilizan las ecuaciones (6) y (7).

$$\varphi_{cr} = \frac{\varepsilon_{cr}}{y_t} \quad (6)$$

Donde

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_r}{E_c} \quad (7)$$

Una vez que los momentos actuantes superan el momento de fisuración de la sección, comienzan a aparecer grietas por tensión. Este estado corresponde al estado fisurado (M_y, φ_y) de la viga, en el cual es necesario considerar la inercia transformada fisurada (I_{cr}) para el análisis, despreciando el concreto a tracción. Al alcanzar el límite de esta fase, la deformación unitaria del concreto alcanza el límite de proporcionalidad, mientras que generalmente el acero aún no alcanza su deformación de fluencia. Durante esta etapa, el cálculo del momento y la curvatura se realiza mediante las ecuaciones (8) y (9) (Nilson & Darwin, 1997).

$$M_y = C \left(d - \frac{c_y}{3} \right) + C_s (d - d') \quad (8)$$

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_{cy}}{c_y} \quad (9)$$

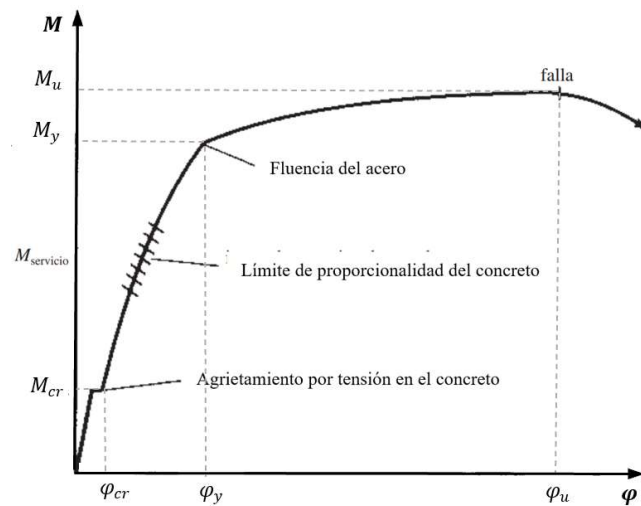
La fase final del diagrama corresponde al estado inelástico fisurado (M_u, φ_u) de la viga. En esta etapa, el concreto entra en su rango de comportamiento plástico, lo que ocurre cuando los esfuerzos superan el valor de $0.5f'_c$, y el acero alcanza su esfuerzo de fluencia. Las ecuaciones (10) y (11) se utilizan para calcular el momento y la curvatura, respectivamente (Nilson & Darwin, 1997).

$$M_u = C \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d') \quad (10)$$

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_{cu}}{c_u} \quad (11)$$

Figura 6.

Diagrama momento-curvatura para vigas reforzadas a tensión.



Nota: Tomado de (McCormac & Brown, 2017).

2.3. Modelos numéricos

Para Carrasco (2011) un modelo numérico se refiere a un modelo matemático que describe el comportamiento de un fenómeno a través ecuaciones y algoritmos, los cuales se resuelven mediante técnicas numéricas. Esto responde a la complejidad asociada con la aplicación de modelos analíticos en sistemas compuestos. Las técnicas numéricas, mediante un exhaustivo trabajo de cálculo, conducen a soluciones aproximadas. El considerable esfuerzo de cálculo hace imprescindible el empleo de computadoras equipadas con software adecuado.

El desarrollo de programas basados en el Método de Elementos Finitos permite la simulación de diversas formas estructurales. La modelación numérica se presenta como una herramienta sumamente útil para llevar a cabo un análisis estructural preciso y económico (G. Rodríguez et al., 2016). Las investigaciones de Vera & Encalada (2023), Cabrera &

Suquilanda (2023) y Morales & Montenegro (2023) han demostrado la viabilidad y ventajas de la simulación numérica de vigas de hormigón armado.

2.3.1. Parámetros de entrada

Los principales parámetros de entrada corresponden a los modelos constitutivos definidos en la sección 3.1.3.1. Para caracterizar el daño que sufren los elementos de concreto se debe emplear el modelo de daño plástico.

2.3.1.1. Modelo de daño plástico

El modelo de Daño Plástico del Concreto constituye una metodología para representar de manera efectiva el daño continuo del concreto, fundamentándose en los principios de la plasticidad. Este enfoque aborda tanto el daño a tracción como el daño a compresión, identificando los principales modos de fallo como el agrietamiento por tracción y el aplastamiento por compresión (Yousefi, 2020).

El CDP emerge como una herramienta valiosa para llevar a cabo el análisis de estructuras de hormigón armado bajo cargas cíclicas o dinámicas. El comportamiento del concreto se encuentra intrínsecamente vinculado a la cantidad de confinamiento presente. En situaciones de baja presión de confinamiento, el concreto exhibe un comportamiento frágil. Contrariamente, a medida que la presión de confinamiento aumenta, la capacidad del concreto para resistir la propagación de grietas se incrementa significativamente (Abaqus, 2011).

Según el Manual de Usuario de Abaqus (2011), en condiciones de baja presión de confinamiento, los mecanismos de fallo del concreto dan lugar a efectos de daño irreversible que se manifiestan en propiedades específicas, tales como: un límite elástico inicial en compresión diez veces superior al de tensión, un comportamiento inelástico en compresión caracterizado por un endurecimiento inicial seguido de ablandamiento (a diferencia del

comportamiento de ablandamiento en tensión) y una degradación de la rigidez que se manifiesta de manera distinta en tensión y compresión.

En consonancia con las propuestas de Lubliner et al. (1989) y Lee & Fenves (1998), el programa Abaqus emplea un modelo de daño plástico para la representación de estas complejas interacciones en el concreto (Abaqus, 2011).

2.3.2. Tipos de soluciones

En el ámbito del Análisis de Elementos Finitos, es posible realizar dos tipos de simulaciones, las cuales dependerán del evento en estudio: el análisis estándar y el análisis explícito.

El análisis estándar se centra en la simulación de eventos estáticos y estructurales, abordando aspectos como el análisis de estrés térmico, estudio de mecánica de fracturas y modelado de transferencia de calor (Simulia DS, 2023b). Este enfoque involucra un análisis lineal con un solucionador de tipo implícito, lo que implica la resolución iterativa de ecuaciones de equilibrio. Es particularmente adecuado para problemas en los que las cargas se aplican de manera gradual y/o con velocidades relativamente bajas.

En contraste, el análisis explícito aborda problemas altamente dinámicos y de gran impacto, en los cuales la aplicación de cargas ocurre de manera rápida. Esta metodología resulta ideal para examinar el comportamiento no lineal, siendo especialmente útil en la simulación de eventos como el laminado de metal a altas temperaturas y el aplastamiento progresivo de estructuras diseñadas para absorber energía (Simulia DS, 2023a). En términos generales, este enfoque es sumamente eficaz para el análisis de eventos rápidos y transitorios, tales como colisiones, impactos o situaciones de caída libre.

En ambos casos, la ecuación diferencial que se resuelve es:

$$\{F\} = [k] * \{d\} \quad (12)$$

En donde:

- $\{F\}$ es el vector de las fuerzas y momentos nodales.
- $[k]$ es la matriz de rigidez del elemento.
- $\{d\}$ es el vector de los desplazamientos nodales.

En el análisis implícito, la ecuación (12) se convierte en la ecuación de equilibrio estático (13), basada en el principio de que la suma de fuerzas y momentos en una estructura en equilibrio es igual a cero. Por el contrario, en el análisis explícito se postula la presencia de movimiento en la estructura, modificando la sumatoria de fuerzas para convertirse en el producto de la masa (m) por aceleración (a_c), ecuación (14).

$$0 = [k] * \{d\} \quad (13)$$

$$\{m * a_c\} = [k] * \{d\} \quad (14)$$

Estas ecuaciones se resuelven numéricamente mediante la discretización de la estructura en elementos finitos y la aproximación de la solución en cada elemento mediante funciones de forma. En este contexto, para cada elemento, ya sea bidimensional o tridimensional, se define un vector $\{d\}$ que contiene los desplazamientos y rotaciones nodales. Además, se utiliza una matriz $[k]$ para representar la rigidez de los elementos, es decir, su resistencia a los desplazamientos cuando se aplica una fuerza $\{F\}$.

La matriz de rigidez global se ensambla a partir de las matrices de rigidez de cada elemento que conforma la malla. Este ensamblaje debe realizarse de manera que los elementos conectados en el mismo nodo, por continuidad, presenten las mismas deformaciones en el nodo común (Celigüeta, 2011). En este sentido, las condiciones de contorno corresponden a los desplazamientos conocidos en nodos específicos. El vector de

fuerzas $\{ F \}$ incluye la fuerza aplicada y las fuerzas de reacción en los apoyos. De esta manera, es posible resolver la ecuación.

2.3.3. *Parámetros de salida*

Los parámetros de salida son los resultados provenientes de la simulación numérica y dependerán del tipo de análisis y de las condiciones que se hayan incluido en el modelo.

Entre los principales se encuentran el daño por compresión y el daño por tracción, cuyo resultado se representa a través de patrones de fisuración, en los que se puede visualizar el número y separación de fisuras una vez que la sección ha superado su resistencia ya sea a la tracción o a la compresión.

Además, es posible identificar los esfuerzos y deformaciones en cada elemento, y desplazamientos en cada nodo del modelo. Entre los esfuerzos, existen distintos tipos de soluciones como los esfuerzos principales y esfuerzos de corte. Estos parámetros ayudan a predecir el comportamiento de una estructura ante la acción de cualquier tipo de carga.

CAPITULO III: METODOLOGÍA

En este capítulo se detallan los materiales y procedimientos empleados para lograr los objetivos establecidos. En términos generales, se exponen las teorías y criterios adoptados durante la modelación numérica, con el fin de alcanzar la precisa calibración de los modelos de vigas de hormigón armado.

3.1. Revisión Bibliográfica

La presente investigación inicia con una exhaustiva revisión bibliográfica de fuentes relacionadas con la calibración numérica de vigas de hormigón armado y el análisis de elementos finitos. Se da especial atención a las tesis de Vera & Encalada (2023), Cabrera & Suquilanda (2023) y Morales & Montenegro (2023), considerándolas como fuentes principales que respaldarán y enriquecerán el desarrollo de la investigación.

En el ámbito de los estados límite de servicio, el estudio se fundamenta en los resultados teóricos y experimentales presentados en la tesis de González & González (2023) titulada “Evaluación experimental del efecto de la separación entre estribos en una viga concebida para falla dúctil a flexión”. Se recopilan datos relacionados con el comportamiento de los materiales, los diseños de vigas y los patrones de fisuración del modelo físico.

3.2. Modelos a escala

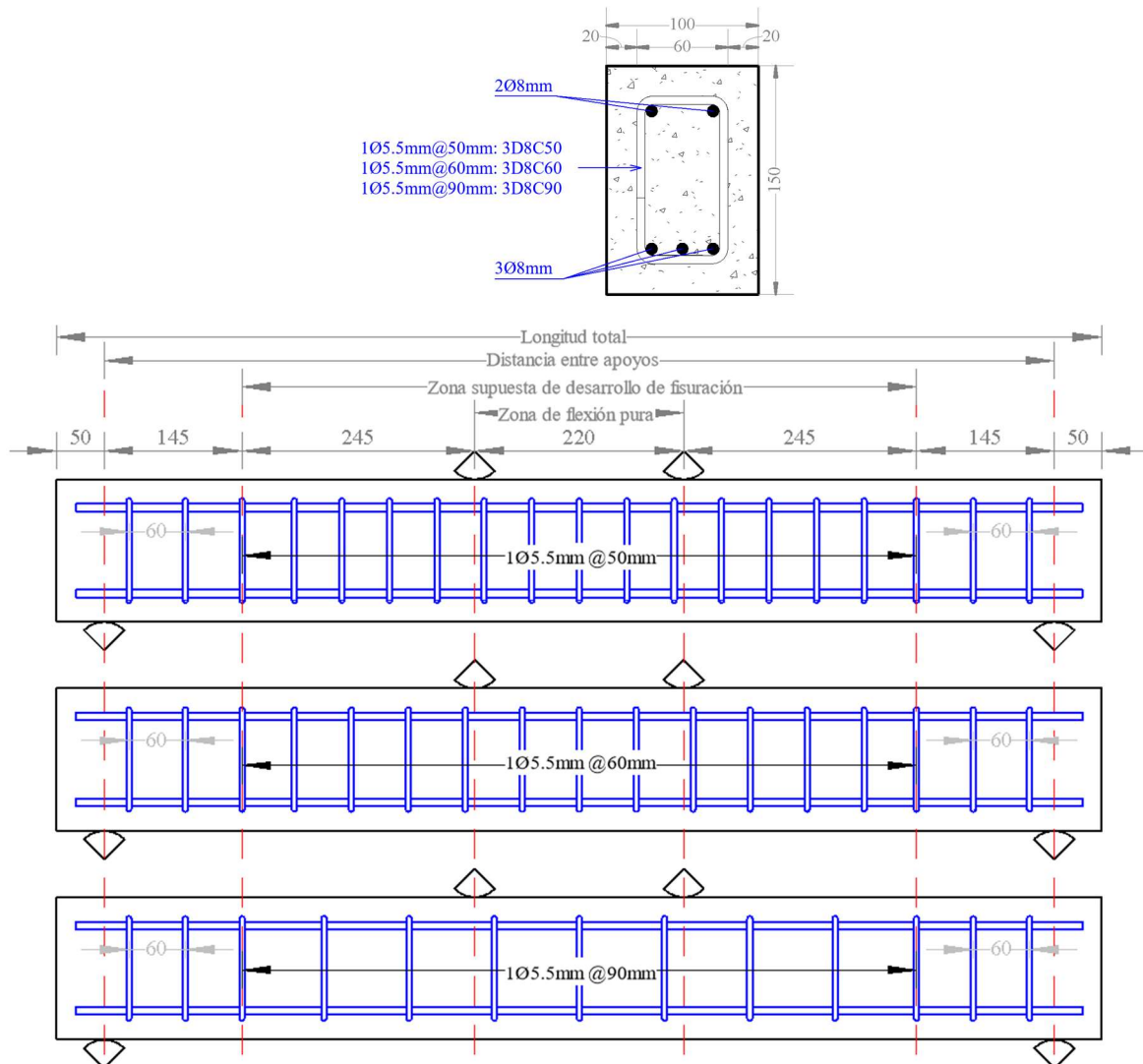
En las Figuras 7 y 8 se presentan la geometría y configuración del acero longitudinal y transversal de los seis modelos a escala. Además, se proporciona la nomenclatura correspondiente para identificar a cada una de ellos. Se analizan vigas de hormigón armado diseñadas específicamente para generar una zona de flexión pura, con cortante igual a cero.

Las configuraciones de acero transversal como longitudinal, así como las secciones y geometría de las vigas, han sido tomadas de la propuesta de González & González (2023), con el fin de posibilitar el análisis comparativo entre los modelos físicos y numéricos. La geometría está definida por una sección transversal de 100x150mm, con una con una longitud

total de 1100mm y 1000mm entre apoyos. Estas dimensiones fueron determinadas en función de las limitaciones del laboratorio. Se aplicaron dos cargas puntuales centradas con una separación de 220mm entre sí.

Figura 7.

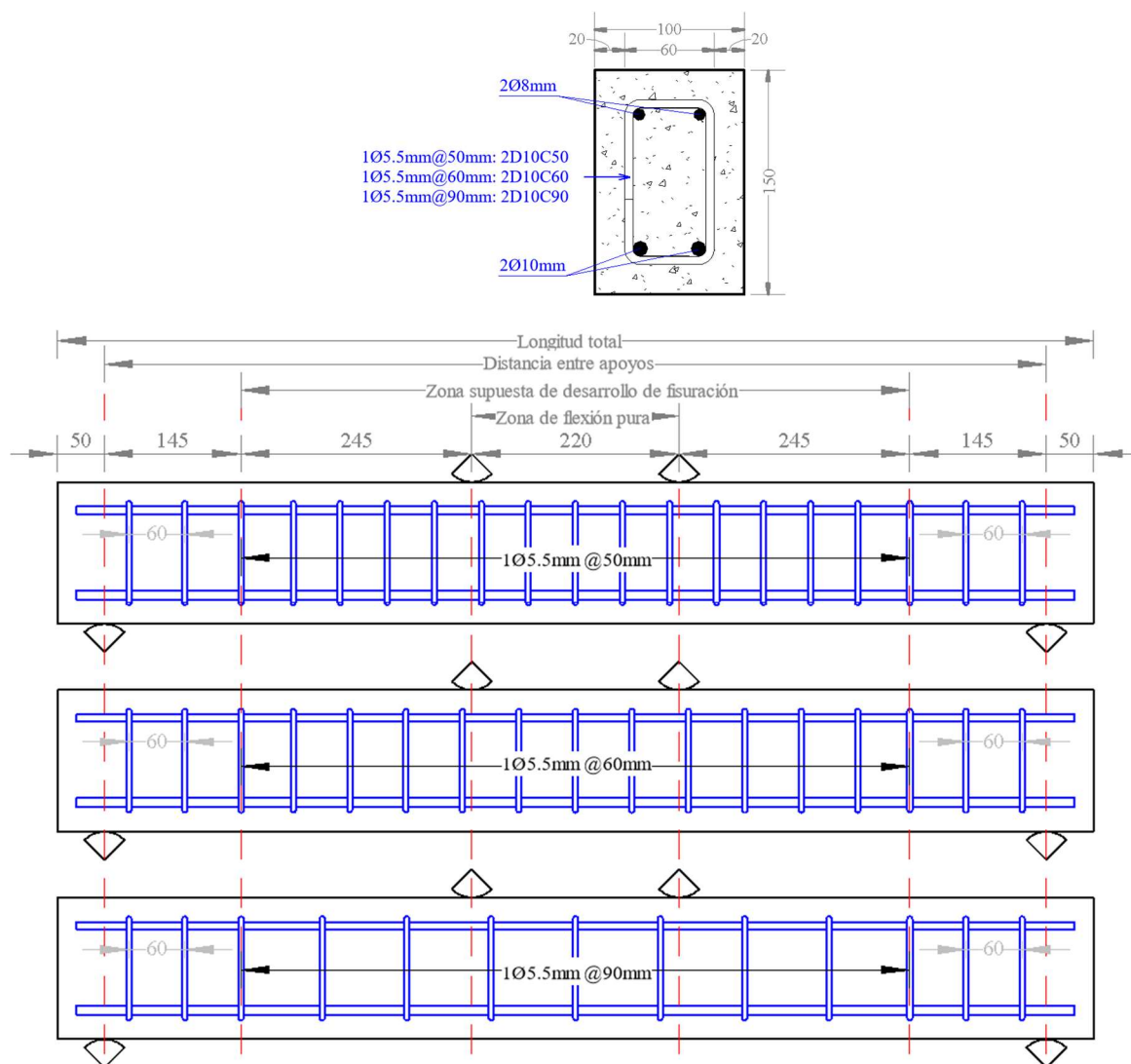
Configuración del acero transversal de los modelos 3D8.



Nota: Elaborado por el autor.

Figura 8.

Configuración del acero transversal de los modelos 2D10.



Nota: Elaborado por el autor.

En los anexos 1 y 2 se presentan las hojas de cálculo detalladas que contienen el diseño de las vigas a escala, realizadas por los autores González & González (2023).

El diseño se realizó siguiendo las recomendaciones de la ACI 318-19. En primer lugar, los autores seleccionaron dos configuraciones de acero longitudinal similares, utilizando 3 varillas de 8mm y 2 varillas de 10mm como refuerzo a tracción. En la zona a compresión, dispusieron 2 varillas de 8mm y estribos de 5.5mm.

Una vez determinadas las configuraciones, procedieron con el cálculo del momento, carga y cortante máximo que presentarían las dos propuestas. Con estos datos, llevaron a

cabo el diseño a cortante, en donde identificaron que para las configuraciones propuestas era necesario colocar estribos cada 60mm.

Con el fin de evaluar el efecto de la disposición de estribos en los patrones de fisuración, resolvieron variar esta separación a 50mm y 90mm en los 710mm centrales de la viga. La variación de la separación de estribos no se modificó en las zonas de cortante máximo, manteniendo una distancia de 145 mm medida desde el apoyo, cubierta con estribos cada 60mm. A pesar de las variaciones en el acero transversal, verificaron que todas las configuraciones experimentarían una falla dúctil por flexión (González & González, 2023).

El objetivo es evaluar el impacto de la distribución de estribos y la disposición del acero longitudinal en la formación de fisuras, así como comparar los resultados numéricos con los obtenidos experimentalmente según lo propuesto por González & González (2023).

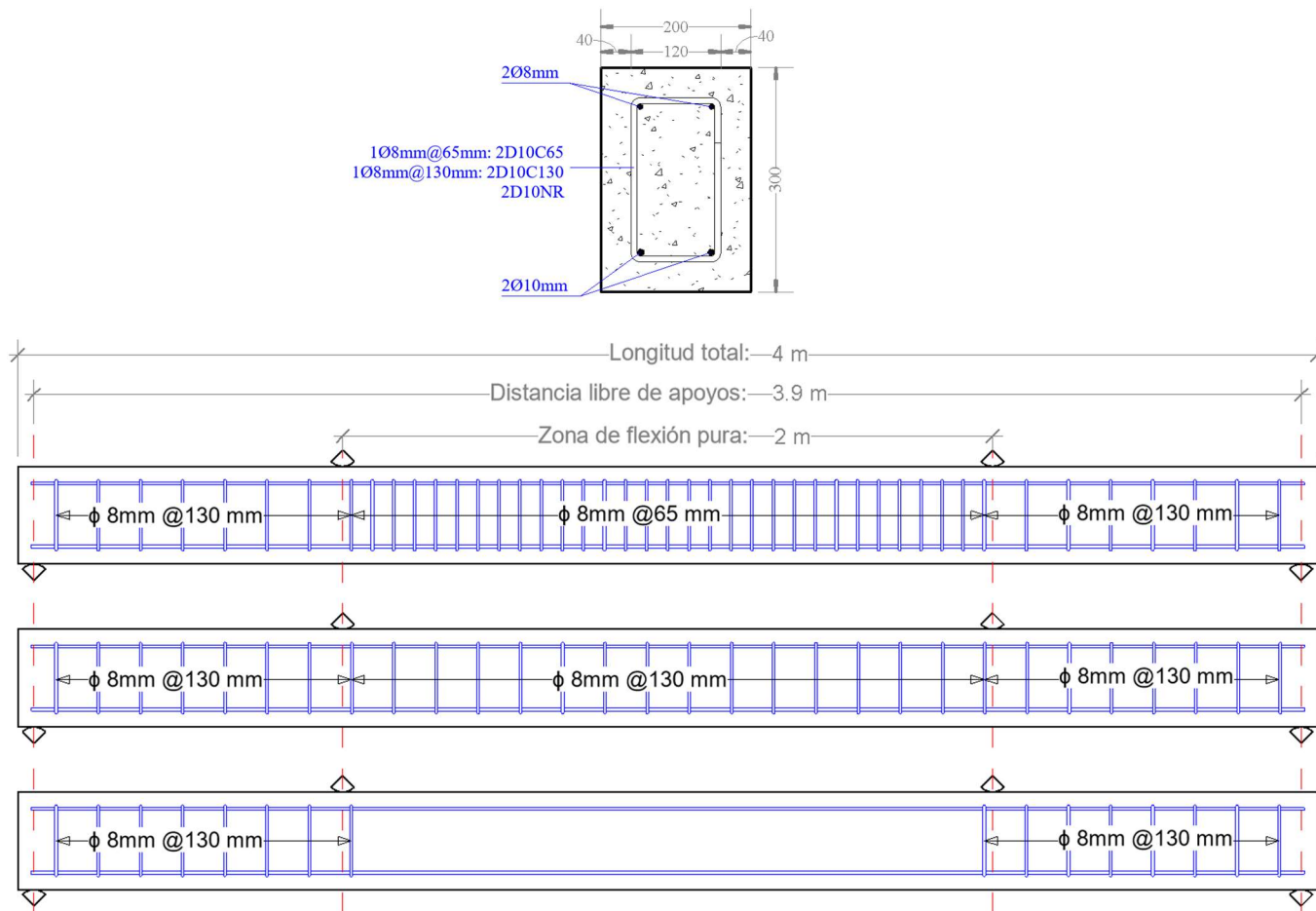
3.3. Modelos con dimensiones reales

Adicionalmente, se planteó la modelación numérica de tres vigas con dimensiones reales que ayudarán a corroborar la información recopilada de los modelos a escala. En la Figura 9 se presentan las configuraciones adoptadas.

La geometría de las vigas está determinada por una sección transversal de 200x300mm (se tomó como referencia una viga ubicada en una zona no sísmica) con una longitud total de 4m y 3.9m entre apoyos. Se disponen dos cargas puntuales centradas con una separación de 2m entre sí (González & González, 2023). La resistencia del concreto se tomará como $f'_c = 35MPa$.

Figura 9.

Configuraciones de acero longitudinal y transversal de los modelos con dimensiones reales.



Nota: Elaborado por el autor.

Para la zona de tracción de la viga, se ha impuesto una configuración de acero longitudinal conformada por 2 varillas de 10 mm y 2 varillas de 8 mm para la zona de compresión. El refuerzo transversal consiste en varillas de 8mm. Una vez definida la geometría y las configuraciones de acero, se procedió con el diseño a cortante de la sección.

El diseño detallado de las vigas con dimensiones reales se encuentra en el anexo 3. En este análisis, se determinó que, para las condiciones propuestas, no es necesario colocar estribos, dado que la resistencia última del concreto ($\phi_c * V_c$) es mayor que el cortante solicitante (V_{ud}). No obstante, por razones constructivas, es común colocar estribos en las

vigas. La norma ACI 318-19 sugiere la colocación de acero mínimo para refuerzo transversal con una separación máxima de 60mm.

Se plantea investigar el comportamiento de un modelo sin estribos en la zona de flexión pura (2D10NR) y explorar escenarios adicionales que cumplan con el acero mínimo sugerido por la norma, con separaciones mayores: uno a 65mm (2D10C65) y otro a 130mm (2D10C130). Se garantiza una falla por flexión, cubriendo las zonas de cortante máximo con estribos cada 130mm. En todos los casos se ha verificado que se cumple la falla por flexión.

Es importante señalar que los modelos con dimensiones reales no guardan ninguna relación de aspecto con los modelos a escala, y que la propuesta únicamente se estudia con la intención de evaluar si los patrones de fisuración que se identificarán en los modelos a escala, guardan relación con los obtenidos en modelos de vigas con dimensiones y luces mayores.

3.4. Modelación numérica

Los modelos numéricos de las vigas de hormigón armado se construyen utilizando el programa Abaqus SIMULIA, una herramienta especializada en el análisis y simulación 3D mediante el método de elementos finitos. El proceso de calibración en Abaqus comienza con la definición de la geometría de las vigas, las condiciones de apoyo y las propiedades de los materiales.

En relación al concreto, se implementará el modelo constitutivo de Kent & Park (1971) para describir el comportamiento del material en diversas condiciones de carga. Además, se utiliza el modelo de daño plástico del concreto (CDP) dentro del entorno de Abaqus para representar de manera precisa el daño a tracción y compresión. Esta elección se basa en los resultados de investigaciones recientes como las de Vera & Encalada (2023), Cabrera & Suquilanda (2023) y Morales & Montenegro (2023), las cuales respaldan la efectividad del CDP para caracterizar el comportamiento mecánico del concreto.

Para los modelos a escala, se adoptará el modelo de Kent & Park (1971) con una resistencia de 30 MPa en todos los casos. A pesar de que los ensayos de cilindros de concreto realizados por González & González (2023) revelaron resistencias variadas para las configuraciones de vigas (25 MPa para los modelos 3D8C50 y 3D8C60, 31 MPa para los modelos 2D10C60 y 2D10C90, y 30 MPa para los modelos 3D8C90 y 2D10C50), en este estudio se ha tomado un promedio con el objetivo de establecer un punto comparativo en el análisis numérico. Por otro lado, para los modelos con dimensiones reales, se considerará una resistencia de 35 MPa.

En lo que respecta al acero, se empleará el modelo bilineal y, mediante el comando "plastic strain" en Abaqus, se representará el comportamiento plástico del acero para simular su respuesta mecánica ante cargas de tracción. Se utilizarán las resistencias especificadas por el proveedor: 420 MPa para las barras de 8 mm y 10 mm, y 500 MPa para las barras de 5.5 mm. Aunque los ensayos de las varillas de refuerzo del modelo físico arrojaron resistencias menores a las especificadas por el proveedor, las curvas de comportamiento mecánico de las secciones evidenciaron que los aceros estaban operando con una capacidad de 420 MPa. Esto sugiere que los ensayos de las varillas podrían no haberse ejecutado correctamente o se necesitarían más muestras para demostrar que estaban alcanzando la resistencia especificada por el proveedor.

En el proceso de simulación estructural utilizando Abaqus, se inicia en el módulo "part" para modelar todos los elementos que componen las configuraciones, como las varillas, estribos, vigas de hormigón armado, apoyos y células de carga. Luego, en el módulo "assembly", se llevará a cabo el ensamblaje correcto de las vigas, mientras que en el módulo "interaction" se definirán las interacciones entre los elementos para que actúen de manera conjunta y no aislada.

En el módulo “load” se definirán las condiciones de contorno que regirán el comportamiento de las vigas. En este sentido, en los puntos de aplicación de carga se restringen los desplazamientos en las direcciones U1 y U3 y las rotaciones en todas las direcciones de la viga (UR1, UR2 y UR3), y se permite una deformación de 10mm en la dirección U2. Esto ya que en Abaqus no se ingresan cargas, pero si deformaciones que nos permitirán replicar el comportamiento real de las vigas.

Posteriormente, en el módulo “step” de Abaqus se definirá el periodo de tiempo del análisis en un valor de 10 segundos con resultados cada 0.05 segundos. Esta decisión permitirá obtener una cantidad significativa de datos que facilitarán el análisis de los resultados. En la interfaz “Field Output” se solicitarán al programa los valores de fuerza aplicada, desplazamientos, deformaciones en el acero, deformaciones en el concreto y el daño a tracción de la sección.

La investigación llevará a cabo un análisis de tipo dinámico explícito, una solución que captura la no linealidad de los materiales. El siguiente paso es definir el tamaño de la malla en el módulo “mesh”, lo cual influirá notoriamente en el tiempo de simulación. Para los modelos a escala, se implementará un mallado de 5 mm en toda la longitud de la viga. En cambio, para los modelos con dimensiones reales, se utilizará una malla de 5 mm solo en la zona de flexión pura, mientras que en el resto de la viga se empleará un mallado de 20 mm, esto con el fin de reducir el costo computacional.

En Abaqus, los módulos “job” y “visualización” facilitarán la realización de la simulación y la visualización de los resultados. A partir de los datos obtenidos de las fuerzas y desplazamientos, se construyen las curvas de fuerza aplicada versus flecha.

Adicionalmente, con base en las deformaciones unitarias del concreto y del acero, se generan las curvas de momento-curvatura. Estas curvas se compararán con las obtenidas mediante el método analítico y el software Etabs. Asimismo, se elaboran tablas de comparación entre los

patrones de fisuración registrados en el modelo experimental y el modelo numérico en el caso de los modelos a escala. En lo que respecta a los modelos con dimensiones reales, se crean tablas de comparación entre los tres modelos, estableciendo los puntos de control en función del tiempo de simulación.

La validación de los modelos se realiza mediante la comparación de los resultados entre los modelos experimental y numérico, centrándose especialmente en las curvas fuerza-deformación y los patrones de fisuración. Se busca identificar la posible incidencia de la separación de estribos en la distribución de fisuras, basándose en un análisis comparativo con la tesis de González & González (2023). La última etapa de validación implica establecer correlaciones entre los resultados de los modelos a escala y los modelos con dimensiones reales, lo que permitirá extraer conclusiones significativas sobre la influencia de la separación de estribos en los patrones de fisuración observados en las vigas.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo, se presentan los resultados derivados de la aplicación de la metodología detallada en el capítulo III. Se enfatiza principalmente en el análisis de las curvas fuerza-deformación, así como en el estudio de los patrones de fisuración de los modelos a escala y modelos con dimensiones reales.

4.1. Modelos numéricos a escala

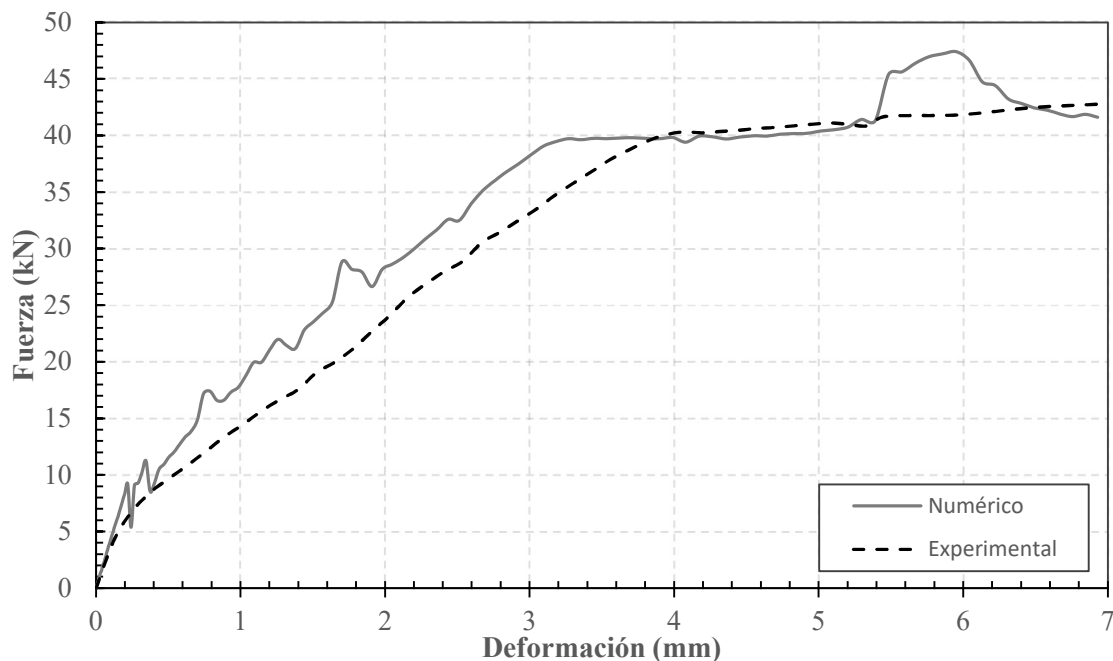
4.1.1. Diagrama fuerza-deformación

El comportamiento de las vigas bajo la acción de un esfuerzo de flexión, tanto en los modelos numéricos como experimentales, se ilustra en las Figuras 10 a 15. Estas representaciones gráficas consisten en curvas que muestran la relación entre la fuerza aplicada y la flecha experimentada por cada modelo.

En la Figura 10, se aprecia una buena aproximación entre las curvas de capacidad del modelo numérico y el experimental 3D8C50. El modelo numérico muestra una mayor capacidad de carga en comparación con el modelo experimental para un mismo valor de deformación. No obstante, se observa que la capacidad máxima es prácticamente la misma para ambos modelos, alrededor de los 40 kN. Por otro lado, el rango plástico comienza primero en el modelo numérico, a una deformación aproximada de 3.2 mm, mientras que en el modelo experimental esto ocurre a los 3.9 mm, presentándose una diferencia de 0.7 mm entre ambos modelos.

Figura 10.

Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 3D8C50.

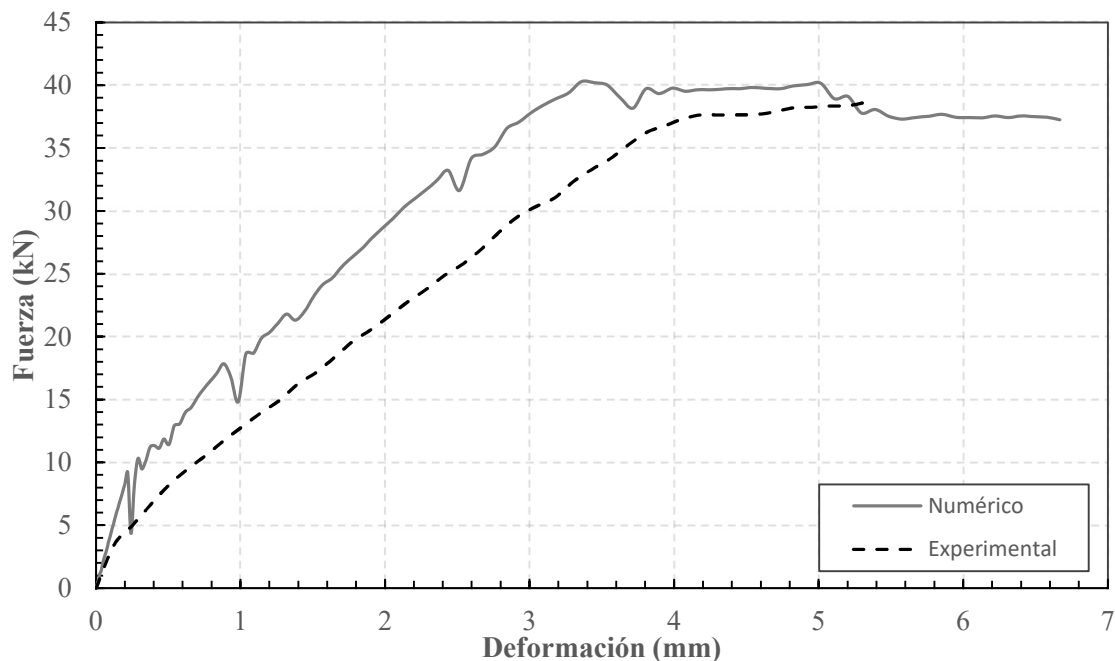


Nota: Elaborado por el autor.

En el caso de la configuración 3D8C60, se evidencia que la curva de fuerza-deformación del modelo numérico exhibe una mayor capacidad de carga en comparación con el modelo experimental. La diferencia en la capacidad máxima de carga alcanza hasta 3 kN. Además, al observar la Figura 11, se aprecia que el modelo experimental presenta una menor rigidez en comparación con el modelo numérico. Es decir, el modelo numérico logra asimilar la misma capacidad de carga que el modelo experimental, pero con una deformación menor.

Figura 11.

Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 3D8C60.

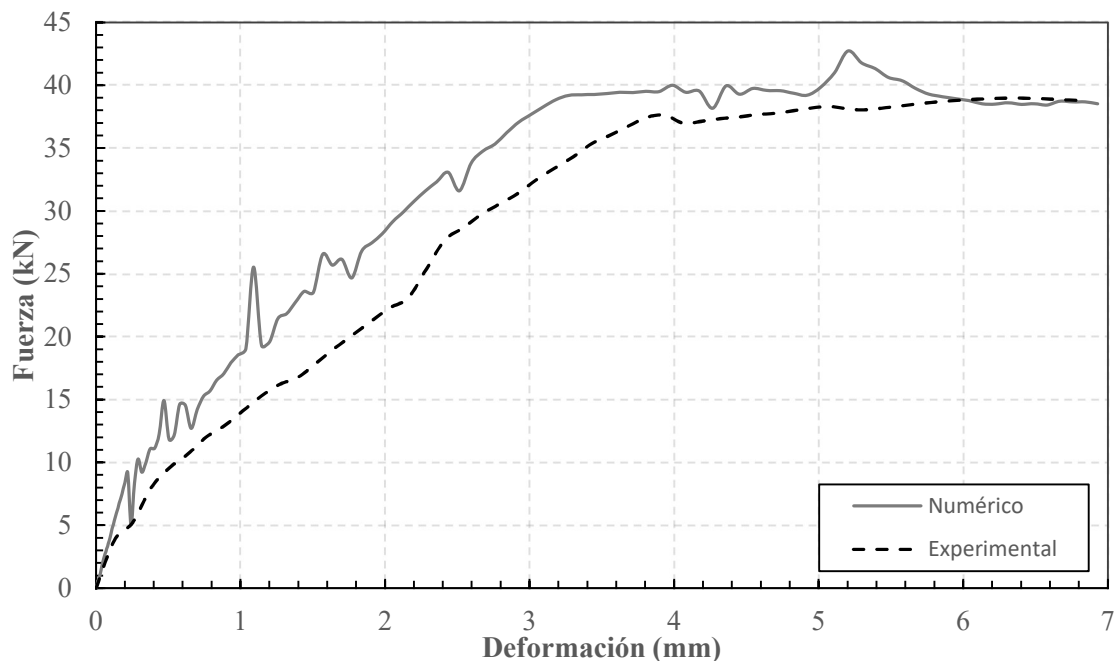


Nota: Elaborado por el autor.

La curva fuerza-deformación de los modelos 3D8C90, representada en la Figura 12, evidencia que el modelo numérico sigue la tendencia de una mayor capacidad de carga en comparación con el modelo experimental. En términos de capacidad máxima de carga, el modelo numérico presenta una resistencia de 2 kN más que el modelo experimental en el punto en el que inicia el rango plástico de la viga. Además, el comportamiento de la curva revela que el modelo experimental presenta una menor rigidez que el modelo numérico.

Figura 12.

Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 3D8C90.

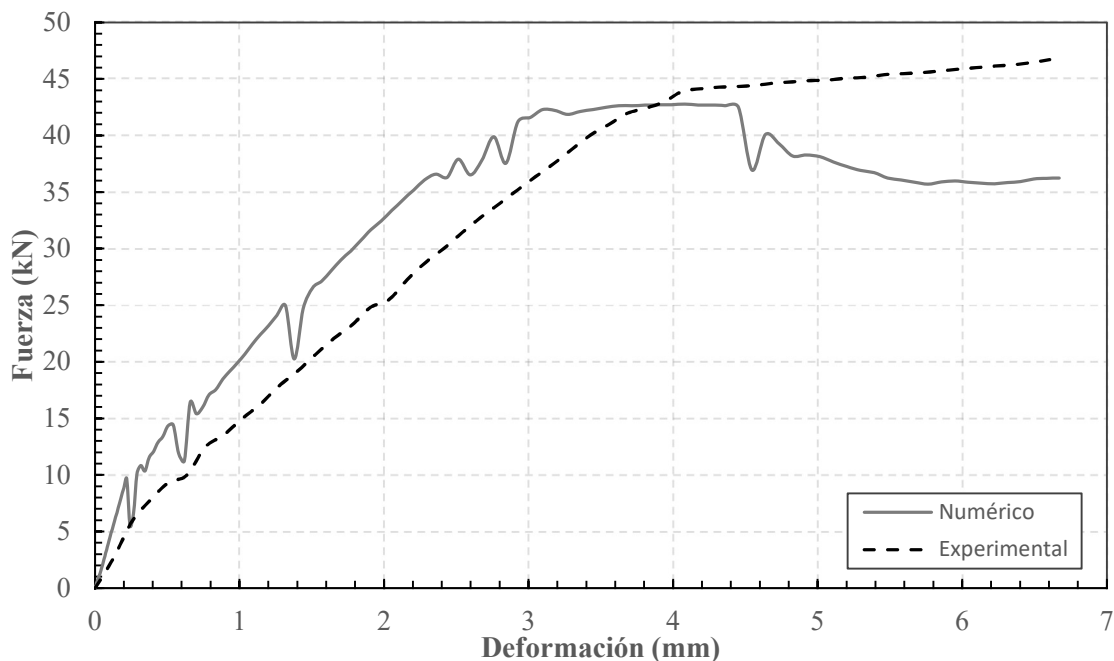


Nota: Elaborado por el autor.

La Figura 13 ilustra el comportamiento de la configuración 2D10C50. En este caso, se observa que el modelo numérico presenta una mayor rigidez que el modelo experimental. No obstante, al analizar la capacidad máxima de carga, se destaca que el modelo experimental logra alcanzar una mayor capacidad, superando al modelo numérico en aproximadamente 2 kN. Un aspecto interesante a considerar es que, el modelo numérico no está desarrollando la sobre resistencia de los materiales, lo que se refleja en una disminución de la tensión.

Figura 13.

Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 2D10C50.



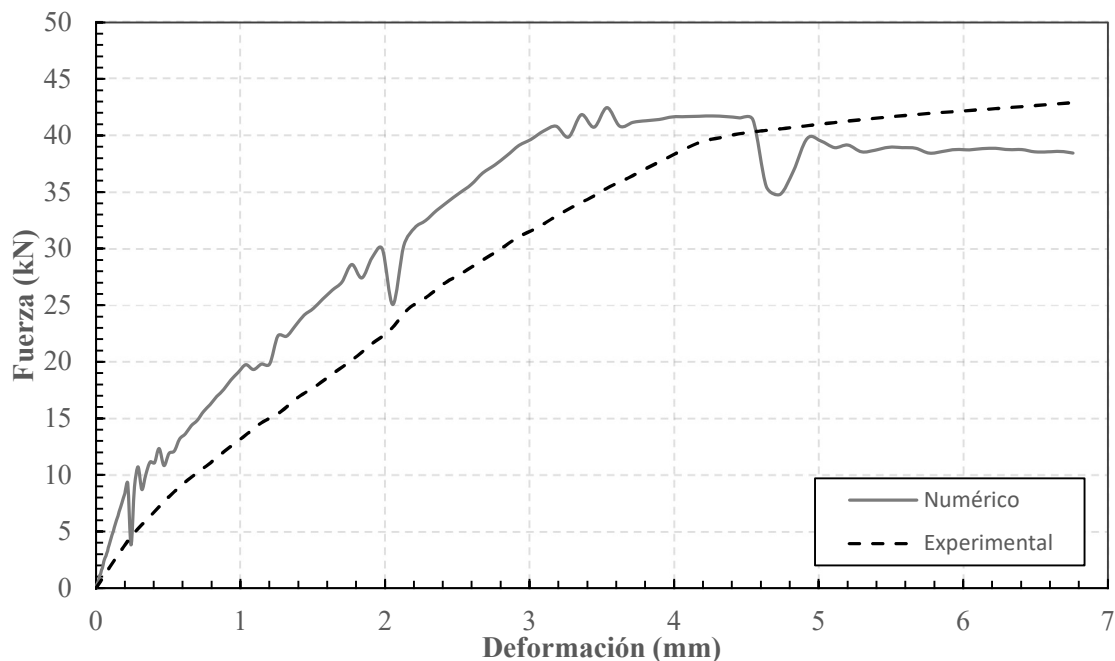
Nota: Elaborado por el autor.

En el caso de la configuración 2D10C60, las curvas fuerza-deformación revelan que el modelo experimental presenta una menor rigidez que el modelo numérico, evidenciando deformaciones más grandes bajo la misma carga. En relación con la capacidad máxima de carga, ambos modelos resisten hasta los 40 kN sin manifestar efectos de daño plástico.

Además, se observa que el rango de funcionamiento elástico es más reducido en el modelo numérico, con una divergencia de aproximadamente 1 mm en comparación con el modelo experimental.

Figura 14.

Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 2D10C60.

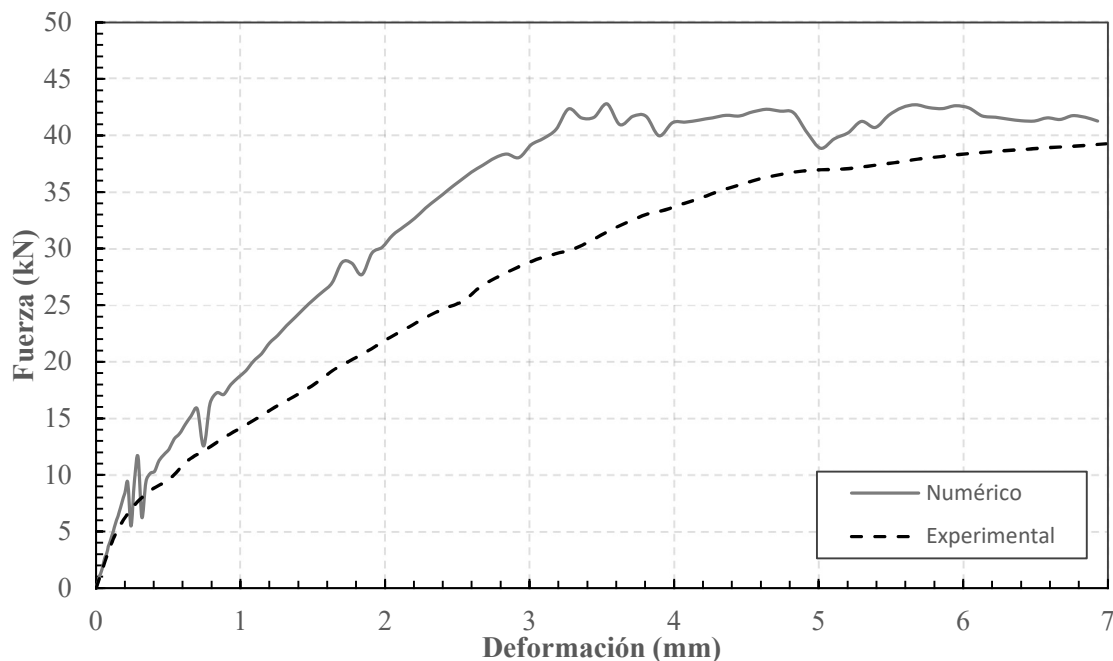


Nota: Elaborado por el autor.

La curva fuerza-deformación de la configuración 2D10C90, representada en la Figura 15, evidencia que el modelo numérico presenta una mayor capacidad de carga en comparación con el modelo experimental. En términos de capacidad máxima de carga, el modelo numérico presenta una resistencia de 3 kN más que el modelo experimental en el punto en el que inicia el rango plástico de la viga. Además, el comportamiento de la curva revela que el modelo experimental presenta una menor rigidez que el modelo numérico.

Figura 15.

Diagramas fuerza-deformación numérico vs experimental del modelo 2D10C90.



Nota: Elaborado por el autor.

En términos generales, se observa que los modelos numéricos de las vigas a escala presentan una mayor rigidez en comparación con los modelos experimentales. En lo que respecta a la capacidad máxima de carga en el rango elástico, los modelos alcanzan en promedio los 40 kN, manifestándose divergencias de hasta el 6.6% entre los modelos numéricos y experimentales. Asimismo, se observó que los modelos numéricos exhibieron un rango de deformación elástica menor que los modelos experimentales.

Estas discrepancias podrían asociarse a la variabilidad en la resistencia del concreto para las diversas configuraciones de vigas, detallada en la tesis de González & González (2023). Es relevante tener en cuenta que, para llevar a cabo un análisis comparativo entre los modelos, en este estudio se adoptó una resistencia promedio de 30 MPa. No obstante, se evidenció una notable aproximación en las curvas de capacidad entre los modelos numéricos

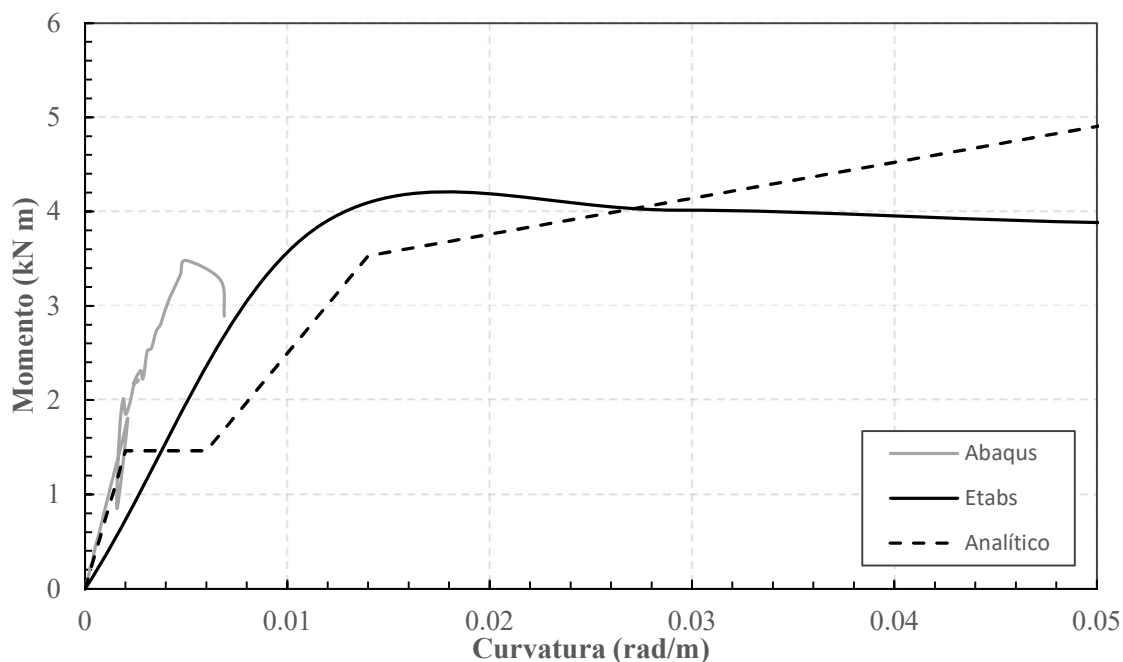
y experimentales de vigas de hormigón armado a escala. Entonces se procedió con la generación de los diagramas momento-curvatura y el análisis de los patrones de fisuración.

4.1.2. Diagrama Momento - Curvatura

El análisis del diagrama momento-curvatura de una sección de hormigón armado es esencial para comprender el comportamiento estructural de dicha sección. En esta parte, se presenta la relación entre el momento flector y la curvatura correspondiente a la configuración 3D8C60. Este segmento tiene como objetivo exhibir y comparar los resultados obtenidos a través del análisis analítico, el análisis numérico y la curva generada mediante el software Etabs. El enfoque se limita exclusivamente a la configuración 3D8, de la cual se selecciona la sección con una disposición adecuada de separación de estribos.

Figura 16.

Diagramas momento-curvatura del modelo 3D8C60.



Nota: Elaborado por el autor.

El análisis de los resultados revela que tanto el modelo numérico como el analítico exhiben prácticamente el mismo comportamiento en el rango elástico, es decir, antes de que la sección se agriete. Esto sugiere que ambas secciones poseen la misma rigidez inicial. En contraste, la curva generada en Etabs muestra una menor rigidez en comparación con los modelos numérico y analítico.

Al evaluar las secciones en el estado agrietado, se observa que el diagrama de Etabs presenta una mayor capacidad, alcanzando los 4 kNm, seguido por la curva analítica con 3.53 kNm y, finalmente, la generada en Abaqus con 3.33 kNm.

En cuanto a la capacidad para resistencia última, el modelo analítico tiende hacia una mayor resistencia a momento nominal, mientras que el diagrama de Etabs muestra una disminución progresiva de la capacidad. Al comparar visualmente el área bajo la curva de ambos diagramas, se puede concluir que presentan un área similar, indicando una capacidad de ductilidad equivalente.

En el caso de la curva generada en Abaqus, se ha evaluado únicamente el comportamiento en el rango elástico, ya que la investigación está enfocada en el estudio de los Estados Límites de Servicio (ELS).

4.1.3. Análisis de los patrones de fisuración

En esta sección se presenta la comparativa entre los patrones de fisuración de los modelos experimentales versus los patrones de fisuración obtenidos de la modelación numérica de vigas a escala.



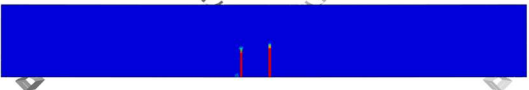
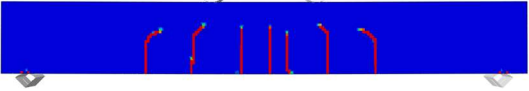
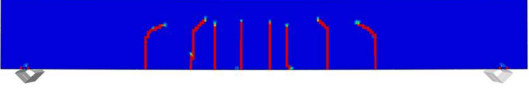
Los puntos seleccionados para capturar los patrones de fisuración en el modelo experimental fueron definidos por los autores González & González (2023) a través de porcentajes del momento nominal, asegurando que estuvieran en la misma posición dentro del diagrama fuerza-deformación de todas las vigas. Estos puntos de control fueron utilizados para capturar los patrones de fisuración del modelo numérico, tomando como referencia la

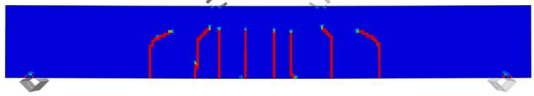

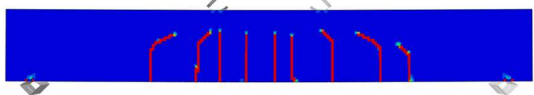

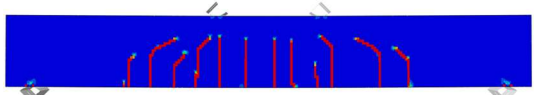

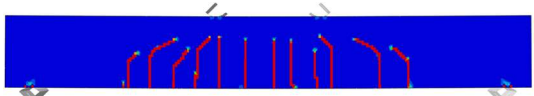
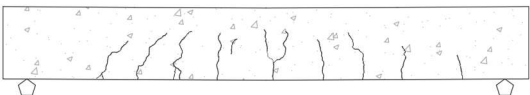
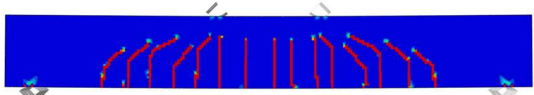
deformación experimentada en el modelo físico. Se buscó la misma deformación dentro de la curva generada en Abaqus para obtener las capacidades de los puntos de control del modelo numérico.

En las Tablas 2, 3, 4, 5, 6 y 7 se presentan las abstracciones de los patrones de fisuración, así como los valores de los puntos de control de ambos modelos. Se observa que existen discrepancias de hasta 0.05 mm en la deformación y hasta 11 kN en términos de carga. Estas divergencias pueden atribuirse al tamaño del mallado utilizado en la simulación numérica.

Tabla 2.

Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 3D8C50.


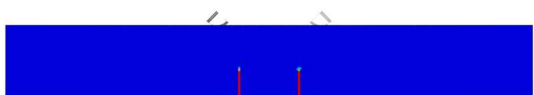
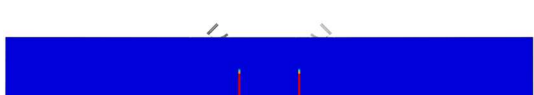
Valor Respecto Al Momento Nominal	Abstracción Del Modelo Físico	δ (mm) P (kN)	Abstracción Del Modelo Numérico	δ (mm) P (kN)
0.1Mn	S/F	0,071 3.22		0.074 3.138
0.15Mn	S/F	0,152 4.83		0.160 6.697
Mcr	S/F	0,255 6.88		0.266 9.119
0.5Mn	S/F	1,198 16.08		1.201 21.06
0.55Mn	S/F	1,409 17.69		1.378 21.17

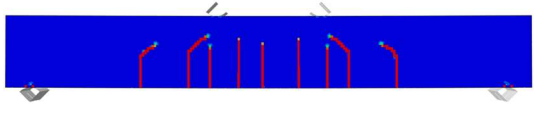
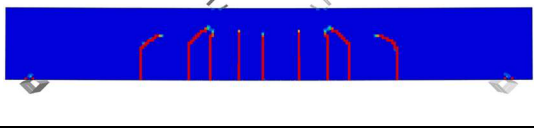
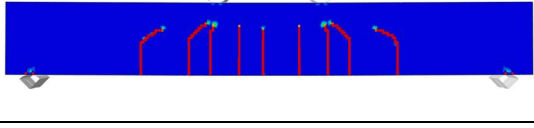
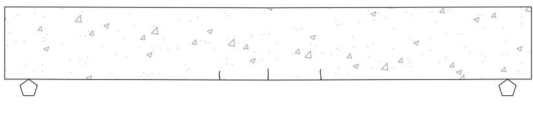
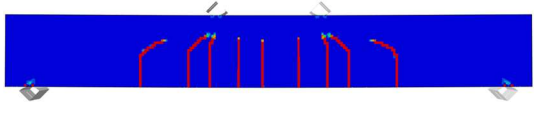

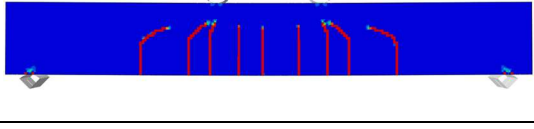

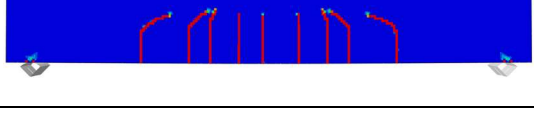
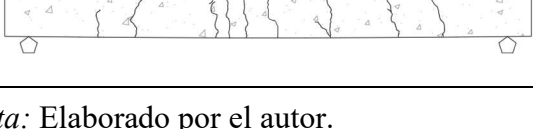
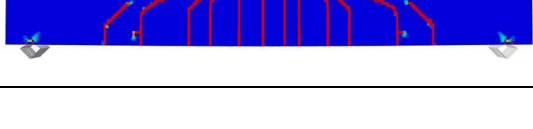
0.6Mn	S/F	1,560 19.30		1.567 24.32
0.65Mn		1,751 20.91		1.768 28.18
0.7Mn		1,893 22.52		1.909 26.66
0.75Mn		2,034 24.13		2.053 28.65
Mn		2,881 32.17		2.841 36.82

Nota: Elaborado por el autor.

Tabla 3.

Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 3D8C60.

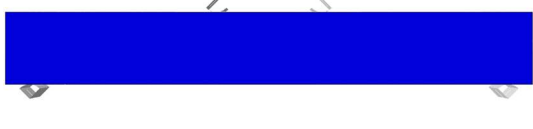
Valor Respecto Al Momento Nominal	Abstracción De Modelo Físico	δ (mm) P (kN)	Abstracción De Modelo Numérico	δ (mm) P (kN)
0.1Mn	S/F	0,104 3.22		0.098 4.128
0.15Mn	S/F	0,239 4.83		0.242 4.367
Mcr	S/F	0,396 6.88		0.404 11.35

0.5Mn	S/F	1,380 16.08		1.378 21.31
0.55Mn	S/F	1,579 17.69		1.567 24.13
0.6Mn	S/F	1,743 19.30		1.768 26.30
0.65Mn		1,942 20.91		1.909 27.85
0.7Mn		2,127 22.52		2.128 30.27
0.75Mn		2,325 24.13		2.356 32.41
Mn		3,284 32.17		3.269 39.38

Nota: Elaborado por el autor.

Tabla 4.


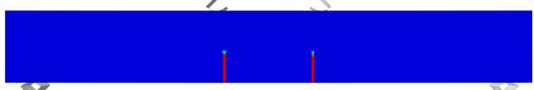

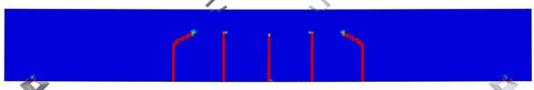
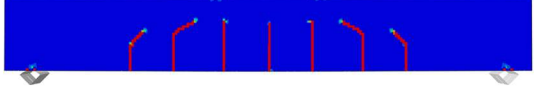


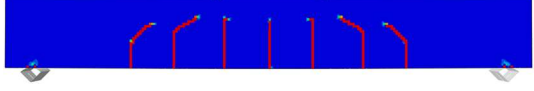

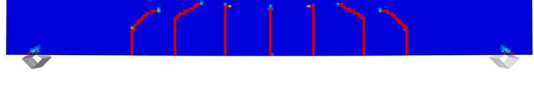


Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 3D8C90.


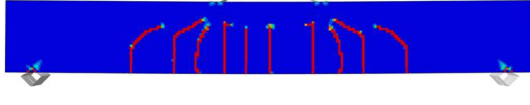
Valor Respecto Al Momento Nominal	Abstracción De Modelo Físico	δ (mm) P (kN)	Abstracción Del Modelo Numérico	δ (mm) P (kN)
0.1Mn	S/F	0,081 3.30		0.085 3.535

0.15Mn	S/F	0,228 4.94		0.219 9.181
Mcr	S/F	0,360 7.52		0.374 11.09
0.5Mn	S/F	1,329 16.48		1.317 21.83
0.55Mn	S/F	1,546 18.12		1.567 26.56
0.6Mn	S/F	1,732 19.77		1.700 26.16
0.65Mn		1,926 21.42		1.909 27.48
0.7Mn		2,156 23.07		2.128 29.94
0.75Mn		2,248 24.71		2.279 31.61
Mn		3,110 32.95		3.096 38.30

Nota: Elaborado por el autor.

Tabla 5.*Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 2D10C50.*


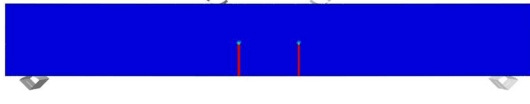
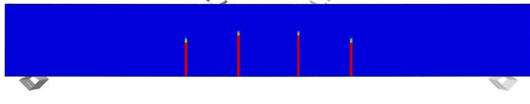
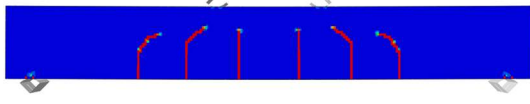
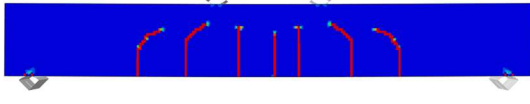
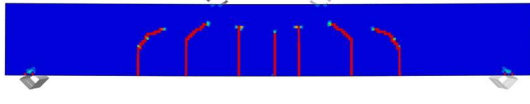

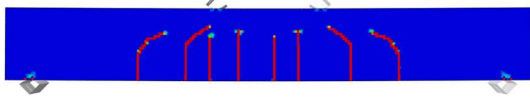
Valor Respecto Al Momento Nominal	Abstracción De Modelo Físico	δ (mm) P (kN)	Abstracción Del Modelo Numérico	δ (mm) P (kN)
0.1Mn	S/F	0,165 3.62		0.160 7.081
0.15Mn	S/F	0,237 5.43		0.242 5.530
Mcr	S/F	0,365 7.53		0.374 11.55
0.5Mn	S/F	1,293 18.08		1.318 24.95
0.55Mn	S/F	1,460 19.89		1.440 24.71
0.6Mn	S/F	1,618 21.70		1.633 28.07
0.65Mn		1,798 23.51		1.768 29.79
0.7Mn		2,000 25.32		2.053 33.38
0.75Mn		2,149 27.12		2.128 34.30


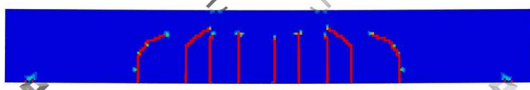

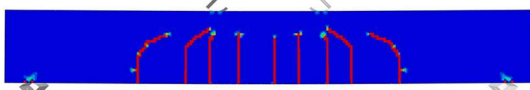

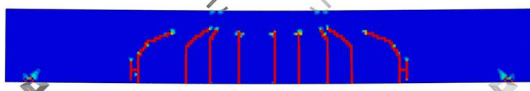
Mn		3.025 36.16		3.010 41.60
----	---	----------------	--	----------------

Nota: Elaborado por el autor.

Tabla 6.

Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 2D10C60.



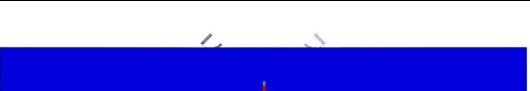
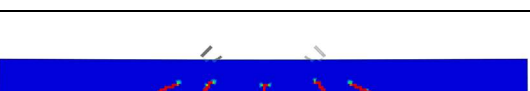

Valor Respecto Al Momento Nominal	Abstracción De Modelo Físico	δ (mm) P (kN)	Abstracción Del Modelo Numérico	δ (mm) P (kN)
0.1Mn	S/F	0,192 3.62		0.198 8.378
0.15Mn	S/F	0,305 5.43		0.290 10.73
Mcr	S/F	0,464 7.55		0.469 10.83
0.5Mn	S/F	1,547 18.11		1.567 25.54
0.55Mn	S/F	1,744 19.92		1.768 28.61
0.6Mn	S/F	1,922 21.73		1.909 29.19
0.65Mn		2,083 23.54		2.053 25.06

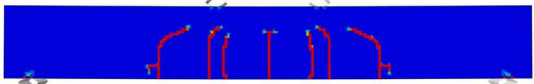

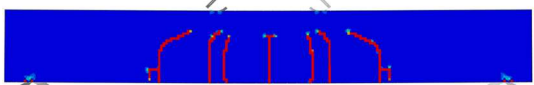

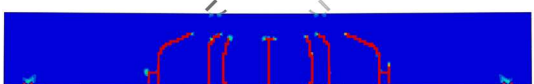

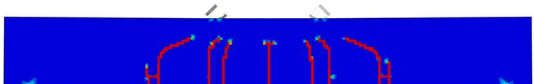

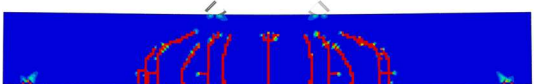
0.7Mn		2,248 25.35		2.279 32.50
0.75Mn		2,438 27.16		2.435 34.17
Mn		3,674 36.22		3.624 40.82

Nota: Elaborado por el autor.

Tabla 7.

Detallado de patrones de fisuración del modelo físico y numérico 2D10C90.

Valor Respecto Al Momento Nominal	Abstracción De Modelo Físico	δ (mm) P (kN)	Abstracción Del Modelo Numérico	δ (mm) P (kN)
0.1Mn	S/F	0,081 3.62		0.085 3.684
0.15Mn	S/F	0,170 5.43		0.179 7.602
Mcr	S/F	0,286 7.55		0.290 11.62
0.5Mn	S/F	1,518 18.11		1.503 25.50
0.55Mn	S/F	1,731 19.92		1.700 28.79

0.6Mn	S/F	1,978 21.73		1.980 30.149
0.65Mn		2,227 23.54		2.203 32.67
0.7Mn		2,532 25.35		2.514 35.97
0.75Mn		2,730 27.16		2.758 38.02
Mn		4.607 36.22		4.638 42.32

Nota: Elaborado por el autor.

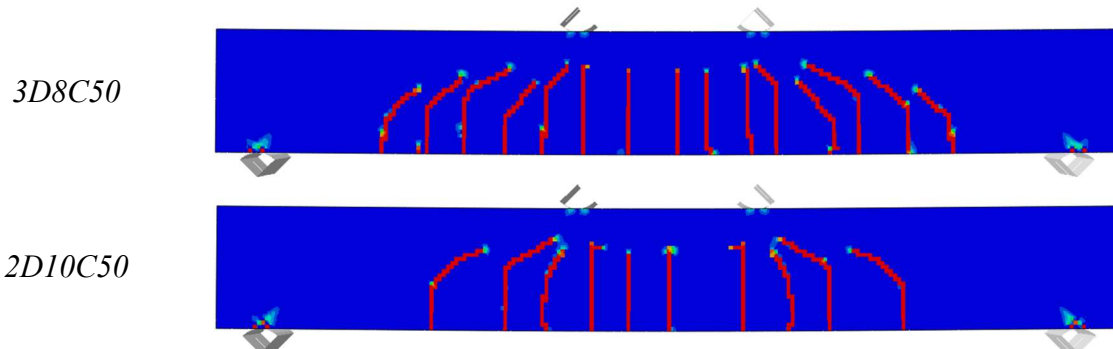
Los patrones de fisuración observados en los ensayos experimentales ofrecen una representación precisa del comportamiento real del concreto, al considerar aspectos como la irregularidad geométrica del material y su no linealidad intrínseca. La naturaleza no homogénea del concreto desempeña un papel significativo en la forma de las fisuras, especialmente debido a la disposición y acomodación de los agregados, en particular, los gruesos.

Sin embargo, al llevar a cabo el análisis de manera numérica en Abaqus, se excluye esta propiedad material, por lo que no se llega a una concordancia completa de los patrones de fisuración. En este contexto, se reconoce que las imperfecciones del concreto son determinantes en la fisuración real de la viga. A pesar de ello, el análisis numérico refleja patrones de fisuración más regulares, los cuales resultan muy útiles para interpretaciones prácticas en el análisis estructural.

A continuación, en las Figuras 17, 18 y 19 se presentan las variaciones en los patrones de fisuración asociadas a la distribución de aceros longitudinales. En la Tabla 8 se muestra el conteo de las fisuras que exhibe cada modelo.

Figura 17.

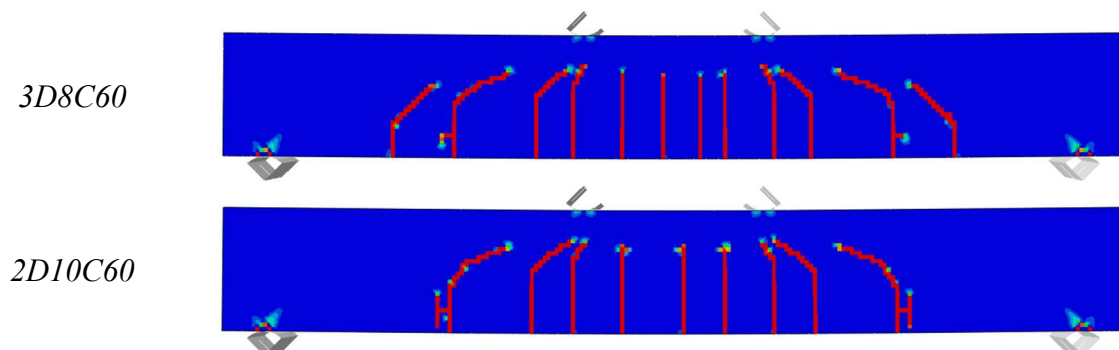
Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos C50mm.



Nota: Elaborado por el autor.

Figura 18.

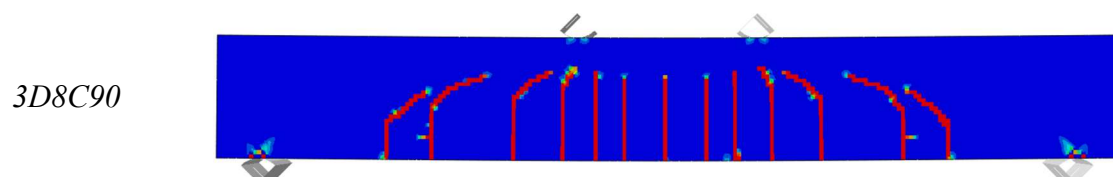
Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos C60mm.



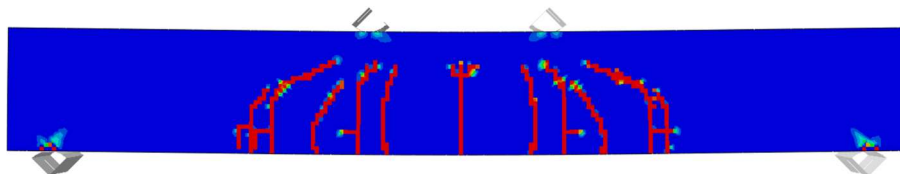
Nota: Elaborado por el autor.

Figura 19.

Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos C90mm.



2D10C90



Nota: Elaborado por el autor.

Tabla 8.

Número de fisuras en los modelos numéricos.

Modelo numérico	Uniformidad de fisuras	Número de fisuras	Promedio
3D8C50	Si	15	
3D8C60	Si	12	13
3D8C90	Si	13	
2D10C50	Si	10	
2D10C60	Si	9	9
2D10C90	No	9	

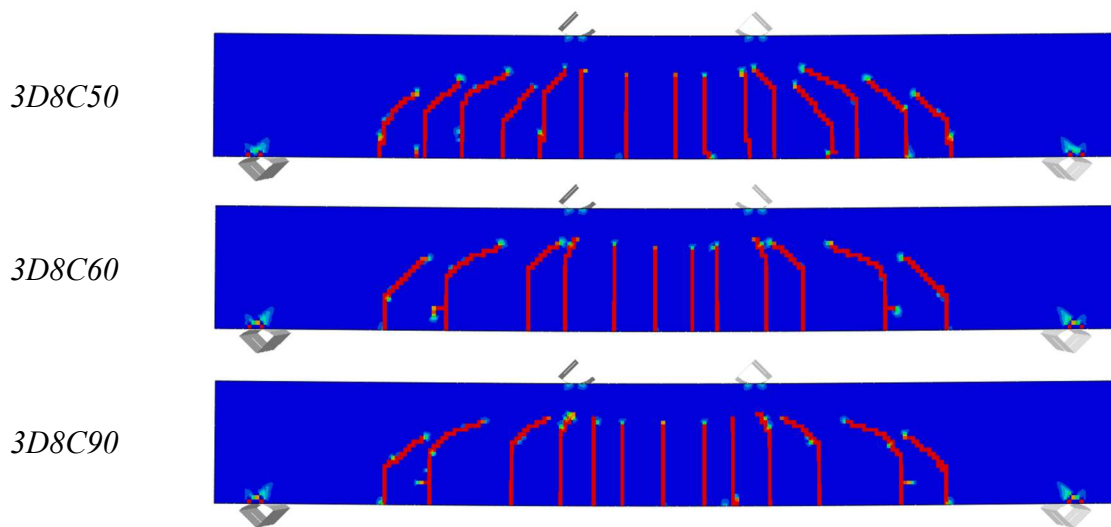
Nota: Elaborado por el autor.

Las representaciones de las Figuras 17, 18 y 19 evidencian que, a pesar de la mínima diferencia en las áreas de las dos configuraciones propuestas, los aceros longitudinales influyen notablemente en los patrones de fisuración. Se aprecia que al aumentar el número de barras longitudinales (3D8), las fisuras se distribuyen a lo largo de una mayor longitud de la viga, resultando en un incremento en el número de fisuras. En contraste, al reducir el número de barras (2D10), las fisuras se presentan en una longitud menor, manifestando así un menor número de fisuras. Estos resultados corroboran la relación entre las fisuras y el número de barras longitudinales establecida en el modelo experimental de (González & González, 2023).

En las Figuras 20 y 21 se presentan las variaciones en los patrones de fisuración asociadas a la distribución de aceros transversales.

Figura 20.

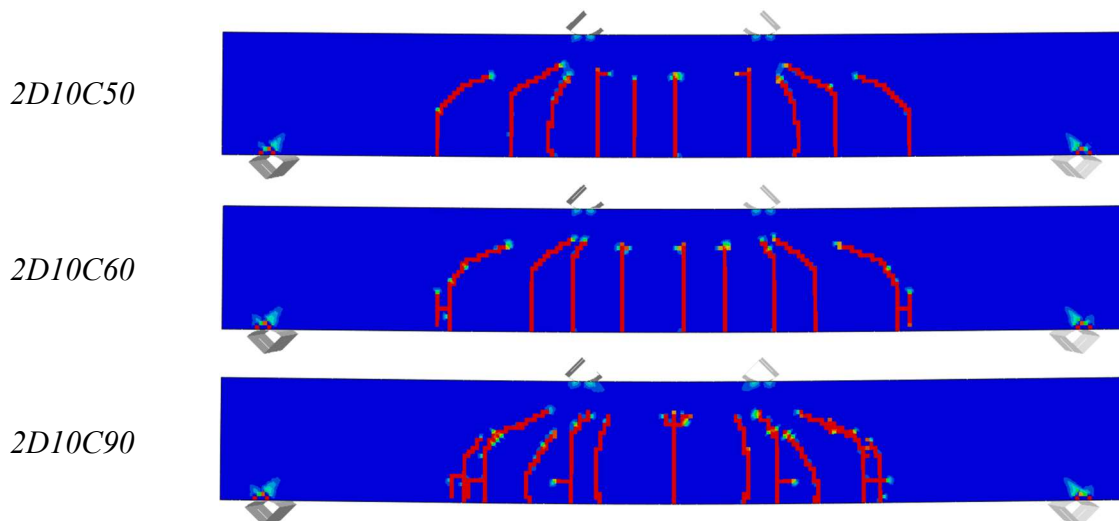
Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos 3D8.



Nota: Elaborado por el autor.

Figura 21.

Estado fisurado en el momento nominal de los modelos numéricos 2D10.



Nota: Elaborado por el autor.

El comportamiento de las fisuras en los modelos numéricos 2D10 muestra coherencia con las conclusiones expuestas en la propuesta de González & González (2023). Estos modelos confirman que, al incrementar la cantidad de estribos, las fisuras tienden a presentarse de manera más regular en el centro de la viga. Por otro lado, cuando la separación

entre estribos es mayor, se observa una menor cantidad de fisuras que se manifiestan de manera más desordenada, con ángulos de inclinación que tienden hacia los 45° . Es decir, que a una mayor separación entre estribos la vulnerabilidad a corte de las vigas aumentó. En resumen, se observa una clara tendencia en la que un aumento en la cantidad de estribos se correlaciona con un incremento en la cantidad de fisuras.

No obstante, esta tendencia no se mantuvo en el caso de las configuraciones 3D8 en la cual se presentaron 15, 12 y 13 fisuras para los modelos 3D8C50, 3D8C60 y 3D8C90 respectivamente. Además, se observa que, independientemente del número de estribos, las fisuras se presentan de manera regular en el centro de la viga para los tres modelos. De este modo, se puede inferir que la uniformidad de las fisuras está más influenciada por los aceros longitudinales que por los aceros transversales.

El número de fisuras influye directamente en la distribución y magnitud del daño en una estructura. Una menor cantidad de fisuras conlleva a una mayor concentración de daño en los puntos de fisuración, lo que resulta en fisuras más grandes y un daño no controlado. En contraste, una mayor cantidad de fisuras permite una mejor distribución y disipación del daño, con fisuras más pequeñas, lo que indica un daño controlado en la estructura.

En este contexto, las ilustraciones de las Figuras 20 y 21 y la información sintetizada de la Tabla 8, dejan claro que los modelos numéricos que tienen una mayor cantidad de aceros longitudinales (3 varillas), presentan una mayor cantidad de fisuras y por tanto, tienen un mejor control de fisuración en comparación con aquellos que solo tienen 2 varillas.

Estos resultados reflejan la complejidad en el estudio del comportamiento de los patrones de fisuración y sugieren que, independientemente del factor de imperfecciones en la homogeneidad del concreto, la separación de estribos influye en el comportamiento de los patrones de fisuración de la viga. No obstante, se observa que los resultados no proporcionan una correlación clara entre el número de fisuras y la separación de estribos. Ante esta

limitación, se decidió avanzar hacia el análisis de un modelo numérico con dimensiones reales para obtener una comprensión más completa y precisa del comportamiento de las fisuras en vigas de hormigón armado.

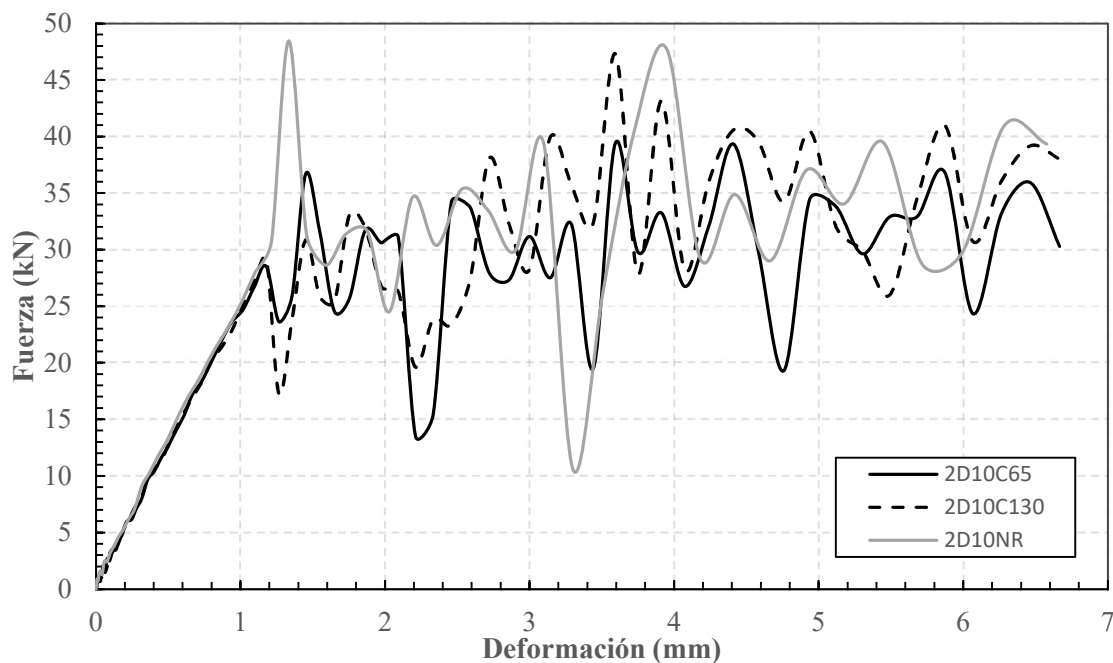
4.2. Modelo numérico con dimensiones reales

4.2.1. Diagrama fuerza-deformación

En esta sección se presentan los diagramas fuerza-deformación correspondientes a los modelos numéricos con dimensiones reales. Estas representaciones gráficas evidencian que, a pesar de contar con distintas configuraciones de acero transversal, los tres modelos exhiben un comportamiento muy similar en la curva fuerza-deformación.

Figura 22.

Diagrama fuerza-deformación de los modelos con dimensiones reales.



Nota: Elaborado por el autor.

De manera general, se observa que el comportamiento de las vigas es prácticamente el mismo en el rango lineal, comprendiendo hasta aproximadamente una deformación de 1.1

mm, con una capacidad de 29 kN. No obstante, la Figura 22 revela que las gráficas presentan fluctuaciones notables dentro del intervalo de comportamiento plástico de las vigas.

Estas variabilidades, catalogadas como "ruido", se originan debido a los diversos mecanismos de fisuración presentes en cada configuración de acero transversal. Este comportamiento define un escenario en el cual, al producirse la fisuración de la viga, se registra una disminución de la fuerza, representada en un pico bajo. Posteriormente, se observa una redistribución de la fuerza hacia el acero, generando un aumento de la capacidad y manifestándose como un pico alto. En consecuencia, se llevó a cabo el análisis en términos de fisuración para los dos estados identificados.

4.2.2. Análisis de los patrones de fisuración

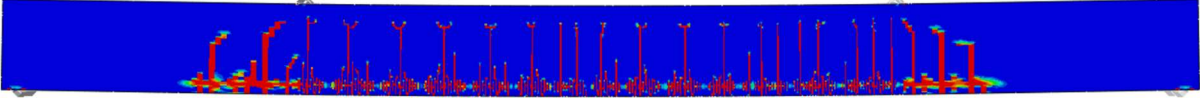
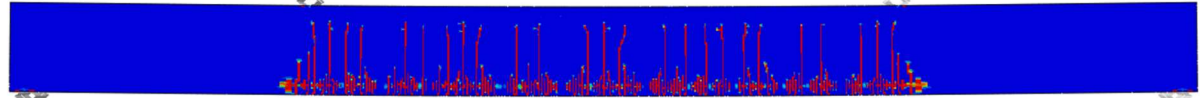
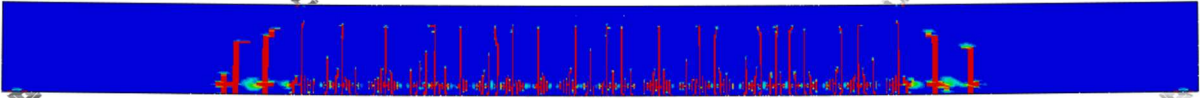
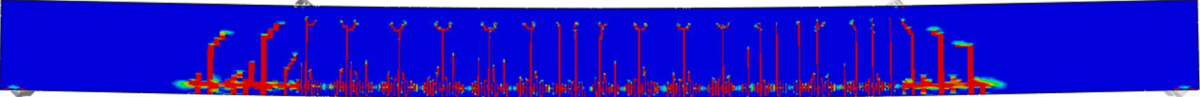
En esta sección se expone la abstracción de los patrones de fisuración de los tres modelos numéricos con dimensiones reales. La selección de los puntos a capturar se llevó a cabo considerando el tiempo de simulación. En este contexto, se exhiben, para un instante específico de simulación, tanto la deformación como la fuerza registrada por cada modelo.

En términos generales, se observa que los modelos que incluyen acero de refuerzo transversal en su zona de flexión pura experimentan una deformación similar, pero presentan una variación de hasta 7 kN en su capacidad de carga. Por otro lado, en el caso del modelo 2D10NR, que carece de estribos en la zona de flexión pura, se destaca una mayor capacidad de carga y una deformación del doble en comparación con aquellos que sí incorporan estribos.

Tabla 9.

Comparativa de los patrones de fisuración de los modelos con dimensiones reales.

Modelo	δ (mm) P (kN)	Abstracción Del Modelo Numérico
2D10C65	2.588 33.73	
2D10C130	2.588 27.38	
2D10NR	5.176 34.06	
2D10C65	4.073 26.75	
2D10C130	4.073 28.18	
2D10NR	8.147 44.63	
2D10C65	5.871 36.85	
2D10C130	5.871 40.99	
2D10NR	11.74 54.08	
2D10C65	7.923 35.03	
2D10C130	7.923 44.08	

2D10NR	15.84 52.01	
2D10C65	10.17 37.01	
2D10C130	10.17 48.45	
2D10NR	20.34 50.28	

Nota: Elaborado por el autor.

Al analizar el número de fisuras, se destaca que el modelo 2D10C65 exhibe la menor cantidad de fisuras, seguido por el 2D10C130, mientras que el 2D10NR presenta la mayor cantidad de fisuras.

Dado que los tres modelos muestran una curva fuerza-deformación muy similar, se puede inferir que la energía de deformación también es similar entre ellos. Se considera, por lo tanto, que los tres modelos tienen la misma energía de deformación para disipar, pero lo hacen en un número diferente de fisuras. Aquellos modelos con menos fisuras pueden ser menos eficientes en la disipación de energía, ya que las grietas se presentarán con un ancho mayor. Por el contrario, los modelos con un mayor número de fisuras pueden distribuir de manera más efectiva el daño en fisuras con anchos menores.

Los modelos numéricos con dimensiones reales proporcionan información clave al establecer que a mayor número de estribos se presenta un menor número de fisuras, las cuales, a su vez, presentarán un ancho mayor. Asimismo, se observa que un menor número de estribos se asocia con una mayor cantidad de fisuras, pero con un impacto menor.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La aplicación del método de elementos finitos en la calibración de modelos numéricos de vigas de hormigón armado demostró ser una forma eficiente de capturar los estados tenso-deformacionales y estados de fisuración. El software Abaqus desempeñó un papel fundamental como herramienta de simulación. No obstante, los resultados obtenidos estuvieron directamente vinculados a los parámetros seleccionados durante la fase de calibración. La adecuada caracterización del comportamiento de los materiales fue un factor determinante para lograr replicar con precisión el comportamiento estructural de las vigas.

La idealización del comportamiento de los materiales a través de las formulaciones teóricas de Kent & Park (1971) para el concreto y el modelo bilineal para el acero, resultaron factibles para el ingreso de datos dentro del software Abaqus. Además, se verificó la eficacia del modelo de daño plástico del concreto (CDP) para describir el daño a tracción que experimentaron las vigas de hormigón armado.

La calibración del modelo numérico a escala se basó en los resultados experimentales detallados en la tesis de González & González (2023). Se analizaron las propiedades de los materiales obtenidas mediante ensayos físicos, sin embargo, se optó por mantener una resistencia de 30MPa para el concreto. Esto con el fin de mantener un punto de comparación consistente en el análisis numérico. En cuanto al acero, se utilizó la resistencia especificada por el proveedor, dado que los resultados de González & González (2023) muestran a través de las curvas de capacidad de las secciones, que los aceros cumplen con la resistencia especificada. Por ende, considerar las resistencias exactas de los ensayos experimentales podría haber resultado en una evaluación que refleje solo la mitad de la capacidad real.

La validación de la calibración de los modelos numéricos a escala se realizó mediante la comparación de las curvas carga aplicada versus flecha entre los modelos experimentales y numéricos. Se detectaron discrepancias de hasta el 6.6% al evaluar la capacidad máxima de

carga. Estas discrepancias podrían atribuirse a las decisiones tomadas en relación con la resistencia de los materiales. No obstante, de manera general, se observó que las curvas de capacidad de los modelos experimentales y numéricos mostraron una notable similitud.

Por otro lado, el análisis comparativo de los diagramas momento-curvatura del modelo 3D8C60 permitió visualizar las discrepancias que surgen al simular el comportamiento de la sección a través de tres métodos: el analítico, el numérico y el obtenido del software Etabs. Se observó que el diagrama generado a partir de los datos de Abaqus mostraba una menor capacidad a momento nominal en comparación con los obtenidos de manera analítica y en Etabs. La capacidad generada en Abaqus varió en un 16.75%, mientras que la del método analítico lo hizo en un 11.75% en comparación con la capacidad generada en Etabs. A pesar de esto, los modelos analítico y numérico exhibieron un comportamiento idéntico antes de que la sección presentara agrietamiento.

El análisis de los estados de fisuración permitió llegar a la conclusión de que cuando todas las vigas experimentan cargas y deformaciones similares, entonces el área bajo la curva del diagrama fuerza vs deformación será también similar, lo que implica que la energía disipada en cada una de ellas es la misma. Al comparar las energías de deformación de los modelos a escala se observó que estas variaban en un promedio del 9.27%. Al relacionar este fenómeno con el número de fisuras presentes en la viga, podríamos inferir que la energía se disipa a través de múltiples fisuras o de fisuras concentradas, dependiendo de la separación de los estribos asignada.

La primera conclusión derivada de este análisis es que una mayor cantidad de fisuras contribuye a una distribución más efectiva de la energía disipada. Este hallazgo se respalda con la evidencia experimental presentada en la propuesta de González & González (2023), donde se observa una proporcionalidad entre el número de fisuras y el número de estribos. No obstante, la tesis destaca la influencia de factores como la imperfección geométrica propia del

concreto debido a su no homogeneidad, así como la calidad y resistencia de los aceros utilizados como estribos.

Durante el análisis de los modelos numéricos a escala, no se logró apreciar claramente cómo la separación de los estribos afecta a los patrones de fisuración en las vigas. Los modelos numéricos 2D10C50, 2D10C60 y 2D10C90 mostraron 10, 9 y 9 fisuras respectivamente, lo que sugiere que una disminución en la separación de los estribos conduce a un mayor número de fisuras. Sin embargo, los modelos 3D8C50, 3D8C60 y 3D8C90 presentaron 15, 12 y 13 fisuras respectivamente, lo que no respalda esta suposición. Esta discrepancia condujo a la realización de una verificación a través del análisis de modelos con dimensiones reales.

El análisis del modelo numérico con dimensiones reales reveló que la relación entre el número de fisuras y el número de estribos es inversamente proporcional, lo cual contradice lo establecido en los ensayos tanto experimentales como numéricos de la propuesta de González & González (2023). En situaciones donde hay mayor cantidad de estribos, se observa que el daño tiende a concentrarse en menos fisuras, resultando en una fisura o abertura más grande. Por el contrario, la ausencia de estribos conduce a una distribución más amplia del daño a lo largo de la viga, generando fisuras más pequeñas.

En términos de funcionamiento de las vigas se pueden rescatar dos conclusiones sumamente importantes. En primer lugar, se encuentra el funcionamiento de una zona de rótula plástica, denominado funcionamiento por resistencia. La rótula plástica busca generar puntos de fluencia únicamente en el acero, por ende, trata de crear zonas de alto confinamiento para que el hormigón intente mantenerse unido y no falle cuando esté sometido a compresión. En este caso, la preocupación principal no radica en el tamaño de la abertura, sino en asegurar un funcionamiento adecuado mediante una fisuración mínima y daño concentrado para controlar eficientemente la rótula. Por otro lado, se destaca el

funcionamiento por servicio, donde la prioridad recae en mantener las aberturas lo más pequeñas posible, evitando así efectos de corrosión sobre los aceros.

En otro contexto, se debe destacar que el confinamiento incrementa la resistencia a la compresión, pero no necesariamente el módulo de ruptura del concreto. Se debe tener precaución respecto a la pérdida de sección de compresión causada por el aplastamiento bajo las células de carga en los ensayos, especialmente cuando no se colocan estribos.

Se recomienda continuar la investigación mediante la transición del análisis numérico con dimensiones reales a un modelo experimental. Una forma efectiva podría ser la colaboración mediante convenios interinstitucionales con laboratorios que posean la capacidad para llevar a cabo estos ensayos. Esto permitiría ampliar el alcance de la investigación y fortalecer la validez de los resultados obtenidos.

BIBLIOGRAFÍA

- Abaqus. (2011). *Abaqus/CAE User's Manual*. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/http://130.149.89.49:2080/v6.11/pdf_books/CAE.pdf
- ACI 318. (2019). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural*.
- ACI Committee 224. (2001). *Control of cracking in concrete structures*.
- Aguiar, R., Mora, D., & Rodríguez, M. (2015). Diagrama momento-curvatura y momento-rotación para elementos de hormigón armado y acero con ASCE/SEI 41 y sistema de computación CEINCI-LAB. *Ciencia*, 17(2).
- Cabrera, D., & Suquilanda, B. (2023). *Calibración del modelo numérico de una viga de hormigón armado definida para falla por corte* [Universidad Católica de Cuenca]. <https://dspace.ucacue.edu.ec/handle/ucacue/16046>
- Carrasco, L. (2011). *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería* (Empresa Editora Macro E.I.R.L., Ed.; Cuarta edición). Empresa Editora Macro E.I.R.L.
- Celigüeta, J. T. (2011). *Método de los elementos finitos para análisis estructural* (Cuarta Edición). Escuela Superior de Ingenieros Industriales.
- Frosch, R. J. (2005). Another Look at Cracking and Crack Control in Reinforced Concrete. *318Reference*, 10(16), 437-442.
- González, F., & González, R. (2023). *Evaluación experimental del efecto de la separación entre estribos en una viga concebida para falla dúctil a flexión* [Ingeniería Civil, Universidad Católica de Cuenca]. <https://dspace.ucacue.edu.ec/handle/ucacue/15380>
- Hognestad, E. (1951). *A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members*. <https://core.ac.uk/download/pdf/4814295.pdf>
- Jose, J., & Santana, H. (2014). El enfoque del aci-318 para el chequeo de la fisuración: Una visión desde la realidad cubana. *Revista de la construcción*, 13(2), 15-21. <https://doi.org/10.4067/S0718-915X2014000200002>

- Kent, D. C., & Park, R. (1971). Flexural members with confined concrete. *Journal of the Structural Division*, 97(7), 1969-1990.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002957>
- Lee, J., & Fenves, G. L. (1998). Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 124(8), 892-900.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1998\)124:8\(892\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:8(892))
- Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., & Oñate, E. (1989). A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 25, 299-326.
<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:121323580>
- Mander, J. B., Priestley, M. J. N., & Park, R. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *J. Struct. Eng.*, 114(8).
https://web.itu.edu.tr/darilmazk/file/Mander_Priestley_Park_StressStrainModelforConfinedConcrete.pdf
- McCormac, J., & Brown, R. (2017). *Diseño de concreto reforzado* (Décima edición). Alfaomega Grupo Editor.
- Mora, D., & Aguilar, R. (2015). Modelación de diagrama momento-curvatura y momento-rotación en secciones de acero estructural. *Ciencia*, 17(1).
- Morales, S., & Montenegro, D. (2023). *Calibración del modelo numérico de una viga de hormigón armado definida para falla por compresión* [Universidad Católica de Cuenca]. <https://dspace.ucacue.edu.ec/handle/ucacue/16045>
- NEC-SE-HM. (2015). *Estructuras de Hormigón Armado*.
<https://www.habitatyvivienda.gob.ec/wp-content/uploads/2023/03/8.-NEC-SE-HM-Hormigon-Armado.pdf>
- Nilson, A. H., & Darwin, David. (1997). *Diseño de estructuras de concreto* (Duodécima edición). McGraw-Hill. <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://marodyc.files.wordpress.com/2014/06/disec3b1o-de-estructuras-de-concreto-nilson-arthur.pdf>

- Rodríguez, G., Bonilla, J., & Hernández, J. (2016). Modelación numérica de vigas continuas de gran peralte de hormigón armado. *Revista ingeniería de construcción*, 31(3), 163-174. <https://doi.org/10.4067/S0718-50732016000300002>
- Rodríguez, J., Martí, J., & Martínez, F. (2012). *Calibración de Modelos Constitutivos de Hormigón*.
- Rodríguez, L., & Linero, D. (2012). Modelación numérica del concreto simple con elementos finitos mediante la teoría de la plasticidad y la función de fluencia de Hu y Schnobrich. *Revista ingeniería de construcción*, 27(3), 129-144.
- Roy, H. E. H., & Sozen, M. A. (1965). *Ductility of concrete*. <https://doi.org/https://doi.org/10.14359/16718>
- Simulia DS. (2023a). *Abaqus/Explicit*. SIMULIA - Dassault Systèmes. <https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus/explicit>
- Simulia DS. (2023b). *Abaqus/Standard*. SIMULIA - Dassault Systèmes. <https://www.3ds.com/products/simulia/abaqus/standard>
- UNE-EN 1992-1-1. (2004). *Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón*. www.aenor.es
- Vera, J., & Encalada, A. (2023). *Calibración del modelo numérico de una viga de hormigón armado definida para falla dúctil* [Universidad Católica de Cuenca]. <https://dspace.ucacue.edu.ec/handle/ucacue/14082>
- Yousefi, A. (2020). *Concrete Damage Plasticity (CDP)*.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

a	Altura del bloque de compresiones rectangular del concreto, mm.
a_c	Aceleración, m/s^2 .
A	Área de hormigón simétrica con las armaduras dividido por el número de barras, in^2 .
A_s	Área total de las barras utilizadas como refuerzo a tracción, mm^2 .
b	Ancho más pequeño de la sección del elemento sometida a esfuerzos de tracción, mm.
b_w	Dimensión horizontal de la sección transversal de la viga (ancho o base), mm.
c	Medida que comprende la distancia entre la fibra más alejada a compresión y el eje neutro de la viga, mm.
C	Fuerza de compresión del hormigón, N.
$C_{Rd,c}$	Coefficiente de variabilidad recomendado por la norma UNE EN.
d	Dimensión vertical que comprende la distancia entre la fibra comprimida más alejada y el centroide de las barras de refuerzo a tracción, mm.
$\{d\}$	Vector de los desplazamientos nodales.
d_a	Tamaño del agregado grueso, mm.
d_c	Distancia entre la fibra más alejada a tracción y el centroide del refuerzo a tracción más cercano, in.
d'	Dimensión vertical que comprende la distancia entre la fibra comprimida más alejada y el centroide de las barras de refuerzo a compresión, mm.
E_a	Módulo de Young o Elasticidad de los agregados, MPa.
E_c	Módulo de Young o Elasticidad del hormigón según la ACI, MPa.
E_{cn}	Módulo de Young o Elasticidad del hormigón según la NEC, MPa.
E_s	Módulo de Young o Elasticidad del acero de refuerzo, MPa.
f_c	Resistencia a la compresión del concreto, MPa.
f'_c	Resistencia máxima a la compresión del concreto, MPa.
f''_c	Resistencia a la flexión del concreto en compresión, MPa.
f'_{cu}	Resistencia del hormigón en compresión en el bloque de distribuciones de tipo función cúbica.
f_{ck}	Resistencia a la compresión del hormigón de acuerdo a la UNE EN, MPa.
f_r	Esfuerzo de fisuración en el concreto, MPa.
f_s	Esfuerzo en el refuerzo a tracción, MPa.

f_s	Tensión en el acero de las armaduras, ksi.
f_u	Resistencia última del acero de refuerzo, MPa.
f_y	Esfuerzo en el que el acero inicia su fluencia, MPa.
$\{F\}$	Vector de las fuerzas y momentos nodales.
h	Altura de la viga de hormigón armado, mm.
h_1	Distancia medida entre el eje neutro y las barras de refuerzo, in.
k	Factor utilizado para calcular la resistencia a fuerzas cortantes en el hormigón, considerando el peralte efectivo.
k_1	Constante del bloque de compresión.
k_3	Factor que relaciona la resistencia del hormigón en la viga con la resistencia del cilindro de hormigón.
$[k]$	Matriz de rigidez un elemento.
m	Masa, Kg.
M_{cr}	Momento al que el concreto empieza a fisurarse, N·mm.
M_n	Momento resistente de una viga sometida a flexión, N·mm
M_u	Momento de rotura de la viga, N·mm.
s	Separación entre los centroides de las barras de acero colocadas como refuerzo a tracción, in.
S_m	Separación media de fisuras, mm.
t_b	Distancia medida entre el centro de la barra de refuerzo y la fibra más traccionada, in.
t_s	Distancia medida entre el borde lateral de la viga y el centro de la barra de refuerzo más cercana, in.
T	Fuerza de tracción del acero, N.
V_u	Cortante actuante en la sección de hormigón armado, N·mm.
w_c	Ancho máximo de grietas según Frosch, in.
W_b	Ancho de fisuras máximo en el fondo de la viga, in.
W_k	Abertura de fisura según la EHE-08, mm.
W_s	Ancho máximo de fisura a nivel del refuerzo a tracción, in.
β	Relación entre la distancia desde el eje neutro hasta la fibra más distante en tracción y la distancia desde el eje neutro hasta el centroide del refuerzo (h_2/h_1). En vigas y losas, este valor puede establecerse como 1.2 en sistemas unidireccionales, mientras que para losas sujetas a carga en dos direcciones, se considera un valor de 1.35.

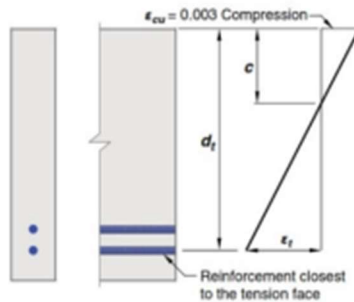
β_E	Coefficiente que tiene un valor de 1.3 cuando la fisuración es inducida por acciones indirectas y de 1.7 en otros escenarios de fisuración.
ε	Deformación.
ε_c	Deformación unitaria del concreto.
ε_0	Deformación unitaria del concreto para f'_c .
ε_{20c}	Deformación a 0.2 de la resistencia máxima f'_c en la rama descendente de la curva tensión-deformación para concreto confinado.
ε_{50c}	Deformación a 0.5 de la resistencia máxima f'_c en la rama descendente de la curva tensión-deformación para concreto confinado.
ε_{50h}	Diferencia entre ε_{50c} y ε_{50u} .
ε_{50u}	Deformación a 0.5 de la resistencia máxima f'_c en la rama descendente de la curva tensión-deformación para concreto no confinado.
ε_{cu}	Deformación máxima del concreto a compresión.
ε_{cy}	Deformación unitaria a la que el concreto inicia la fluencia.
ε_{sm}	Alargamiento medio de las armaduras.
ε_{tu}	Deformación unitaria del refuerzo en el punto de esfuerzo último.
ε_{ty}	Deformación unitaria del refuerzo en el punto de esfuerzo de fluencia.
σ	Esfuerzo, MPa.
σ_c	Esfuerzo en el concreto, MPa.
σ_{cp}	Esfuerzo axial debido a la carga o pretensado, MPa.
ρ	Cuantía de acero longitudinal a tracción.
λ	Factor que considera las propiedades reducidas de un concreto de peso liviano con respecto a un concreto de la misma resistencia a compresión con peso normal.

ANEXOS

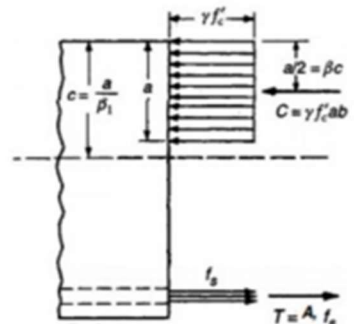
Anexo 1. Diseño de sección rectangular - modelo 3D8

MODELO 3D8

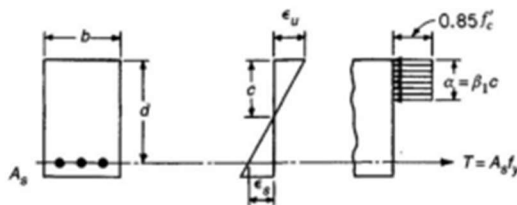
DISEÑO DE SECCIÓN RECTANGULAR DE HORMIGÓN (CORTANTE)

**PROPIEDADES DEL HORMIGÓN**

$$\begin{aligned}
 f'c &:= 25 && \text{ACI 318-19 19.3.2.1} \\
 EC_{ACI} &:= 4700 \cdot \sqrt{f'c} = 23500 && \text{ACI 318-19 19.2.2.1-b (sismo)} \\
 EC_{NEC} &:= 1150 \cdot \sqrt[3]{67.9 \cdot \sqrt{f'c}} = 23458 && (Ea=67.9GPa-caliza Guayas/flechas) \\
 \epsilon_{cmax} &:= 0.003 && \text{ACI 318-19 22.2.2.1} \\
 \lambda &:= 1 && \text{Hormigón de peso normal} \\
 fr &:= 0.62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} = 3.1 && \text{ACI 318-19 19.3.2.1} \\
 \gamma c &:= 23.56 \\
 v &:= 0.2 \\
 d_{50} &:= 1 \cdot 25.4 = 25.4
 \end{aligned}$$

**Propiedades del bloque de compresión del hormigón:**

$$\theta_1 := \begin{cases} \text{if } f'c > 55 & = 0.85 \\ \text{if } 17 \leq f'c \leq 28 & 0.65 \\ \text{if } 28 < f'c \leq 55 & 0.85 \\ \text{if } 28 < f'c \leq 55 & 0.85 - (0.05 \cdot (f'c - 28) \div 7) \end{cases} \quad \text{ACI 318-19 22.2.2.4.3}$$

Dimensiones y detalles de refuerzo de la sección de hormigón**Propiedades del acero de refuerzo**

$$\begin{aligned}
 fy &:= 390 \\
 \epsilon_{sy} &:= 0.005 \\
 Es &:= 200000 && \text{ACI 318-19 20.2.2.2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L &:= 1 && \text{m} \\
 b &:= 100 && \text{mm} \\
 h &:= 150 && \text{mm} \\
 rec &:= 20 && \text{mm} \\
 \phi_v &:= 8 && \text{mm} \quad Nvd := 3 \\
 \phi_e &:= 5.5 && \text{mm}
 \end{aligned}$$

$$rec.mec := rec + \frac{\phi_v}{2} + \phi_e = 29.5 \text{ mm} \quad \text{ACI 318-19 20.5.1.3.1}$$

$$d := h - rec.mec = 120.5 \text{ mm}$$

$$s_{min} := \max\left(25, \phi_v, \frac{4 \cdot d_{50}}{3}\right) = 33.867 \text{ mm} \quad \text{ACI 318-19 25.2.1}$$

$$s_{col} := \frac{(b - \phi_v \cdot Nvd - 2 \cdot rec - 2 \cdot \phi_e)}{Nvd - 1} = 12.5 \text{ mm}$$

$$s_{max} := \min\left(380 \cdot \left(\frac{280}{2 \cdot fy}\right) - 2.5 \cdot rec, 300 \cdot \left(\frac{280}{2 \cdot fy}\right)\right) = 323.077 \text{ mm} \quad \text{ACI 318-19 24.3.2}$$

$$A_{s_{min}} := \frac{1.4}{f_y} \cdot b \cdot d = 43.256 \quad \text{mm}^2$$

Quantías máximas y mínimas

Se debe suponer una falla dúctil controlada por tracción, por lo tanto: T=C

Para garantizar la fluencia del acero se toma un valor de deformación unitaria del acero de 0.005

Quantía máxima del acero

$$c_{max} := \frac{\epsilon_{cmax}}{\epsilon_{cmax} + \epsilon_{ty}} \cdot d = 45.188 \quad \text{ACI 318-19 9.3.3.1}$$

$$a_{max} := c_{max} \cdot \theta_1 = 38.409$$

$$\rho_{max} := 0.85 \cdot \theta_2 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{c_{max}}{d} = 0.017$$

$$A_{s_{max}} := \rho_{max} \cdot b \cdot d = 209.282 \quad \text{mm}^2$$

As máx

$$c_1 := d \cdot \frac{0.003}{0.008} = 45.188 \quad \text{mm} \quad a_2 := 0.85 \cdot c_1 = 38.409 \quad \text{mm}$$

$$A_{s_{max}} := \frac{0.85 \cdot f'_c \cdot a_1 \cdot b}{f_y} = 209.282 \quad \text{mm}^2$$

Quantía mínima del acero

$$\rho_{min1} := 0.25 \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.003 \quad \text{ACI 318-19 9.6.1.2a}$$

$$\rho_{min2} := \frac{1.4}{f_y} = 0.004$$

$$\rho_{min} := \max(\rho_{min1}, \rho_{min2}) = 0.004 \quad \text{ACI 318-19 9.6.1.2b}$$

$$A_{s_{min}} := \rho_{min} \cdot b \cdot d = 43.256 \quad \text{mm}^2$$

Acero colocado

$$A_{s_{col}} := \frac{\pi \cdot \phi_v^2}{4} \cdot Nvd = 150.796 \quad \text{mm}^2 \quad \mathbf{3 \text{ } \emptyset \text{ 8mm}}$$

$$\rho_w := \frac{A_{s_{col}}}{b \cdot d} = 0.013$$

$$a_2 := \frac{f_y \cdot A_{s_{col}}}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 27.676$$

$$c_2 := \frac{a_2}{0.85} = 32.56$$

$$Mn1 := \frac{f_y \cdot A_{s_{col}} \cdot \left(d - \frac{a_2}{2}\right)}{1000000} = 6.273 \quad \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\xi_{s1} := \frac{0.003 \cdot (d - c_2)}{c_2} = 0.008$$

El acero a tensión fluye

Diseño a sección doblemente armada

$$A's = 2 \phi 8 \text{ mm}$$

Acero colocado a compresión cumple ya que se encuentra entre A_{smin} y A_{smax}

$$A's_{col} := 2 \frac{\pi \cdot 8^2}{4} = 100.531 \text{ mm}^2$$

$$d' := rec + \phi_e + \frac{8}{2} = 29.5 \text{ mm} \quad c_3 := \frac{a_3}{0.85}$$

Por relación de triángulos se sabe que:

$$T = A_s \cdot f_y \quad C_H = 0.85 \cdot f'c \cdot a \cdot b \quad C_A = A's \cdot f_s$$

$$T = C$$

$$A_s \cdot f_y = 0.85 \cdot f'c \cdot a \cdot b - A's \cdot f_s$$

$$\xi_{s2} := \frac{0.003 \cdot (c_3 - d')}{c_3}$$

$$F_s := E_s \cdot \xi_{s2}$$

$$a := f_y \cdot A_{s_{col}} - 0.85 \cdot f'c \cdot a_3 \cdot b - A's_{col} \cdot F_s \xrightarrow{\text{solve}, a_3} \begin{bmatrix} -27.0359906579301925466 \\ 26.3263603173546157466 \end{bmatrix}$$

$$a_3 := 26.3263603173546157466 \text{ mm}$$

$$c_3 := \frac{a_3}{0.85} = 30.972$$

Se comprueba el estado de fluencia de los aceros

$$\xi_{s2} := \frac{0.003 \cdot (c_3 - d')}{c_3} = 0.00014$$

El acero a compresión no fluye

$$F_{s2} := E_s \cdot \xi_{s2} = 28.52$$

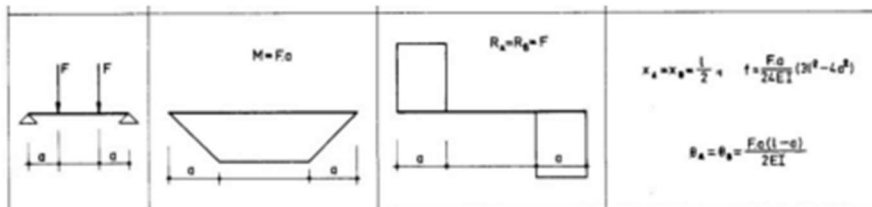
$$\xi_{s1} := \frac{0.003 \cdot (d - c_3)}{c_3} = 0.009$$

El acero a tensión fluye por lo tanto es una falla controlada por tracción

Cálculo del momento resistente

Se calcula el momento nominal de la sección doblemente armada y la carga puntual para la configuración de cargas de la viga

$$Mn_2 := \frac{0.85 \cdot f'c \cdot a_3 \cdot b \cdot \left(d - \frac{a_3}{2}\right) + (A's_{col} \cdot F_{s1}) \cdot (d - d')}{1000000} = 6.266 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



$$P := \frac{Mn_2}{\left(\frac{1 - 0.22}{2}\right)} = 16.066 \text{ kN}$$

Diseño a cortante de la sección

$$\phi_v := 8 \text{ mm} \quad L_n := 1000 \text{ mm}$$

$$\phi_e := 5.5 \text{ mm}$$

$$Nvd := 3$$

Geometría del gancho estándar para el desarrollo de barras corrugadas a tracción

Diámetro interior min de doblado $Diam := 6 \cdot \phi_v = 48 \text{ mm}$

Extensión recta $L_{ext} := 12 \cdot \phi_v = 96 \text{ mm}$

Cortante (60mm)

$$\phi_c := 1 \quad \text{ACI 318-19 21.2.1}$$

Comprobar:

$$\sqrt{f'c} = 5 \quad \text{menor a } 8.31 \text{ MPa} \quad \text{ACI 318-19 22.5.3.1}$$

$$Nu := 0$$

$$Ag := b \cdot h = 1.5 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\frac{Nu}{6 \cdot Ag} = 0 \quad \text{menor que } 0.003 \cdot f'c = 0.075$$

Valores de Vc y Vs máximos

ACI 318-19 22.5.5.1.1 /
ACI 318-19 22.5.5.1.2

$$V_{c_{max}} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 25.305$$

$$V_{s_{max}} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 39.765$$

Valores de Av/s mínimos

ACI 318-19 9.6.3.4

Separaciones máximas

ACI 318-19 9.7.6.2.3

$$Vud_{max} := 16.066 \quad \text{cond} := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 19.883$$

$$Sep := \begin{cases} \text{if } Vud_{max} \leq \text{cond} \\ \quad \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"} \\ \text{else} \\ \quad \text{"Menor entre } (d/4; 300\text{mm})\text{"} \end{cases} = \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"}$$

$$s_{asum} := 60 \text{ mm} \quad \frac{d}{2} = 60.25$$

$$Av_{max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.846 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min1} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.079 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min2} := \frac{0.35 \cdot b}{fy} = 0.09 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min} := \max(Av_{min1}, Av_{min2}) = 0.09 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{vmin} := A_{vmin} \cdot s_{asum} = 5.385 \text{ mm}^2$$

$$A_{vcol} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot \phi_e^2}{4} = 47.517 \text{ mm}^2 \quad 2 \phi 5.5 \text{ mm}$$

$$A_{v_scol} := \frac{A_{vcol}}{s_{asum}} = 0.792$$

$$V_{Scol} := \frac{A_{v_scol} \cdot f_y \cdot d}{1000} = 37.217 \text{ kN}$$

Cálculo de Vc

$$V_c := \frac{\left(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 \cdot A_g}\right) \cdot b \cdot d}{1000} = 10.243$$

$$V_{scot} := \phi_c \cdot (V_c + V_{Scol}) = 47.46 \text{ kN}$$

Cálculo de Vsreq

$$V_{u1} := 16.066 \text{ kN}$$

$$V_{ud1} := \frac{\left(\frac{L_n - d}{1000}\right) \cdot V_{u1}}{\frac{L_n}{1000}} = 14.13 \text{ kN}$$

$$V_{sreq} := \frac{V_{ud1}}{\phi_c} - V_c = 3.888$$

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

Criterio	V_c		
$A_s \geq A_{s,min}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(a)
		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(b)
$A_s < A_{s,min}$		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(c)

Cortante (50mm)

$$\phi_c := 1$$

ACI 318-19 21.2.1

Comprobar:

$$\sqrt{f'_c} = 5$$

menor a 8.31 MPa

ACI 318-19 22.5.3.1

$$N_u := 0$$

$$A_g := b \cdot h = 1.5 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\frac{N_u}{6 \cdot A_g} = 0$$

menor que $0.003 \cdot f'_c = 0.075$

Valores de Vc y Vs máximos

ACI 318-19 22.5.5.1.1 /
ACI 318-19 22.5.5.1.2

$$V_{c,max} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 25.305$$

$$V_{s,max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 39.765$$

Valores de Av/s mínimos

ACI 318-19 9.6.3.4

Separaciones máximas

ACI 318-19 9.7.6.2.3

$$V_{ud,max} := 16.066 \quad \text{cond} := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 19.883$$

$$Sep := \left\| \begin{array}{l} \text{if } V_{ud,max} \leq \text{cond} \\ \quad \left\| \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm}) \right\| \\ \quad \text{else} \\ \quad \left\| \text{"Menor entre } (d/4; 300\text{mm}) \right\| \end{array} \right\| = \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm}) \text{"}$$

$$s_{asum} := 50 \text{ mm} \quad \frac{d}{2} = 60.25$$

$$Av_{max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.846 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min1} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.079 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min2} := \frac{0.35 \cdot b}{fy} = 0.09 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min} := \max(Av_{min1}, Av_{min2}) = 0.09 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min} := Av_{min} \cdot s_{asum} = 4.487 \text{ mm}^2$$

$$Av_{col} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 47.517 \text{ mm}^2 \quad 2 \phi 5.5mm$$

$$Av_{scol} := \frac{Av_{col}}{s_{asum}} = 0.95$$

$$VS_{col} := \frac{Av_{scol} \cdot fy \cdot d}{1000} = 44.661 \text{ kN}$$

Cálculo de Vc

$$VC := \frac{\left(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} + \frac{Nu}{6 \cdot Ag}\right) \cdot b \cdot d}{1000} = 10.243$$

$$V_{scol} := \phi_c \cdot (VC + VS_{col}) = 54.903 \text{ kN}$$

Cálculo de Vsreq

$$Vu1 := 16.066 \text{ kN}$$

$$Vud1 := \frac{\left(\left(\frac{L_n - d}{1000}\right) \cdot Vu1\right)}{\frac{L_n}{1000}} = 14.13 \text{ kN}$$

$$Vs_{req} := \frac{Vud1}{\phi_c} - VC = 3.888$$

Cortante (90mm)

$$\phi_c := 1$$

ACI 318-19 21.2.1

Comprobar:

$$\sqrt{f'c} = 5$$

menor a 8.31 MPa

ACI 318-19 22.5.3.1

$$Nu := 0$$

$$Ag := b \cdot h = 1.5 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\frac{Nu}{6 \cdot Ag} = 0$$

menor que $0.003 \cdot f'c = 0.075$ **Valores de Vc y Vs máximos**ACI 318-19 22.5.5.1.1 /
ACI 318-19 22.5.5.1.2

$$VC_{max} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 25.305$$

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

Criterio	V_c		
$A_s \geq A_{s,min}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(a)
		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(b)
$A_s < A_{s,min}$		$\left(0.66\lambda\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(c)

$$VS_{\max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 39.765$$

Valores de Av/s mínimos

ACI 318-19 9.6.3.4

Separaciones máximas

ACI 318-19 9.7.6.2.3

$$Vud_{\max} := 16.066 \quad \text{cond} := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 19.883$$

$$Sep := \begin{cases} \text{if } Vud_{\max} \leq \text{cond} \\ \quad \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"} \\ \text{else} \\ \quad \text{"Menor entre } (d/4; 300\text{mm})\text{"} \end{cases} = \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"}$$

$$s_{\text{asum}} := 90 \text{ mm} \quad \frac{d}{2} = 60.25$$

$$AV_{\max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.846 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$AV_{\text{min1}} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.079 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$AV_{\text{min2}} := \frac{0.35 \cdot b}{fy} = 0.09 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$AV_{\text{min}} := \max(AV_{\text{min1}}, AV_{\text{min2}}) = 0.09 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{\text{min}} := AV_{\text{min}} \cdot s_{\text{asum}} = 8.077 \text{ mm}^2$$

$$AV_{\text{col}} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 47.517 \text{ mm}^2 \quad 2 \phi 5.5\text{mm}$$

$$AV_{\text{scol}} := \frac{AV_{\text{col}}}{s_{\text{asum}}} = 0.528$$

$$VS_{\text{col}} := \frac{AV_{\text{scol}} \cdot fy \cdot d}{1000} = 24.812 \text{ kN}$$

Cálculo de Vc

$$VC := \frac{(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} + \frac{Nu}{6 \cdot Ag}) \cdot b \cdot d}{1000} = 10.243$$

$$V_{\text{scol}} := \phi_c \cdot (VC + VS_{\text{col}}) = 35.054 \text{ kN}$$

Cálculo de Vsreq

$$Vu1 := 16.066 \text{ kN}$$

$$Vud1 := \frac{\left(\frac{L_n - d}{1000} \right) \cdot Vu1}{\frac{L_n}{1000}} = 14.13 \text{ kN}$$

$$VS_{\text{req}} := \frac{Vud1}{\phi_c} - VC = 3.888$$

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

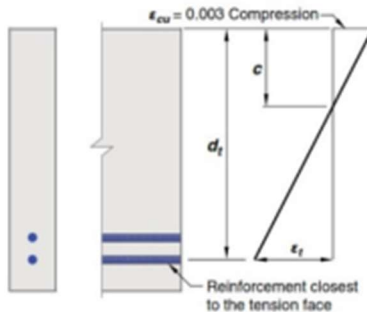
Criterio	V_c		
$A_s \geq A_{s,\text{mín}}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17 \lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 A_g} \right) b_w d$	(a)
		$\left(0.66 \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 A_g} \right) b_w d$	(b)
$A_s < A_{s,\text{mín}}$		$\left(0.66 \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 A_g} \right) b_w d$	(c)

En todos los casos $V_{\text{col}} > V_{\text{req}}$ por lo tanto se controla cualquier tipo de falla a corte.

Anexo 2. Diseño de sección rectangular - modelo 2D10

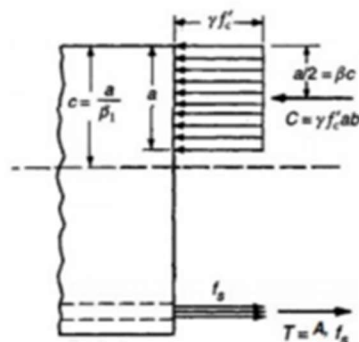
MODELO 2D10

DISEÑO DE SECCIÓN RECTANGULAR DE HORMIGÓN (CORTANTE)



PROPIEDADES DEL HORMIGÓN

$$\begin{aligned}
 f'_c &:= 30 && \text{ACI 318-19 19.3.2.1} \\
 E_{c_{ACI}} &:= 4700 \cdot \sqrt{f'_c} = 25743 && \text{ACI 318-19 19.2.2.1-b (sismo)} \\
 E_{c_{NEC}} &:= 1150 \cdot \sqrt[3]{67.9 \cdot \sqrt{f'_c}} = 25697 && (\text{Ea}=67.9\text{GPa-caliza Guayas/flechas}) \\
 \epsilon_{c_{max}} &:= 0.003 && \text{ACI 318-19 22.2.2.1} \\
 \lambda &:= 1 && \text{Hormigón de peso normal} \\
 f_r &:= 0.62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} = 3.4 && \text{ACI 318-19 19.3.2.1} \\
 \gamma_c &:= 23.56 \\
 \nu &:= 0.2 \\
 d_{50} &:= 1 \cdot 25.4 = 25.4
 \end{aligned}$$

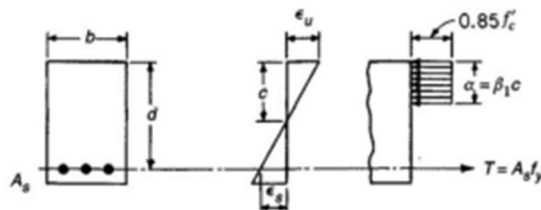


Propiedades del bloque de compresión del hormigón:

$$\delta_1 := \begin{cases} \text{if } f'_c > 55 \\ \quad 0.65 \\ \text{if } 17 \leq f'_c \leq 28 \\ \quad 0.85 \\ \text{if } 28 < f'_c \leq 55 \\ \quad 0.85 - (0.05 \cdot (f'_c - 28) \div 7) \end{cases} = 0.8357$$

ACI 318-19 22.2.2.4.3

Dimensiones y detalles de refuerzo de la sección de hormigón



Propiedades del acero de refuerzo

$$\begin{aligned}
 f_y &:= 420 \\
 \epsilon_{ty} &:= 0.005 \\
 E_s &:= 200000 && \text{ACI 318-19 20.2.2.2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L &:= 1 && \text{m} \\
 b &:= 100 && \text{mm} \\
 h &:= 150 && \text{mm} \\
 rec &:= 20 && \text{mm} \\
 \phi_v &:= 10 && \text{mm} && Nvd := 2 \\
 \phi_e &:= 5.5 && \text{mm}
 \end{aligned}$$

$$rec.mec := rec + \frac{\phi_v}{2} + \phi_e = 30.5 \quad \text{mm} \quad \text{ACI 318-19 20.5.1.3.1}$$

$$d := h - rec.mec = 119.5 \quad \text{mm}$$

$$s_{min} := \max \left(25, \phi_v, \frac{4 \cdot d_{50}}{3} \right) = 33.867 \quad \text{mm} \quad \text{ACI 318-19 25.2.1}$$

$$s_{col} := \frac{(b - \phi_v \cdot Nvd - 2 \cdot rec - 2 \cdot \phi_e)}{Nvd - 1} = 29 \quad \text{mm}$$

$$s_{max} := \min \left(380 \cdot \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \cdot f_y} \right) - 2.5 \cdot rec, 300 \cdot \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \cdot f_y} \right) \right) = 300 \quad \text{mm} \quad \text{ACI 318-19 24.3.2}$$

$$A_{S_{min}} := \frac{1.4}{f_y} \cdot b \cdot d = 39.833 \quad \text{mm}^2$$

Quantías máximas y mínimas

Se debe suponer una falla dúctil controlada por tracción, por lo tanto: T=C

Para garantizar la fluencia del acero se toma un valor de deformación unitaria del acero de 0.005

Quantía máxima del acero

$$c_{max} := \frac{\epsilon_{cmax}}{\epsilon_{cmax} + \epsilon_{ty}} \cdot d = 44.813 \quad \text{ACI 318-19 9.3.3.1}$$

$$a_{max} := c_{max} \cdot \beta_1 = 37.45$$

$$\rho_{max} := 0.85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{c_{max}}{d} = 0.019$$

$$A_{S_{max}} := \rho_{max} \cdot b \cdot d = 227.378 \quad \text{mm}^2$$

As máx

$$c_1 := d \cdot \frac{0.003}{0.008} = 44.813 \quad \text{mm} \quad a_1 := 0.85 \cdot c_1 = 38.091 \quad \text{mm}$$

$$A_{S_{max}} := \frac{0.85 \cdot f'_c \cdot a_1 \cdot b}{f_y} = 231.265 \quad \text{mm}^2$$

Quantía mínima del acero

$$\rho_{min1} := 0.25 \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.003 \quad \text{ACI 318-19 9.6.1.2a}$$

$$\rho_{min2} := \frac{1.4}{f_y} = 0.003$$

$$\rho_{min} := \max(\rho_{min1}, \rho_{min2}) = 0.003 \quad \text{ACI 318-19 9.6.1.2b}$$

$$A_{S_{min}} := \rho_{min} \cdot b \cdot d = 39.833 \quad \text{mm}^2$$

Acero colocado

$$A_{S_{col}} := \frac{\pi \cdot \phi_v^2}{4} \cdot Nvd = 157.08 \quad \text{mm}^2 \quad \mathbf{2 \text{ } \emptyset \text{ } 10\text{mm}}$$

$$\rho_w := \frac{A_{S_{col}}}{b \cdot d} = 0.013$$

$$a_2 := \frac{f_y \cdot A_{S_{col}}}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 25.872 \quad c_2 := \frac{a_2}{0.85} = 30.438$$

$$Mn1 := \frac{f_y \cdot A_{S_{col}} \cdot \left(d - \frac{a_2}{2}\right)}{1000000} = 7.03 \quad \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\xi_{s1} := \frac{0.003 \cdot (d - c_2)}{c_2} = 0.009 \quad \text{El acero a tensión fluye}$$

Diseño a sección doblemente armada

$$A's = 2 \phi 8 \text{ mm}$$

Acero colocado a compresión cumple ya que se encuentra entre A_{smin} y A_{smax}

$$A's_{col} := 2 \frac{\pi \cdot 8^2}{4} = 100.531 \text{ mm}^2$$

$$d' := rec + \phi_e + \frac{8}{2} = 29.5 \text{ mm} \quad c_3 := \frac{a_3}{0.85}$$

Por relación de triángulos se sabe que:

$$T = A's \cdot f_y \quad C_H = 0.85 \cdot f'c \cdot a \cdot b \quad C_A = A's \cdot f_s$$

$$T = C$$

$$A's \cdot f_y = 0.85 \cdot f'c \cdot a \cdot b - A's_{col} \cdot f_s$$

$$\xi_{s2} := \frac{0.003 \cdot (c_3 - d')}{c_3}$$

$$F_s := E_s \cdot \xi_{s2}$$

$$a := f_y \cdot A's_{col} - 0.85 \cdot f'c \cdot a_3 \cdot b - A's_{col} \cdot F_s \xrightarrow{\text{solve}, a_3} \begin{bmatrix} -23.2707457528004396062 \\ 25.4883405670991177239 \end{bmatrix}$$

$$a_3 := 25.4883405670991177239 \text{ mm}$$

$$c_3 := \frac{a_3}{0.85} = 29.986$$

Se comprueba el estado de fluencia de los aceros

$$\xi_{s2} := \frac{0.003 \cdot (c_3 - d')}{c_3} = 0.00005$$

El acero a compresión no fluye

$$F_{s2} := E_s \cdot \xi_{s2} = 9.73$$

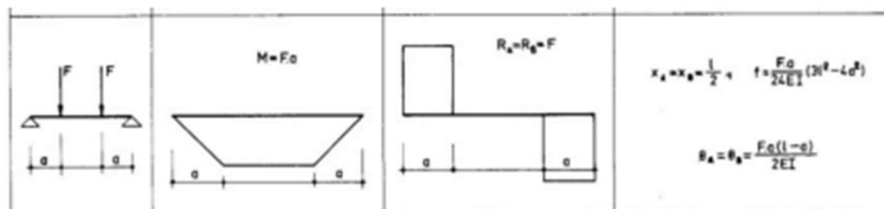
$$\xi_{s1} := \frac{0.003 \cdot (d - c_3)}{c_3} = 0.009$$

El acero a tensión fluye por lo tanto es una falla controlada por tracción

Cálculo del momento resistente

Se calcula el momento nominal de la sección doblemente armada y la carga puntual para la configuración de cargas de la viga

$$Mn_2 := \frac{0.85 \cdot f'c \cdot a_3 \cdot b \cdot \left(d - \frac{a_3}{2}\right) + (A's_{col} \cdot F_{s2}) \cdot (d - d')}{1000000} = 7.027 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



$$P := \frac{Mn_2}{\left(\frac{1 - 0.22}{2}\right)} = 18.017 \text{ kN}$$

Diseño a cortante de la sección

$$\begin{aligned}\phi_v &:= 10 \text{ mm} & L_n &:= 1000 \text{ mm} \\ \phi_e &:= 5.5 \text{ mm} \\ N_{vd} &:= 2\end{aligned}$$

Geometría del gancho estándar para el desarrollo de barras corrugadas a tracción

$$\text{Diámetro interior min de doblado} \quad Diam := 6 \cdot \phi_v = 60 \text{ mm}$$

$$\text{Extensión recta} \quad L_{ext} := 12 \cdot \phi_v = 120 \text{ mm}$$

Cortante (60mm)

$$\phi_c := 1 \quad \text{ACI 318-19 21.2.1}$$

Comprobar:

$$\sqrt{f'c} = 5.477 \quad \text{menor a } 8.31 \text{ MPa} \quad \text{ACI 318-19 22.5.3.1}$$

$$Nu := 0$$

$$Ag := b \cdot h = 1.5 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\frac{Nu}{6 \cdot Ag} = 0 \quad \text{menor que} \quad 0.003 \cdot f'c = 0.075$$

Valores de Vc y Vs máximosACI 318-19 22.5.5.1.1 /
ACI 318-19 22.5.5.1.2

$$V_{c_{\max}} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 27.49$$

$$V_{s_{\max}} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 43.199$$

Valores de Av/s mínimos

ACI 318-19 9.6.3.4

Separaciones máximas

ACI 318-19 9.7.6.2.3

$$V_{ud_{\max}} := 18.017 \quad \text{cond} := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 21.599$$

$$Sep := \left\{ \begin{array}{l} \text{if } V_{ud_{\max}} \leq \text{cond} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"} \\ \text{else} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{"Menor entre } (d/4; 300\text{mm})\text{"} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \text{else} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{"Menor entre } (d/4; 300\text{mm})\text{"} \end{array} \right. \end{array} \right. = \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"}$$

$$s_{as_{\min}} := 60 \text{ mm} \quad \frac{d}{2} = 59.75$$

$$A_{v_{\max}} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{f_y} = 0.861 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{v_{\min 1}} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{f_y} = 0.081 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{v_{\min 2}} := \frac{0.35 \cdot b}{f_y} = 0.083 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{v_{\min}} := \max(A_{v_{\min 2}}, A_{v_{\min 1}}) = 0.083 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{vmin} := A_{vmin} \cdot s_{asum} = 5 \quad \text{mm}^2$$

$$A_{vcol} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 47.517 \quad \text{mm}^2 \quad 2 \phi 5.5 \text{mm}$$

$$A_{vscol} := \frac{A_{vcol}}{s_{asum}} = 0.792$$

$$V_{Scol} := \frac{A_{vscol} \cdot f_y \cdot d}{1000} = 39.748 \quad \text{kN}$$

Cálculo de Vc

$$V_c := \frac{\left(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{Nu}{6 \cdot Ag}\right) \cdot b \cdot d}{1000} = 11.127$$

$$V_{scol} := \phi_c \cdot (V_c + V_{Scol}) = 50.875 \quad \text{kN}$$

Cálculo de Vsreq

$$Vu1 := 18.017 \quad \text{kN}$$

$$Vud1 := \frac{\left(\frac{L_n - d}{1000}\right) \cdot Vu1}{\frac{L_n}{1000}} = 15.864 \quad \text{kN}$$

$$V_{sreq} := \frac{Vud1}{\phi_c} - V_c = 4.737$$

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

Criterio	V_c		
$A_v \geq A_{v,min}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(a)
		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(b)
$A_v < A_{v,min}$		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(c)

Cortante (50mm)

$$\phi_c := 1$$

ACI 318-19 21.2.1

Comprobar:

$$\sqrt{f'_c} = 5.477$$

menor a 8.31 MPa

ACI 318-19 22.5.3.1

$$Nu := 0$$

$$Ag := b \cdot h = 1.5 \cdot 10^4 \quad \text{mm}^2$$

$$\frac{Nu}{6 \cdot Ag} = 0$$

menor que $0.003 \cdot f'_c = 0.075$

Valores de Vc y Vs máximos

ACI 318-19 22.5.5.1.1 /
ACI 318-19 22.5.5.1.2

$$V_{c,max} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 27.49$$

$$V_{s,max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 43.199$$

Valores de Av/s mínimos

ACI 318-19 9.6.3.4

Separaciones máximas

ACI 318-19 9.7.6.2.3

$$Vud_{max} := 18.017$$

$$cond := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 21.599$$

$$Sep := \left\| \begin{array}{l} \text{if } Vud_{max} \leq cond \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})" \\ \text{else} \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{"Menor entre } (d/4; 300\text{mm})" \end{array} \right\| \end{array} \right\| \\ \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})" \end{array} \right\|$$

$$s_{asum} := 50 \text{ mm} \quad \frac{d}{2} = 59.75$$

$$Av_{max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.861 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min1} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.081 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min2} := \frac{0.35 \cdot b}{fy} = 0.083 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min} := \max(Av_{min1}, Av_{min2}) = 0.083 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min} \cdot s_{asum} = 4.167 \text{ mm}^2$$

$$Av_{col} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 47.517 \text{ mm}^2 \quad 2 \phi 5.5mm$$

$$Av_{scol} := \frac{Av_{col}}{s_{asum}} = 0.95$$

$$Vs_{col} := \frac{Av_{scol} \cdot fy \cdot d}{1000} = 47.697 \text{ kN}$$

Cálculo de Vc

$$VC := \frac{\left(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} + \frac{Nu}{6 \cdot Ag}\right) \cdot b \cdot d}{1000} = 11.127$$

$$V_{scol} := \phi_c \cdot (VC + Vs_{col}) = 58.824 \text{ kN}$$

Cálculo de Vsreq

$$Vu1 := 18.017 \text{ kN}$$

$$Vud1 := \frac{\left(\frac{L_n - d}{1000}\right) \cdot Vu1}{\frac{L_n}{1000}} = 15.864 \text{ kN}$$

$$Vs_{req} := \frac{Vud1}{\phi_c} - VC = 4.737$$

Cortante (90mm)

$$\phi_c := 1$$

ACI 318-19 21.2.1

Comprobar:

$$\sqrt{f'c} = 5.477$$

menor a 8.31 MPa

ACI 318-19 22.5.3.1

$$Nu := 0$$

$$Ag := b \cdot h = 1.5 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\frac{Nu}{6 \cdot Ag} = 0$$

menor que $0.083 \cdot f'c = 0.075$

Valores de Vc y Vs máximos

ACI 318-19 22.5.5.1.1 /
ACI 318-19 22.5.5.1.2

$$VC_{max} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 27.49$$

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

Criterio	V_c		
$A_s \geq A_{s,min}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17 \lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 A_g}\right) b_w d$	(a)
		$\left(0.66 \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 A_g}\right) b_w d$	(b)
$A_s < A_{s,min}$		$\left(0.66 \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 A_g}\right) b_w d$	(c)

$$V_{S_{max}} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 43.199$$

Valores de A_v/s mínimos

ACI 318-19 9.6.3.4

Separaciones máximas

ACI 318-19 9.7.6.2.3

$$V_{ud_{max}} := 18.017 \quad \text{cond} := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 21.599$$

$$Sep := \begin{cases} \text{if } V_{ud_{max}} \leq \text{cond} \\ \quad \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"} \\ \text{else} \\ \quad \text{"Menor entre } (d/4; 300\text{mm})\text{"} \end{cases} = \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"}$$

$$s_{asum} := 90 \text{ mm} \quad \frac{d}{2} = 59.75$$

$$A_{v_{max}} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{f_y} = 0.861 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{v_{min1}} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{f_y} = 0.081 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{v_{min2}} := \frac{0.35 \cdot b}{f_y} = 0.083 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{v_{min}} := \max(A_{v_{min1}}, A_{v_{min2}}) = 0.083 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{v_{min}} \cdot s_{asum} = 7.5 \quad \text{mm}^2$$

$$A_{v_{col}} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot \phi_e^2}{4} = 47.517 \quad \text{mm}^2 \quad 2 \phi 5.5\text{mm}$$

$$A_{v_s_{col}} := \frac{A_{v_{col}}}{s_{asum}} = 0.528$$

$$V_{S_{col}} := \frac{A_{v_s_{col}} \cdot f_y \cdot d}{1000} = 26.498 \quad \text{kN}$$

Cálculo de V_c

$$V_c := \frac{\left(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} + \frac{N_u}{6 \cdot A_g}\right) \cdot b \cdot d}{1000} = 11.127$$

$$V_{s_{col}} := \phi_c \cdot (V_c + V_{S_{col}}) = 37.625 \quad \text{kN}$$

Cálculo de $V_{s_{req}}$

$$V_{u1} := 18.017 \quad \text{kN}$$

$$V_{ud1} := \frac{\left(\frac{L_n - d}{1000}\right) \cdot V_{u1}}{\frac{L_n}{1000}} = 15.864 \quad \text{kN}$$

$$V_{s_{req}} := \frac{V_{ud1}}{\phi_c} - V_c = 4.737$$

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

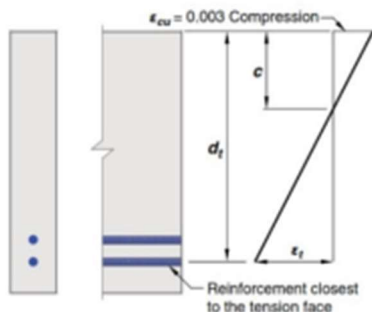
Criterio	V_c		
$A_v \geq A_{v_{mín}}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17 \lambda \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 A_g}\right) b_w d$	(a)
		$\left(0.66 \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 A_g}\right) b_w d$	(b)
$A_v < A_{v_{mín}}$		$\left(0.66 \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6 A_g}\right) b_w d$	(c)

En todos los casos $V_{col} > V_{req}$ por lo tanto se controla cualquier tipo de falla a corte.

Anexo 3. Diseño de sección rectangular – modelo con dimensiones reales

MODELO CON DIMENSIONES REALES

DISEÑO DE SECCIÓN RECTANGULAR DE HORMIGÓN (CORTANTE)



PROPIEDADES DEL HORMIGÓN

$$f'c := 35$$

ACI 318-19 19.3.2.1

$$E_{C_{ACI}} := 4700 \cdot \sqrt{f'c} = 27805.6$$

ACI 318-19 19.2.2.1-b (sismo)

$$E_{C_{NEC}} := 1150 \cdot \sqrt[3]{67.9 \cdot \sqrt{f'c}} = 27755.9$$

(Ea=67.9GPa-caliza Guayas/flecha)

$$\epsilon_{c_{max}} := 0.003$$

ACI 318-19 22.2.2.1

$$\lambda := 1$$

Hormigón de peso normal

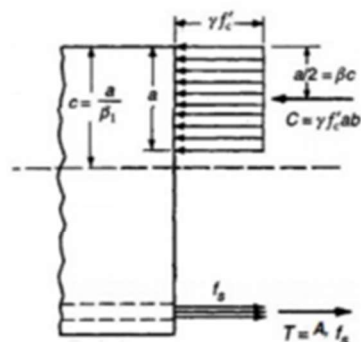
$$f_r := 0.62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} = 3.67$$

ACI 318-19 19.3.2.1

$$\gamma_c := 23.56$$

$$v := 0.2$$

$$d_{50} := 1 \cdot 25.4 = 25.4$$

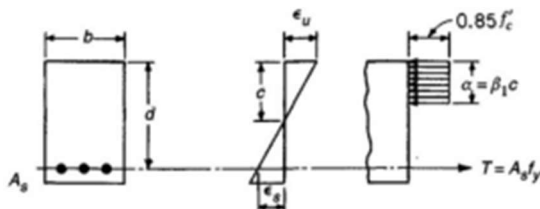


Propiedades del bloque de compresión del hormigón:

$$\theta_1 := \begin{cases} \text{if } f'c > 55 \\ \quad 0.65 \\ \text{if } 17 \leq f'c \leq 28 \\ \quad 0.85 \\ \text{if } 28 < f'c \leq 55 \\ \quad 0.85 - (0.05 \cdot (f'c - 28) \div 7) \end{cases} = 0.8$$

ACI 318-19 22.2.2.4.3

Dimensiones y detalles de refuerzo de la sección de hormigón



Propiedades del acero de refuerzo

$$f_y := 420$$

$$\epsilon_{ty} := 0.005$$

$$E_s := 200000$$

ACI 318-19 20.2.2.2

$$L := 3.9 \quad m$$

$$b := 200 \quad mm$$

$$h := 300 \quad mm$$

$$rec := 40 \quad mm$$

$$\phi_v := 10 \quad mm$$

$$Nvd := 2$$

$$\phi_e := 8 \quad mm$$

$$rec.mec := rec + \frac{\phi_v}{2} + \phi_e = 53 \quad mm$$

ACI 318-19 20.5.1.3.1

$$d := h - rec.mec = 247 \quad mm$$

$$s_{min} := \max\left(25, \phi_v, \frac{4 \cdot d_{50}}{3}\right) = 33.867 \quad mm$$

ACI 318-19 25.2.1

$$s_{col} := \frac{(b - \phi_v \cdot Nvd - 2 \cdot rec - 2 \cdot \phi_e)}{Nvd - 1} = 84 \quad mm$$

$$s_{max} := \min\left(380 \cdot \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \cdot f_y}\right) - 2.5 \cdot rec, 300 \cdot \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \cdot f_y}\right)\right) = 280 \quad mm$$

ACI 318-19 24.3.2

$$A_{s_{min}} := \frac{1.4}{f_y} \cdot b \cdot d = 164.667 \text{ mm}^2$$

Cuantías máximas y mínimas

Se debe suponer una falla dúctil controlada por tracción, por lo tanto: T=C

Para garantizar la fluencia del acero se toma un valor de deformación unitaria del acero de 0.005

Cuantía máxima del acero

$$c_{max} := \frac{E_{cmax}}{E_{cmax} + E_{ty}} \cdot d = 92.625 \quad \text{ACI 318-19 9.3.3.1}$$

$$a_{max} := c_{max} \cdot \theta_1 = 74.1$$

$$\rho_{max} := 0.85 \cdot \theta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{c_{max}}{d} = 0.021$$

$$A_{smax} := \rho_{max} \cdot b \cdot d = 1049.75 \text{ mm}^2$$

As máx

$$c_1 := d \cdot \frac{0.003}{0.008} = 92.625 \text{ mm}$$

$$a_1 := 0.85 \cdot c_1 = 78.731 \text{ mm}$$

$$A_{smax} := \frac{0.85 \cdot f'_c \cdot a_1 \cdot b}{f_y} = 1115.359 \text{ mm}^2$$

Cuantía mínima del acero

$$\rho_{min1} := 0.25 \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0.004 \quad \text{ACI 318-19 9.6.1.2a}$$

$$\rho_{min2} := \frac{1.4}{f_y} = 0.003$$

$$\rho_{min} := \max(\rho_{min1}, \rho_{min2}) = 0.004 \quad \text{ACI 318-19 9.6.1.2b}$$

$$A_{smin} := \rho_{min} \cdot b \cdot d = 173.961 \text{ mm}^2$$

Acero colocado

$$A_{s_{col}} := \frac{\pi \cdot \phi_v^2}{4} \cdot Nvd = 157.08 \text{ mm}^2$$

2 Ø 10mm

$$\rho_w := \frac{A_{s_{col}}}{b \cdot d} = 0.003$$

$$a_2 := \frac{f_y \cdot A_{s_{col}}}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 11.088$$

$$c_2 := \frac{a_2}{0.85} = 13.045$$

$$Mn1 := \frac{f_y \cdot A_{s_{col}} \cdot \left(d - \frac{a_2}{2}\right)}{1000000} = 15.93 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\xi_{s1} := \frac{0.003 \cdot (d - c_2)}{c_2} = 0.054$$

El acero a tensión fluye

Diseño a sección doblemente armada

$$A's = 2 \phi 8 \text{ mm}$$

$$A's_{col} := 2 \frac{\pi \cdot 8^2}{4} = 100.531 \text{ mm}^2$$

$$d' := rec + \phi_e + \frac{8}{2} = 52 \text{ mm} \quad c_3 := \frac{a_3}{0.85}$$

Por relación de triángulos se sabe que:

$$T = A_s \cdot f_y \quad C_H = 0.85 \cdot f'c \cdot a \cdot b \quad C_A = A's \cdot f_s$$

$$T = C$$

$$A_s \cdot f_y = 0.85 \cdot f'c \cdot a \cdot b - A's \cdot f_s$$

$$\xi_{s2} := \frac{0.003 \cdot (c_3 - d')}{c_3}$$

$$F_s := E_s \cdot \xi_{s2}$$

$$a := f_y \cdot A_{s_{col}} - 0.85 \cdot f'c \cdot a_3 \cdot b - A's_{col} \cdot F_s \xrightarrow{\text{solve, } a_3} \begin{bmatrix} -20.698055140206089581 \\ 21.648452917762665917 \end{bmatrix}$$

$$a_3 := 21.648452917762665917 \text{ mm}$$

$$c_3 := \frac{a_3}{0.85} = 25.469$$

Se comprueba el estado de fluencia de los aceros

$$\xi_{s2} := \frac{0.003 \cdot (c_3 - d')}{c_3} = -0.00313$$

El acero a compresión no fluye

$$F_{s1} := E_s \cdot \xi_{s2} = -625.03$$

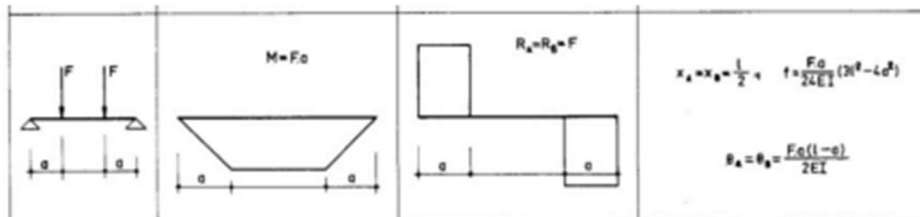
$$\xi_{s1} := \frac{0.003 \cdot (d - c_3)}{c_3} = 0.026$$

El acero a tensión fluye por lo tanto es una falla controlada por tracción

Cálculo del momento resistente

Se calcula el momento nominal de la sección doblemente armada y la carga puntual para la configuración de cargas de la viga

$$Mn_2 := \frac{0.85 \cdot f'c \cdot a_3 \cdot b \cdot \left(d - \frac{a_3}{2}\right) + (A's_{col} \cdot F_{s1}) \cdot (d - d')}{1000000} = 18.169 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



$$P := \frac{Mn_2}{\left(\frac{3.9 - 2}{2}\right)} = 19.125 \text{ kN}$$

Diseño a cortante de la sección

$$\begin{aligned}\phi_v &:= 10 \text{ mm} & L_n &:= 3900 \text{ mm} \\ \phi_e &:= 8 \text{ mm} \\ Nvd &:= 2\end{aligned}$$

Geometría del gancho estándar para el desarrollo de barras corrugadas a tracción

Diámetro interior min de doblado $Diam := 6 \cdot \phi_v = 60 \text{ mm}$

Extensión recta $L_{ext} := 12 \cdot \phi_v = 120 \text{ mm}$

Cortante (65mm)

$$\phi_c := 1 \quad \text{ACI 318-19 21.2.1}$$

Comprobar:

$$\sqrt{f'c} = 5.916 \quad \text{menor a } 8.31 \text{ MPa} \quad \text{ACI 318-19 22.5.3.1}$$

$$Nu := 0$$

$$Ag := b \cdot h = 60000 \text{ mm}^2$$

$$\frac{Nu}{6 \cdot Ag} = 0 \quad \text{menor que } 0.003 \cdot f'c = 0.075$$

Valores de Vc y Vs máximos

ACI 318-19 22.5.5.1.1 /
ACI 318-19 22.5.5.1.2

$$V_{C_{max}} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 122.747$$

$$V_{S_{max}} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 192.888$$

Valores de Av/s mínimos

ACI 318-19 9.6.3.4

Separaciones máximas

ACI 318-19 9.7.6.2.3

$$Vud_{max} := 19.125 \quad \text{cond} := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 96.444$$

$$Sep := \begin{cases} \text{if } Vud_{max} \leq \text{cond} \\ \quad \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"} \\ \text{else} \\ \quad \text{"Menor entre } (d/4; 300\text{mm})\text{"} \end{cases} = \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"}$$

$$s_{asum} := 65 \text{ mm} \quad \frac{d}{2} = 123.5$$

$$Av_{max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 1.859 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min1} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.175 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min2} := \frac{0.35 \cdot b}{fy} = 0.167 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min} := \max(Av_{min1}, Av_{min2}) = 0.175 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$A_{vmin} := A_{vmin} \cdot s_{asum} = 11.353 \text{ mm}^2$$

$$A_{vcol} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot \phi_e^2}{4} = 100.531 \text{ mm}^2 \quad 2 \phi 8 \text{mm}$$

$$A_{v_scol} := \frac{A_{vcol}}{s_{asum}} = 1.547$$

$$V_{Scol} := \frac{A_{v_scol} \cdot f_y \cdot d}{1000} = 160.447 \text{ kN}$$

Cálculo de Vc

$$V_c := \frac{\left(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{Nu}{6 \cdot Ag}\right) \cdot b \cdot d}{1000} = 49.683$$

$$V_{scol} := \phi_c \cdot (V_c + V_{Scol}) = 210.131 \text{ kN}$$

Cálculo de Vsreq

$$Vu1 := 19.125 \text{ kN}$$

$$Vud1 := \frac{\left(\frac{L_n - d}{1000}\right) \cdot Vu1}{\frac{L_n}{1000}} = 17.914 \text{ kN}$$

$$V_{Sreq} := \frac{Vud1}{\phi_c} - V_c = -31.769$$

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

Criterio	V_c		
$A_r \geq A_{r,min}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(a)
		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(b)
$A_r < A_{r,min}$		$\left(0.66\lambda\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_w d$	(c)

Cortante (130mm)

$$\phi_c := 1$$

ACI 318-19 21.2.1

Comprobar:

$$\sqrt{f'_c} = 5.916$$

menor a 8.31 MPa

ACI 318-19 22.5.3.1

$$Nu := 0$$

$$Ag := b \cdot h = 6 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\frac{Nu}{6 \cdot Ag} = 0$$

menor que $0.003 \cdot f'_c = 0.075$

Valores de Vc y Vs máximos

ACI 318-19 22.5.5.1.1 /
ACI 318-19 22.5.5.1.2

$$V_{c,max} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 122.747$$

$$V_{s,max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 192.888$$

Valores de Av/s mínimos

ACI 318-19 9.6.3.4

Separaciones máximas

ACI 318-19 9.7.6.2.3

$$Vud_{max} := 19.125 \quad cond := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 96.444$$

$$Sep := \left\| \begin{array}{l} \text{if } Vud_{max} \leq cond \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"} \\ \text{else} \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{"Menor entre } (d/4; 300\text{mm})\text{"} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \end{array} \right\| = \text{"Menor entre } (d/2; 600\text{mm})\text{"}$$

$$s_{asum} := 130 \text{ mm} \quad \frac{d}{2} = 123.5$$

$$Av_{max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 1.859 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min1} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.175 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min2} := \frac{0.35 \cdot b}{fy} = 0.167 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min} := \max(Av_{min1}, Av_{min2}) = 0.175 \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$Av_{min} := Av_{min} \cdot s_{asum} = 22.706 \text{ mm}^2$$

$$Av_{col} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot \phi e^2}{4} = 100.531 \text{ mm}^2 \quad 2 \phi 8 \text{ mm}$$

$$Av_{scol} := \frac{Av_{col}}{s_{asum}} = 0.773$$

$$VS_{col} := \frac{Av_{scol} \cdot fy \cdot d}{1000} = 80.224 \text{ kN}$$

Cálculo de Vc

$$VC := \frac{\left(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} + \frac{Nu}{6 \cdot Ag}\right) \cdot b \cdot d}{1000} = 49.683$$

$$V_{scol} := \phi_c \cdot (VC + VS_{col}) = 129.907 \text{ kN}$$

Cálculo de Vsreq

$$Vu1 := 19.125 \text{ kN}$$

$$Vud1 := \frac{\left(\frac{L_n - d}{1000}\right) \cdot Vu1}{\frac{L_n}{1000}} = 17.914 \text{ kN}$$

$$Vs_{req} := \frac{Vud1}{\phi_c} - VC = -31.769$$

Cortante (sin estribos)

$$\phi_c := 1$$

ACI 318-19 21.2.1

Comprobar:

$$\sqrt{f'c} = 5.916$$

menor a 8.31 MPa

ACI 318-19 22.5.3.1

$$Nu := 0$$

$$Ag := b \cdot h = 6 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$\frac{Nu}{6 \cdot Ag} = 0$$

menor que $0.003 \cdot f'c = 0.075$

Valores de Vc y Vs máximos

ACI 318-19 22.5.5.1.1 /
ACI 318-19 22.5.5.1.2

$$VC_{max} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 122.747$$

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

Criterio	V_c		
$A_v \geq A_{v,min}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_v d$	(a)
		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_v d$	(b)
$A_v < A_{v,min}$		$\left(0.66\lambda_2(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right)b_v d$	(c)

$$V_{S_{max}} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 192.888$$

Valores de A_v/s mínimos

ACI 318-19 9.6.3.4

Separaciones máximas

ACI 318-19 9.7.6.2.3

$$Vud_{max} := 19.125$$

$$cond := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b \cdot d}{1000} = 96.444$$

$$Sep := \left\{ \begin{array}{l} \text{if } Vud_{max} \leq cond \\ \quad \text{"Menor entre } (d/2; 600mm)\text{"} \\ \text{else} \\ \quad \text{"Menor entre } (d/4; 300mm)\text{"} \end{array} \right\} = \text{"Menor entre } (d/2; 600mm)\text{"}$$

$$s_{asum} := 10000000 \text{ mm} \quad \frac{d}{2} = 123.5$$

$$Av_{max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 1.859 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min1} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'c} \cdot b}{fy} = 0.175 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min2} := \frac{0.35 \cdot b}{fy} = 0.167 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min} := \max(Av_{min1}, Av_{min2}) = 0.175 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Avmin := Av_{min} \cdot s_{asum} = 1746652.126 \quad mm^2$$

$$Av_{col} := 2 \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 100.531 \quad mm^2 \quad 2 \phi 8mm$$

$$Av_{scol} := \frac{Av_{col}}{s_{asum}} = 1.005 \cdot 10^{-5}$$

$$VS_{col} := \frac{Av_{scol} \cdot fy \cdot d}{1000} = 0.001 \quad kN$$

Cálculo de V_c

$$VC := \frac{\left(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} + \frac{Nu}{6 \cdot Ag}\right) \cdot b \cdot d}{1000} = 49.683$$

$$V_{scol} := \phi_c \cdot (VC + VS_{col}) = 49.684 \quad kN$$

Cálculo de V_{sreq}

$$Vu1 := 19.125 \quad kN$$

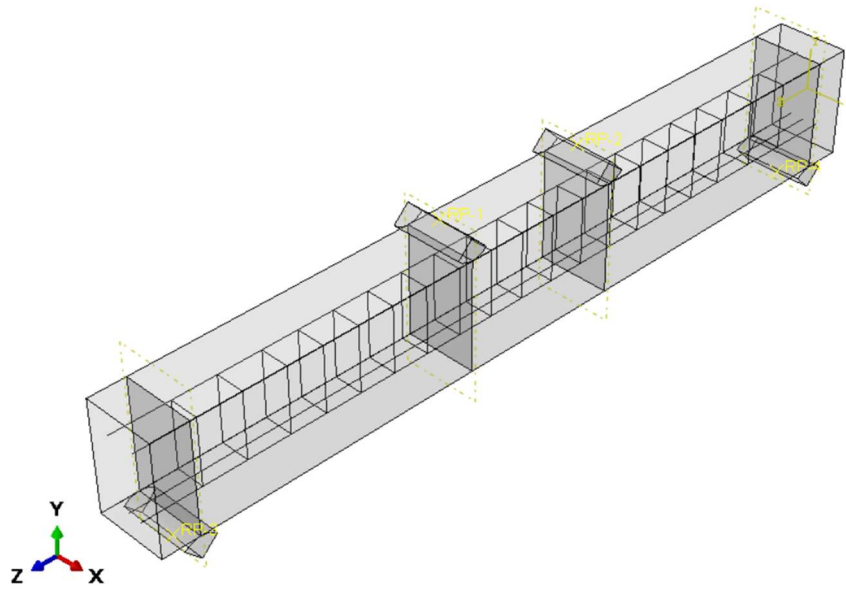
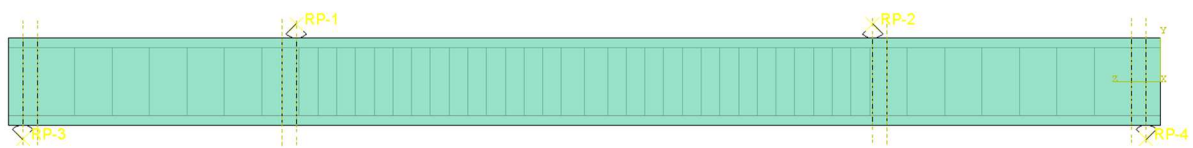
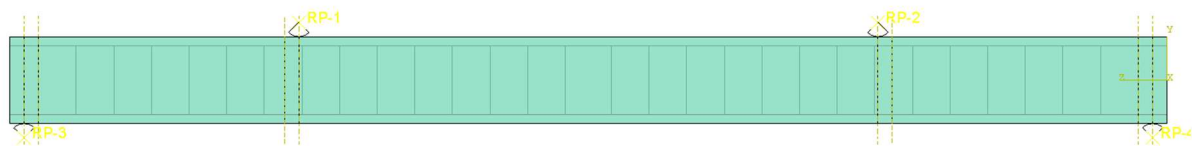
$$Vud1 := \frac{\left(\frac{L_n - d}{1000}\right) \cdot Vu1}{\frac{L_n}{1000}} = 17.914 \quad kN$$

$$V_{sreq} := \frac{Vud1}{\phi_c} - VC = -31.769$$

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

Criterio	V_c		
$A_v \geq A_{v,min}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right) b_v d$	(a)
		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right) b_v d$	(b)
$A_v < A_{v,min}$		$\left(0.66\lambda\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_g}\right) b_v d$	(c)

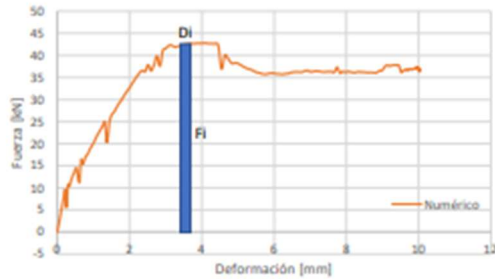
En todos los casos se visualiza que no hay necesidad de colocar estribos, ya que la capacidad resistente del concreto es suficiente para soportar los esfuerzos de corte en la viga. Sin embargo para los casos 1 (65mm) y 2 (130mm) se ha comprobado que la separación de estribos asignada cubre el requerimiento de acero transversal mínimo.

Anexo 4. Modelo numérico a escala 3D8C50 en Abaqus**Anexo 5. Modelos numéricos con dimensiones reales en Abaqus***2D10C130**2D10C65**2D10NR*

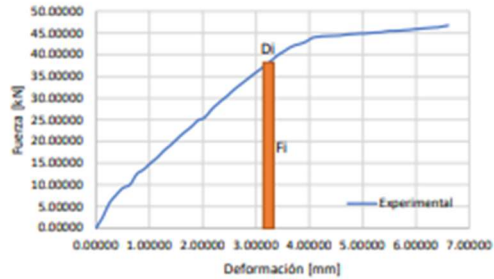
Anexo 6. Hoja de cálculo de energía de deformación del modelo 2D10C50

CÁLCULO DE ENERGÍAS DE DEFORMACIÓN MODELO 3D8C50

Curva Fuerza vs Desplazamiento



Curva Fuerza vs Desplazamiento



Numérico	
Deformación [mm]	Fuerza [kN]
0.00000	0.00000
0.00001	0.00000
0.00010	0.00000
0.00033	0.00185
0.00078	0.02219
0.00150	0.01895
0.00258	0.11140
0.00407	0.15809
0.00602	0.22696
0.00851	0.34854
0.01158	0.52465
0.01530	0.62820
0.01971	0.80339
0.02486	0.99569
0.03082	1.19168
0.03761	1.44592
0.04528	1.75978
0.05389	2.12218
0.06346	2.59600
0.07404	3.12480
0.08567	3.69390
0.09835	4.24068
0.11214	4.89570
0.12707	5.55998
0.14317	6.28392
0.16048	7.08184
0.17902	7.98380
0.19881	8.86454
0.21988	9.66764
0.24225	5.53004
0.26592	6.59078
0.29094	10.13928
0.31732	10.85506
0.34506	10.36662
0.37419	11.55300
0.40471	12.09266
0.43664	12.92364
0.46997	13.40648
0.50473	14.35170
0.54093	14.44190
0.57856	11.92038
0.61780	11.27078
0.65851	16.42342
0.70064	15.42496
0.74425	15.99302
0.78928	17.09774
0.83577	17.56028
0.88368	18.47040
0.93305	19.18998
0.98382	19.89984
1.03604	20.70260
1.08964	21.58820
1.14467	22.43860

Área bajo la curva		
Di [m]	Fi [N]	Ai [J]
0.00000	0.000	0.00000
0.00000	0.000	0.00000
0.00000	0.924	0.00000
0.00000	12.018	0.00001
0.00000	20.570	0.00001
0.00000	65.177	0.00007
0.00000	134.746	0.00020
0.00000	192.527	0.00038
0.00000	287.750	0.00072
0.00000	436.594	0.00134
0.00000	576.424	0.00214
0.00000	715.793	0.00316
0.00001	899.538	0.00464
0.00001	1093.683	0.00651
0.00001	1318.798	0.00896
0.00001	1602.850	0.01230
0.00001	1940.982	0.01670
0.00001	2359.090	0.02259
0.00001	2860.400	0.03026
0.00001	3382.050	0.03933
0.00001	3939.990	0.04995
0.00001	4568.190	0.06300
0.00001	5227.840	0.07807
0.00002	5921.950	0.09534
0.00002	6682.880	0.11568
0.00002	7532.820	0.13964
0.00002	8424.170	0.16673
0.00002	9266.090	0.19523
0.00002	7598.840	0.16996
0.00002	6060.410	0.14347
0.00003	8365.030	0.20931
0.00003	10497.170	0.27686
0.00003	10610.840	0.29440
0.00003	10959.810	0.31923
0.00003	11822.830	0.36087
0.00003	12508.150	0.39936
0.00003	13165.060	0.43873
0.00003	13879.090	0.48251
0.00004	14396.800	0.52109
0.00004	13181.140	0.49599
0.00004	11595.580	0.45502
0.00004	13847.100	0.56370
0.00004	15924.190	0.67098
0.00004	15708.990	0.68499
0.00005	16545.380	0.74502
0.00005	17329.010	0.80571
0.00005	18015.340	0.86313
0.00005	18830.190	0.92963
0.00005	19544.910	0.99231
0.00005	20301.220	1.06009
0.00005	21145.400	1.13339
0.00006	22013.400	1.21140

NUMÉRICO

Energía de deformación 219.125 J

Experimental	
Deformación [mm]	Fuerza [kN]
0.00000	0.00000
0.12700	2.63680
0.25400	5.86680
0.38100	7.76680
0.50800	9.32680
0.63500	9.99680
0.76200	12.47680
0.88900	13.52680
1.01600	14.97680
1.14300	16.25680
1.27000	17.84680
1.39700	19.14680
1.52400	20.64680
1.65100	22.06680
1.77800	23.25680
1.90500	24.81680
2.03200	25.48680
2.15900	27.25680
2.28600	28.78680
2.41300	30.03680
2.54000	31.42680
2.66700	32.75680
2.79400	33.95680
2.92100	35.18680
3.04800	36.37680
3.17500	37.54680
3.30200	38.82680
3.42900	40.05680
3.55600	40.99680
3.68300	41.97680
3.81000	42.42680
3.93700	42.99680
4.06400	43.91680
4.19100	44.14680
4.31800	44.28680
4.44500	44.33680
4.57200	44.44680
4.69900	44.64680
4.82600	44.75680
4.95300	44.86680
5.08000	44.92680
5.20700	45.08680
5.33400	45.15680
5.46100	45.39680
5.58800	45.47680
5.71500	45.56680
5.84200	45.70680
5.96900	45.86680
6.09600	46.00680
6.22300	46.14680
6.35000	46.25680
6.47700	46.45680
6.60400	46.71680

Área bajo la curva		
Di [m]	Fi [N]	Ai [J]
0.00013	1318.400	0.16744
0.00013	4251.800	0.53998
0.00013	6816.800	0.86573
0.00013	8546.800	1.08544
0.00013	9661.800	1.22705
0.00013	11236.800	1.42707
0.00013	13001.800	1.65123
0.00013	14251.800	1.80998
0.00013	15616.800	1.98333
0.00013	17051.800	2.16558
0.00013	18496.800	2.34909
0.00013	19896.800	2.52689
0.00013	21356.800	2.71231
0.00013	22661.800	2.87805
0.00013	24036.800	3.05267
0.00013	25151.800	3.19428
0.00013	26371.800	3.34922
0.00013	28021.800	3.55877
0.00013	29411.800	3.73530
0.00013	30731.800	3.90294
0.00013	32091.800	4.07566
0.00013	33356.800	4.23631
0.00013	34571.800	4.39062
0.00013	35781.800	4.54429
0.00013	36961.800	4.69415
0.00013	38186.800	4.84972
0.00013	39441.800	5.00911
0.00013	40526.800	5.14690
0.00013	41486.800	5.26882
0.00013	42201.800	5.35963
0.00013	42711.800	5.42440
0.00013	43456.800	5.51901
0.00013	44031.800	5.59204
0.00013	44216.800	5.61553
0.00013	44311.800	5.62760
0.00013	44391.800	5.63776
0.00013	44546.800	5.65744
0.00013	44701.800	5.67713
0.00013	44811.800	5.69110
0.00013	44896.800	5.70189
0.00013	45006.800	5.71586
0.00013	45121.800	5.73047
0.00013	45276.800	5.75015
0.00013	45436.800	5.77047
0.00013	45521.800	5.78127
0.00013	45636.800	5.79587
0.00013	45786.800	5.81492
0.00013	45936.800	5.83397
0.00013	46076.800	5.85175
0.00013	46201.800	5.86763
0.00013	46356.800	5.88731
0.00013	46586.800	5.91652

EXPERIMENTAL

Energía de deformación 217.618 J

Anexo 7. Resumen de energías de deformación de los modelos a escala

MODELOS A ESCALA			
RESUMEN DE ENERGÍAS DE DEFORMACIÓN [J]			
MODELO	3D8C50	3D8C60	3D8C90
GRÁFICA			
EXPERIMENTAL	217.554	184.835	198.879
NUMÉRICO	232.131	210.170	223.693
% ERROR	6.28	12.05	11.09
% VAR. PROMEDIO	9.81		
MODELO	2D10C50	2D10C60	2D10C90
GRÁFICA			
EXPERIMENTAL	217.62	200.57	195.42
NUMÉRICO	219.13	219.53	235.04
% ERROR	0.69	8.63	16.86
% VAR. PROMEDIO	8.73		
% VAR. PROM. TOT.	9.27		

Anexo 8. Diagrama momento-curvatura a través del modelo analítico

DIAGRAMA MOMENTO -CURVATURA

Modelo 3D8

Datos de la sección

$$\begin{aligned}
 b &:= 100 & A_s &:= 3 \cdot \pi \cdot (4)^2 = 150.796 \\
 H &:= 150 \\
 d &:= 120 & A'_s &:= 2 \cdot \pi \cdot (4)^2 = 100.531 \\
 d' &:= H - d = 30
 \end{aligned}$$

Propiedades de los materiales

$$\begin{aligned}
 f_c &:= 30 & f_y &:= 420 \\
 E_c &:= 4700 \cdot \sqrt{f_c} = 25743 & \varepsilon_{ty} &:= 0.0021 \\
 \varepsilon_{cmax} &:= 0.003 & E_s &:= 200000 \\
 \lambda &:= 1 & n &:= \frac{E_s}{E_c} = 7.769 \\
 f_r &:= 0.62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c} = 3.4 \\
 \varepsilon_o &:= 2 \cdot \frac{f_c}{E_c} = 0.002
 \end{aligned}$$

Análisis como sección transformada sin agrietar

$$\frac{(b \cdot ctr^2)}{2} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (ctr-d') - (n-1) \cdot A_s \cdot (d-ctr) - \frac{(b \cdot (H-ctr)^2)}{2} \xrightarrow{\text{solve, ctr}} 75.916779461947104996$$

$$ctr := 75.916779461947104996$$

$$I_{tr} := \frac{(b \cdot ctr^3)}{3} + \frac{(b \cdot (H-ctr)^3)}{3} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (ctr-d')^2 + (n-1) \cdot A_s \cdot (d-ctr)^2 = 3.156 \cdot 10^7$$

$$M_{rt_tr} := \frac{(f_r \cdot I_{tr})}{(H-ctr) \cdot 10^6} = 1.446 \quad \varepsilon_{c1} := \frac{f_r}{E_c} = 0.000132 \quad \phi_{tr} := \frac{\varepsilon_{c1}}{(H-ctr)} = 1.7806311964 \cdot 10^{-3}$$

$$M_{rc_tr} := \frac{(f_c \cdot I_{tr})}{ctr \cdot 10^6} = 12.47$$

Análisis como sección fisurada

$$\frac{(b \cdot ccr^2)}{2} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (ccr-d') - n \cdot A_s \cdot (d-ccr) \xrightarrow{\text{solve, ccr}} \begin{bmatrix} -78.211874463810632362 \\ 41.170665952436772654 \end{bmatrix}$$

$$ccr := 41.170665952436772654$$

$$I_{cr} := \frac{(b \cdot ccr^3)}{3} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (ccr-d')^2 + n \cdot A_s \cdot (d-ccr)^2 = 9.691 \cdot 10^6$$

$$\phi_{cr2} := \frac{M_{rt_tr} \cdot 10^3}{E_c \cdot 10^6 \cdot I_{cr} \cdot 10^{-12}} = 0.006$$

Análisis como sección fisurada, compresión a $0.5f'_c$

$$\varepsilon_{c50} := \frac{0.5 \cdot f_c}{E_c} = 0.000583$$

$$M_{rc_cr50} := \frac{(\varepsilon_{c50} \cdot E_c \cdot I_{cr})}{ccr \cdot 10^6} = 3.531$$

$$\phi_{cr3} := \frac{Mrc_{cr50} \cdot 10^3}{Ec \cdot 10^6 \cdot Icr \cdot 10^{-12}} = 0.014$$

$$\varepsilon_{s50} := \varepsilon_{c50} \cdot \frac{(d - ccr)}{ccr} = 0.001116 \quad fs50 := Es \cdot \varepsilon_{s50} = 223.132$$

Análisis para resistencia última ACI

$$\theta_1 := \left| \begin{array}{l} \text{if } f'c > 55 \\ \quad 0.65 \\ \text{if } 17 \leq f'c \leq 28 \\ \quad 0.85 \\ \text{if } 28 < f'c \leq 55 \\ \quad 0.85 - (0.05 \cdot (f'c - 28) \div 7) \end{array} \right| = 0.8357$$

$$\left(As \cdot fy + \left(A's \cdot \left(Es \cdot \varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(d' - c)}{c} \right) \right) \right) - (0.85 \cdot f'c \cdot (\beta_1 \cdot c) \cdot b) \xrightarrow{\text{solve, c}} \begin{bmatrix} -28.440822436499559969 \\ 29.856039639926636165 \end{bmatrix}$$

$$c := 29.856039639926636165$$

$$\varepsilon_s := \varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(d - c)}{c} = 0.009058$$

$$\varepsilon'_s := \varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(d' - c)}{c} = 0.000014$$

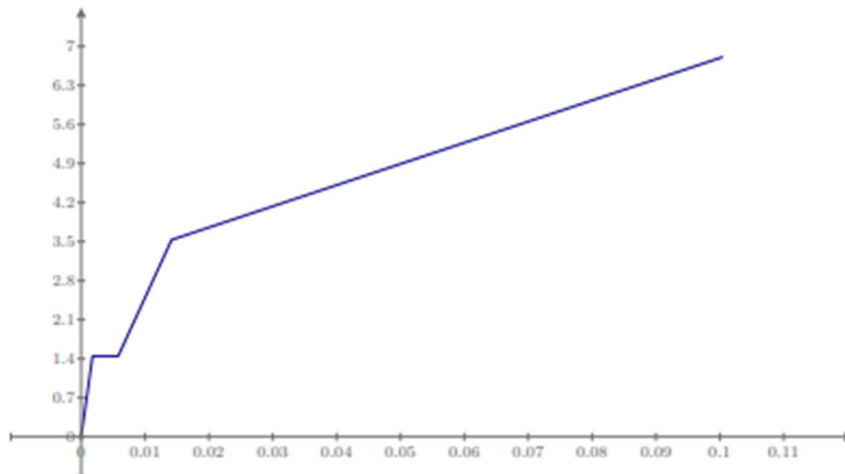
$$Tension := As \cdot \frac{fy}{10^3} = 63.335 \quad Compression := \frac{0.85 \cdot f'c \cdot (\beta_1 \cdot c) \cdot b + \left(A's \cdot \left(Es \cdot \varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(c - d')}{c} \right) \right)}{10^3} = 63.335$$

$$Mr_{ru} := \frac{Tension}{10^3} \cdot \left(d - \beta_1 \cdot \frac{c}{2} \right) = 6.81$$

$$\phi_3 := \frac{\varepsilon_s}{(d - c)} = 0.1004821817$$

$$\phi := \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_{tr} \\ \phi_{cr2} \\ \phi_{cr3} \\ \phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.002 \\ 0.006 \\ 0.014 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

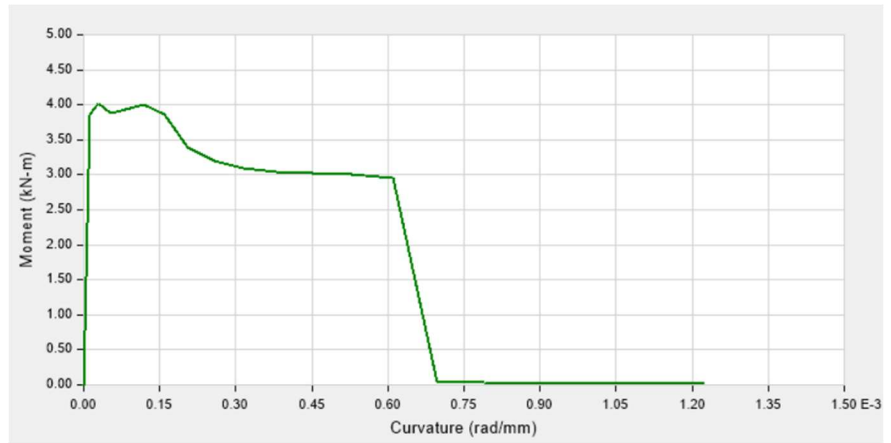
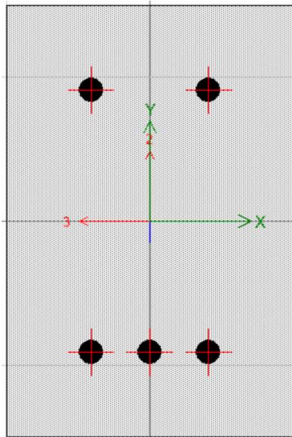
$$M := \begin{bmatrix} 0 \\ Mr_{tr} \\ Mr_{tr} \\ Mrc_{cr50} \\ Mr_{ru} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.446 \\ 1.446 \\ 3.531 \\ 6.81 \end{bmatrix}$$



ϕ

M

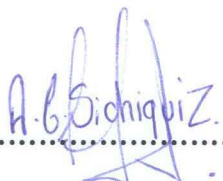
Anexo 9. Diagrama momento-curvatura en el software Etabs



AUTORIZACION DE PUBLICACION EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Yo, **Ana Cecilia Sichiqli Zarate** portadora de la cédula de ciudadanía N.º 0104932595. En calidad de autora y titular de los derechos patrimoniales del trabajo de titulación “**Análisis del estado tenso-deformacional y estados límite en vigas de hormigón armado usando modelos numéricos de elementos finitos**” de conformidad a lo establecido en el artículo 114 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, reconozco a favor de la Universidad Católica de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos, Así mismo; autorizo a la Universidad para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el Repositorio Institucional de conformidad a lo dispuesto en el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, **18 de marzo de 2024**

F: 

Ana Cecilia Sichiqli Zarate

C.I. 0104932595