



UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CUENCA

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA

Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo

**UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERÍA, INDUSTRIA
Y CONSTRUCCIÓN**

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

**CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE UNA VIGA
DE HORMIGÓN ARMADO DEFINIDA PARA FALLA POR
CORTE**

**PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

AUTOR: DARWIN ISRAEL CABRERA ORDÓÑEZ

BRYAN STEVEN SUQUILANDA MINGA

DIRECTOR: ING. JUAN GABRIEL BARBECHO CHUISACA. MSC.

CUENCA - ECUADOR

2023

DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA

Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo

**UNIDAD ACADÉMICA INGENIERÍA, INDUSTRIA Y
CONSTRUCCIÓN**

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE UNA VIGA DE
HORMIGÓN ARMADO DEFINIDA PARA FALLA POR CORTE

**PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

AUTOR: DARWIN ISRAEL CABRERA ORDÓÑEZ

BRYAN STEVEN SUQUILANDA MINGA

DIRECTOR: ING. JUAN GABRIEL BARBECHO CHUISACA. MSC.

CUENCA - ECUADOR

2023


DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO

DECLARATORIA DE AUTORÍA Y RESPONSABILIDAD

Darwin Israel Cabrera Ordóñez y Bryan Steven Suquilanda Minga portadore(a)s de las cédulas de ciudadanía N° 1150329280 y 1106068826. Declaramos ser autore(a)s de la obra: "Título del trabajo", sobre la cual nos hacemos responsables sobre las opiniones, versiones e ideas expresadas. Declaramos que la misma ha sido elaborada respetando los derechos de propiedad intelectual de terceros y eximimos a la Universidad Católica de Cuenca sobre cualquier reclamación que pudiera existir al respecto. Declaramos finalmente que nuestra obra ha sido realizada cumpliendo con todos los requisitos legales, éticos y bioéticos de investigación, que la misma no incumple con la normativa nacional e internacional en el área específica de investigación, sobre la que también nos responsabilizamos y eximimos a la Universidad Católica de Cuenca de toda reclamación al respecto.

Cuenca, 12 de octubre de 2023

F: 
Darwin Israel Cabrera Ordóñez
1150329280

F: 
Bryan Steven Suquilanda Minga
1106068826

CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR DE TESIS

Yo, Juan Gabriel Barbecho Chuisaca, certifico que el presente trabajo de titulación fue ejecutado por los estudiantes Ordoñez Cabrera Darwin Israel y Suquilanda Minga Bryan Steven bajo mi dirección.



Firmado electrónicamente por:
**JUAN GABRIEL
BARBECHO CHUISACA**

F:

Juan Gabriel Barbecho Chuisaca
0104445929

DIRECTOR DE TRABAJO DE TITULACIÓN

DEDICATORIA

Dedico este proyecto de titulación, en primera instancia, a Dios y a mis padres, Emma Ordoñez e Ildauro Cabrera, por su apoyo incondicional. Su dedicación y sacrificio para brindarme las mejores oportunidades han sido mi mayor motivación para esforzarme cada día. Gracias por ser mi constante inspiración y por enseñarme que, con esfuerzo, perseverancia y determinación, todo es posible.

A mis hermanos, Edith Cabrera y Alejandro Cabrera, quienes han sido mi fuente de inspiración y motivación a lo largo de esta carrera universitaria. Agradezco sus sabios consejos y apoyo, ya que su inquebrantable fe en mí me ha dado la confianza para superar cualquier desafío que se haya presentado en el camino.

A mi familia y amigos, les doy las gracias por brindarme su apoyo incondicional en los buenos y malos momentos, por acompañarme durante esta travesía. Siempre estaré profundamente agradecido por su presencia y respaldo.

Att: Darwin Israel Cabrera Ordoñez

DEDICATORIA

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a mis padres Ángel y María, que con la ayuda de Dios me brindaron su amor y apoyo incondicional para poder finalizar el proyecto más importante de mi vida.

Este proyecto de titulación se la dedico a mi hermosa familia. A mis padres, que me inculcaron valores, me motivaron, me aconsejaron, todo lo que soy y lo que tengo es gracias a ellos. A mi hermano Darwin le agradezco de aquí hasta el cielo, por su compañía, amor, consejos, complicidad y apoyo incondicional durante estos 5 años de estudio, A mi hermana Katina por ser mi mayor fuente de felicidad, con sus ocurrencias alegra mi vida.

A mis abuelitos por darme su amor, cuidarme y guiarme en la vida desde que tengo uso de razón. A mi tío Segundo José Manuel que ha sido una fuente de inspiración, apoyo y motivación constante a lo largo de mis estudios. A mis tíos, tías, primos y conocidos por sus consejos y alientos de apoyo.

Querida familia hoy puedo decir que lo he logrado, he llegado a la meta más importante de mi vida y es gracias a ustedes, ahora soy un profesional más en la familia.

Att: Bryan Steven Suquilanda Minga

AGRADECIMIENTO

En este momento tan significativo de mi vida, quiero expresar mi más profundo agradecimiento a Dios, tus bendiciones y sabiduría me han acompañado a lo largo de este camino, dándome la fortaleza y la determinación para superar cada obstáculo. Agradezco a mis padres Emma Ordoñez y Ildauro Cabrera, por ser mi guía y mi refugio en todo momento. Mi inspiración y mi mayor apoyo desde el inicio. Vuestra dedicación y amor incondicional me han impulsado a esforzarme cada día, recordándome que todo es posible con fe y perseverancia.

A mi compañero de tesis Bryan Suquilanda, agradezco profundamente tu colaboración, paciencia y trabajo en equipo. Juntos hemos enfrentado retos y celebrados triunfos, construyendo una amistad que valoro enormemente.

Al Ing. Juan Barbecho Chuisaca, director de tesis, agradezco su guía experta y apoyo durante todo el transcurso académico y en este proceso de titulación. Sus conocimientos y consejos han sido una guía para superar diferentes retos académicos. Finalmente agradezco, a la Universidad Católica de Cuenca, por la acogida para realizar mis estudios académicos. Su excelencia educativa y el ambiente enriquecedor han sido fundamentales en mi formación.

Att: Darwin Israel Cabrera Ordoñez

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por el intelecto que me ha regalado y gracias a ello he podido llegar a la meta del este proyecto, A mi familia por ser mi fortaleza y motivación día a día. A mis padres infinitamente agradecido por dedicarme su tiempo, amor, dedicación y sacrificio para que nada me faltara e hicieron posible conseguir el tan anhelado título profesional y mi superación, sin ustedes nada de esto sería posible.

A mi hermano Darwin, mi abuelita María Benigna y primo Edison que formaron parte de este proceso y que en 2022 la vida se los lleva al cielo, por brindarme su apoyo, complicidad, amistad y amor. Se que desde el cielo me ayudaron y guiaron en la última etapa de la carrera y estoy seguro que están tan felices como lo estoy ahora. Los extraño mucho.

A mi compañero de trabajo del este proyecto final, Darwin Cabrera, gracias amigo por tu dedicación y colaboración, eres parte fundamental de este triunfo.

También agradezco a la Universidad Católica de Cueca, por otorgarme la oportunidad de realizar mi formación académica y profesional, por brindarme los conocimientos necesarios para desenvolverme como profesional.

Finalmente, agradezco a los docentes en especial al Ing. Juan Barbecho por su guía experta, su apoyo constante y sus valiosas sugerencias a lo largo de todo el proceso de investigación. Su compromiso y conocimientos han sido fundamentales para el éxito de este trabajo.

Att: Bryan Steven Suquilanda Minga

RESUMEN

La modelación numérica con elementos finitos ha revolucionado la ingeniería civil al permitir la evaluación y diseño de estructuras complejas en un entorno virtual. Para lograr una optimización efectiva, es esencial calibrar adecuadamente los parámetros y condiciones de contorno. Esto incluye la implementación y evaluación de modelos constitutivos del hormigón y acero de refuerzo.

Se ha estudiado el comportamiento estructural de una viga de hormigón armado que fue diseñada según la ACI 318-19 y sometida a ensayos para fallar por cortante, utilizando tanto modelos analíticos como herramientas de análisis numérico. El objetivo principal fue verificar el comportamiento del método numérico, comparando los resultados obtenidos mediante análisis de elementos finitos con datos reales provenientes de ensayos experimentales.

Para el cumplimiento del objetivo se ha elaborado ensayos de materiales, diseño de hormigón según Fuller-Thompson, calibración del modelo numérico en Abaqus, modelación de la geometría, condiciones de contorno y discretización de elementos finitos.

Esta comparación arrojó una variabilidad de carga del 6.139% y una discrepancia del 7% en la energía de deformación entre ambos enfoques. Estos procedimientos permitieron la determinación de la capacidad de carga, la distribución de esfuerzos y deformaciones, así como la identificación de los patrones de fisuración característicos

Además, se ha evaluados modelos teóricos propuesto para determinar la resistencia al corte del hormigón, clasificándolos como conservadores, eficientes y no conservadores.

Finalmente, se compara los patrones de fisuración del modelo experimental y numérico, destacando las fisuras por esfuerzos de tracción debido a la flexión y cortante.

Palabras clave: modelo numérico, modelo teórico, modelo experimental, Abaqus, modelos constitutivos, viga de hormigón armado, acero de refuerzo, resistencia a corte.

ABSTRACT

Numerical modeling with finite elements has revolutionized civil engineering by permitting the assessment and design of complex structures in a virtual environment. It is essential to properly calibrate the parameters and boundary conditions to accomplish effective optimization. It includes the implementation and examination of concrete and reinforcing steel constitutive models.

The structural behavior of a reinforced concrete beam designed according to ACI 318-19 and tested for shear failure was studied employing analytical models and numerical analysis tools. The aim was to verify the performance of the numerical method, comparing the results obtained by finite element analysis with accurate data from experimental tests.

According to Fuller-Thompson, material tests and concrete design were performed, and the numerical model in Abaqus was calibrated to achieve this objective. This process also involved modeling the geometry, defining boundary conditions, and discretizing finite elements. This comparison revealed a 6.139% load variability and a 7% discrepancy in strain energy between approaches. These procedures enabled the determination of load capacity, stress and strain distribution, and the identification of characteristic crack patterns.

Furthermore, theoretical models proposed to establish the shear strength of concrete were assessed, classifying them as conservative, efficient, and non-conservative.

Finally, the cracking patterns of the experimental and numerical models were compared, highlighting the tensile stress cracks due to bending and shear.

Keywords: numerical model, theoretical model, experimental model, constitutive models, shear strength.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. CAPÍTULO I: GENERALIDADES	17
1.1. Introducción.....	17
1.2. Antecedentes.....	17
1.2.1. Estado del arte	17
1.2.2. Formulación del problema	19
1.2.3. Delimitación del problema.....	19
1.3. Objetivos.....	20
1.3.1. Objetivo General	20
1.3.2. Objetivos Específicos.....	20
1.4. Justificación	20
2. CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	21
2.1. Materiales y modelos constitutivos	21
2.1.1. Acero de refuerzo	21
2.1.2. Hormigón	23
2.2. Modelos analíticos para diseño de vigas	27
2.2.1. Métodos de diseño.....	28
2.2.2. Flexión.....	29
2.2.3. Corte	32
2.3. Contexto normativo	35
2.4. Método de elementos finitos.....	37
3. CAPITULO III: METODOLOGÍA.....	39

3.1.	Modelos teóricos.....	39
3.2.	Modelo físico.....	41
3.2.1.	Ensayo de varillas de acero corrugado.....	41
3.2.2.	Ensayo de materiales granulares.....	41
3.2.3.	Diseño de la mezcla de hormigón.....	41
3.3.	Calibración de parámetros para el modelo numérico en ABAQUS.....	42
3.3.1.	Modelos constitutivos de los materiales.....	42
3.3.2.	Modelación de la geometría.....	45
3.3.3.	Condiciones de contorno.....	46
3.3.4.	Discretización de elementos finitos (mallado).....	47
3.3.5.	Parámetros de salida de los modelos numéricos.....	47
3.4.	Energía de deformación.....	48
4.	CAPÍTULO IV: RESULTADOS.....	49
4.1.	Comportamiento según modelos analíticos.....	49
4.2.	Comportamiento según el modelo numérico ABAQUS.....	52
4.2.1.	Modelos constitutivos.....	52
4.2.2.	Comportamiento según el modelo numérico.....	61
4.3.	Comportamiento según el modelo físico.....	66
4.4.	Comportamiento de los resultados de cada modelo.....	73
5.	CAPÍTULO V: CONCLUSIONES.....	82
6.	BIBLIOGRAFÍA.....	87

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 <i>Características mecánicas del acero de refuerzo.</i>	22
Tabla 2 <i>Especificaciones para ensayos de componentes del hormigón.</i>	24
Tabla 3 <i>Propiedades mecánicas del hormigón.</i>	26
Tabla 4 <i>Resistencia a corte experimental (V_u) vs teórica (V_c)</i>	33
Tabla 5 <i>Reglamentos y recomendaciones para el diseño y construcción de la viga</i>	36
Tabla 6 <i>Modelos propuesto para determinar V_c por criterio conservador.</i>	39
Tabla 7 <i>Modelos propuesto para determinar V_c por criterio eficiente.</i>	40
Tabla 8 <i>Modelos propuesto para determinar V_c por criterio no conservador</i>	40
Tabla 9 <i>Modelos propuesto para determinar V_c por criterio conservador.</i>	49
Tabla 10 <i>Modelos propuesto para determinar V_c por criterio detallado.</i>	50
Tabla 11 <i>Modelos propuesto para determinar V_c por criterio no conservador</i>	50
Tabla 12 <i>Propiedades mecánicas de la varilla corrugada de 5.5mm</i>	52
Tabla 13 <i>Equivalencia de energías de deformación.</i>	53
Tabla 14 <i>Propiedades mecánicas de la varilla corrugada de 8 mm.</i>	54
Tabla 15 <i>Equivalencia de energías de deformación.</i>	55
Tabla 16 <i>Propiedades mecánicas de la varilla corrugada de 12 mm.</i>	56
Tabla 17 <i>Equivalencia de energías de deformación.</i>	57
Tabla 18 <i>Propiedades mecánicas del hormigón mediante la metodología de Mander.</i>	59
Tabla 19 <i>Comportamiento a compresión del hormigón mediante la metodología de Mander</i>	60
Tabla 20 <i>Comportamiento a tensión del hormigón mediante la metodología de Mander</i>	61
Tabla 21 <i>Resultados obtenidos con el modelo MD1-SE, con diferente dimensión de mallado</i>	63
Tabla 22 <i>Resultados obtenidos con el modelo MD2-CE, con diferente dimensión de mallado</i>	65
Tabla 23 <i>Comportamiento experimental de la viga 1 bajo cargas aplicadas</i>	68

Tabla 24 <i>Comportamiento experimental de la viga 2 bajo cargas aplicadas</i>	70
Tabla 25 <i>Valores representativos del diagrama momento-curvatura en ETABS</i>	74
Tabla 26 <i>Valores representativos del diagrama momento-curvatura del modelo teórico</i>	75
Tabla 27 <i>Variabilidad entre el modelo numérico y modelo físico</i>	78
Tabla 28 <i>Comparación de los patrones de fisuración del modelo Numérico versus la viga 1 y 2 ensayada en laboratorio</i>	79
Tabla 29 <i>Cuantificación de materiales para un hormigón de 24 MPa</i>	83

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 <i>Diagrama esfuerzo - deformación unitaria.</i>	21
Figura 2 <i>Modelo Bilineal del acero de refuerzo.</i>	23
Figura 3 <i>Diagrama típico esfuerzo - deformación del hormigón.</i>	25
Figura 4 <i>Modelo de Mander para hormigón confinado y no confinado</i>	27
Figura 5 <i>Estado no agrietado del hormigón.</i>	29
Figura 6 <i>Estado agrietado del hormigón.</i>	30
Figura 7 <i>Estado último del hormigón.</i>	31
Figura 8 <i>Grieta combinada por flexión y cortante</i>	34
Figura 9 <i>Fisuras por esfuerzos cortantes en el alma.</i>	34
Figura 10 <i>Discretización de viga en elementos finitos en abaqus.</i>	37
Figura 11 <i>Configuración del elemento experimentado.</i>	39
Figura 12 <i>Caracterización de propiedades físicas y mecánicas del hormigón.</i>	43
Figura 13 <i>Caracterización de propiedades físicas y mecánicas del acero de refuerzo.</i>	44
Figura 14 <i>Modelo geométrico del sistema en ABAQUS.</i>	45
Figura 15 <i>Condiciones de contorno y aplicación de cargas.</i>	46
Figura 16 <i>Discretización del elemento mediante elementos finitos.</i>	47
Figura 17 <i>Diagrama fuerza-desplazamiento referente al modelo analítico.</i>	51
Figura 18 <i>Diagrama esfuerzo-deformación y Modelo constitutivo de la varilla corrugada de 5.5 mm</i>	53
Figura 19 <i>Curva esfuerzo-deformación y Modelo constitutivo de la varilla corrugada de 8mm</i>	54
Figura 20 <i>Curva esfuerzo-deformación y Modelo constitutivo de la varilla corrugada de 12 mm</i>	56
Figura 21 <i>Curvas esfuerzo-deformación de muestras cilíndricas de hormigón.</i>	58
Figura 22 <i>Diagrama esfuerzo-deformación mediante el método de Mander.</i>	59
Figura 23 <i>Configuración del acero transversal para el modelo MDI-SE.</i>	61

Figura 24 <i>Configuración de acero transversal para el modelo MD2-CE</i>	62
Figura 25 <i>Curvas Fuerza-Desplazamiento del modelo MD1-SE, con diferente dimensión de mallado</i>	64
Figura 26 <i>Curvas Fuerza-Desplazamiento del modelo MD2-CE, con diferente dimensión de mallado</i>	66
Figura 27 <i>Curva Fuerza-Desplazamiento de las vigas ensayadas</i>	67
Figura 28 <i>Patrones de fisuración de la primera viga ensayada</i>	73
Figura 29 <i>Patrones de fisuración de la segunda viga ensayada</i>	73
Figura 30 <i>Diagrama momento-curvatura en el software ETABS</i>	74
Figura 31 <i>Diagrama momento-curvatura del modelo teórico</i>	76
Figura 32 <i>Diagrama fuerza-desplazamiento según el modelo numérico y físico</i>	77

CAPÍTULO I: GENERALIDADES

1.1. Introducción

La falla por cortante en vigas de hormigón armado se puede analizar mediante tres modelos: teórico, físico y numérico. Sin embargo, los resultados de cada modelo difieren entre sí, debido a las simplificaciones inherentes a cada modelo, así como a las limitaciones de los datos, imperfecciones en los modelos y suposiciones involucradas en la modelación.

El análisis por elementos finitos es una técnica dentro del modelo numérico, que garantiza un análisis rápido y eficiente con respecto al modelo experimental, lo que implica un ahorro de tiempo y dinero.

Antón, Artero y Pernas (2012) en su investigación mencionan que, los modelos numéricos están sujetos a ciertas limitaciones y errores asociados a las simplificaciones y aproximaciones utilizadas en el proceso de simulación. Por lo tanto, es esencial validar y calibrar adecuadamente los modelos numéricos para asegurar su precisión y confiabilidad en la interpretación de los resultados.

La validación y calibración de la simulación considera el comportamiento real del acero y hormigón mediante modelos constitutivos para la posterior comparación de resultados entre el modelo experimental y el modelo analítico. Esta calibración permitirá optimizar el análisis del elemento estructural garantizando seguridad y eficiencia.

1.2. Antecedentes

1.2.1. Estado del arte

Existen investigaciones que analizan el comportamiento físico y mecánico de un determinado número de vigas de hormigón reforzado sometida a flexión, donde se comparan los resultados de los tres modelos: físico, numérico y teórico, tomando en cuenta las gráficas que describen el comportamiento del elemento estructural cuando es sometido a cargas externas. Una de estas investigaciones es la realizado Alcívar, Zambrano y Chunga (2021)

que muestran una comparación entre el modelo experimental y el modelo numérico, mediante el análisis de diagramas Momento-Curvatura de una viga de hormigón armado con apoyos simples y una carga puntual aplicada en centro del elemento estructural. Los autores indican que “el ajuste de la calibración se realizó mediante el análisis del modelo numérico en el Software ABAQUS de elementos finitos, obteniendo un margen de discrepancia de 2.89% entre los modelos calibrados”

Así mismo, Rodríguez, Bonilla y Hernández (2012) realizan un estudio del comportamiento de vigas de gran peralte de hormigón armado aplicando la metodología de la simulación numérica, considerando modelos constitutivos como: el bilineal y el modelo de Drucker-Prager para el acero y hormigón respectivamente. En dicha investigación los autores cotejan los diagramas de carga- desplazamiento de los dos modelos, numérico y experimental obteniendo una discrepancia menor al 5%.

Por otra parte, Braun, Villa, Miño, Rocco y Fournier (2017) en su investigación acerca de las “vigas de hormigón armado reforzadas a corte con láminas de fibras de carbono”, analizan el comportamiento de los elementos aplicando la metodología de elementos finitos empleado el software ABAQUS, en donde comparan los patrones de fisuración y los diagramas de fuerza-desplazamiento del modelo numérico con el experimental, dando como resultados una gran similitud en los patrones de fisuración a tracción y en el comportamiento del diagrama.

De igual manera, Sakbana & Mashreib (2020) en su investigación realizan el análisis de vigas de hormigón armado mediante elementos finitos con el uso del software ABAQUS. Los autores analizan la relación carga-deflexión y el patrón de grietas que presentan los dos modelos (numérico y experimental), llegando a tener un margen de discrepancia del 12% en la calibración de los modelos.

1.2.2. Formulación del problema

Dentro del ámbito de la ingeniería estructural, se encuentra el desafío de lidiar con la incertidumbre en relación con la elección del modelo más óptimo para el diseño estructural. La divergencia de resultados entre los modelos teóricos, numéricos y experimental genera discusiones. Esta divergencia no indica necesariamente la falla en la estructura, pero crea confrontación al comparar los resultados de los tres modelos.

Por otra parte, existen varios modelos teóricos propuesto por autores y organizaciones para evaluar la resistencia al corte del hormigón, lo que ha dado lugar a disparidades en los resultados de cada modelo. Estas discrepancias generan más incertidumbre al momento de diseñar los elementos estructurales.

Además, no existe un modelo numérico sin calibrar que pueda replicar en su totalidad el comportamiento del modelo físico, ni un modelo teórico que pueda calcular con precisión la resistencia última al corte. Esto se debe a que cada uno de estos modelos involucra variables que pueden influir en los resultados previstos.

1.2.3. Delimitación del problema

El objeto de la presente investigación se centra en el análisis y predicción del comportamiento estructural de una viga de hormigón armado diseñada específicamente para fallar por corte o cizallamiento. El enfoque estará dirigido únicamente al estudio de la resistencia nominal del hormigón ($V_n=V_c$) para soportar la carga aplicada, sin considerar el uso de estribos para una resistencia adicional nominal (V_s).

El diseño de la resistencia del hormigón se establecerá en 24 MPa como parámetro constante. Para llevar a cabo el análisis del comportamiento de la viga, se emplearán tres modelos diferentes: teórico, numérico y físico. Los resultados obtenidos a través de estas metodologías serán utilizados para determinar los factores de ajuste necesarios para calibrar el modelo numérico y lograr una concordancia óptima con el modelo físico.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

- Calibrar un modelo numérico respecto a los modelos físicos y teóricos de una viga de hormigón reforzado caracterizada para falla por corte.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Obtener el diagrama fuerza – desplazamiento de la viga de hormigón reforzado mediante el modelo experimental, teórico y numérico.
- Ajustar la viga de hormigón armado en el software ABAQUS mediante el análisis de elementos finitos considerando los modelos constitutivos para el acero y hormigón.
- Determinar y comparar los patrones de agrietamiento del modelo físico y numérico.

1.4. Justificación

Actualmente el interés por aplicar nuevos métodos de diseño y análisis con herramientas informáticas como principal forma de estudio ha incrementado, siendo de gran importancia la aplicación del método de elementos finitos (MEF) en simulaciones de estructuras. Sin embargo, no se ha podido aplicar ampliamente esta metodología numérica debido a la falta de calibración de los modelos.

La calibración adecuada del modelo predice mejor el comportamiento a cortante del elemento estructural, permitiendo definir con exactitud los patrones de fisuración, deflexiones y la resistencia a corte, de esta forma se evita la construcción de modelos físicos, lo que implica menos costo.

El estudio realizado por Bonilla, Bezerra, Larrua, Recarey y Mirambell (2015) sobre la modelación numérica han demostrado la eficiencia sobre aplicación de simulación numérica, destaca la efectividad de este enfoque, resaltando beneficios como la concordancia entre resultados numéricos y experimentales, precisión en la estimación de la capacidad resistente y una mejor comprensión del comportamiento de estructuras.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Materiales y modelos constitutivos

González, Herrera, Iglesias y López (2013), “Un modelo constitutivo es una representación matemática o física que describe el comportamiento mecánico de un material o sustancia en respuesta a las fuerzas aplicadas”

2.1.1. Acero de refuerzo

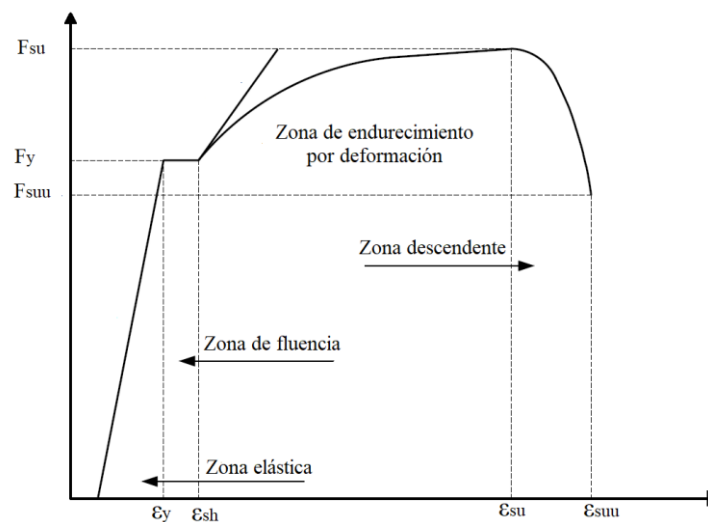
El acero de refuerzo es una barra circular con corrugaciones inclinadas a 65° en sus resaltes longitudinales, y que se fabrica a través de un proceso de laminación en caliente. Esta barra contiene elementos de aleación que le otorgan excelentes propiedades mecánicas, lo que permite alcanzar niveles elevados de resistencia y durabilidad (Novacero, 2019, p. 4).

2.1.1.1. Propiedades mecánicas

Mediante ensayos de tracción aplicados a las varillas en el laboratorio, se obtiene el diagrama esfuerzo-deformación del acero. Este ensayo consiste en colocar una barra de acero a una prensa de tracción, la cual aplica carga gradual axial al elemento y se aplica hasta su ruptura determinando los parámetros y propiedades mecánicas del elemento.

Figura 1

Diagrama esfuerzo - deformación unitaria.



Nota: Tomado de (González et al., 2005).

Interpretando la Figura 1, González, Botero, Rochel y Vidal (2005) indican el diagrama característico esfuerzo – deformación unitaria, "donde f_y , f_{su} , y f_{suu} son los esfuerzos de fluencia, máximo y el de fractura, respectivamente. ϵ_y , ϵ_{sh} , ϵ_{su} y ϵ_{suu} son las deformaciones de fluencia, inicio de la zona de endurecimiento, la última y la de fractura, respectivamente" (González et al., 2005). Además, E_s y E_{sh} son: el módulo de elasticidad e inicial de endurecimiento, respectivamente.

En el diagrama de la curva se caracterizan cuatro zonas: zona elástica, zona de fluencia, zona de endurecimiento por deformación y zona de desenlace, estos efectos de dan respectivamente conforme la carga axial aplicar al elemento aumenta gradualmente (González et al., 2005).

Tabla 1

Características mecánicas del acero de refuerzo.

Descripción	Cantidad	Unidad
Límite de fluencia (f_y) min	420	MPa
Límite de fluencia (f_y) max	540	MPa
Resistencia a la tracción (f_u)	550	MPa
Módulo de elasticidad (E_s)	200000	MPa

Nota: Tomado de (Novacero, 2022, p. 1).

2.1.1.2. Modelos Constitutivos del acero de refuerzo

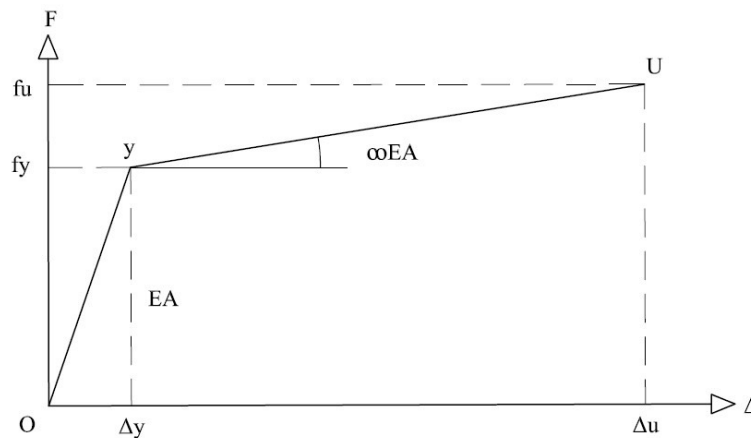
2.1.1.2.1. Modelo Bilineal

Según lo establecido por Mora & Aguiar (2015) el modelo constitutivo bilineal se emplea para describir el comportamiento del acero bajo cargas aplicadas, mediante dos estados de comportamiento: un elástico y plástico. El acero asume inicialmente un comportamiento elástico hasta llegar a la fluencia, donde pasa a un estado de deformación permanente plástica para finalmente llegar al colapso.

El modelo bilineal se caracteriza por poseer dos pendientes que representan los dos estados (elástico y plástico) en su diagrama esfuerzo deformación. La primera pendiente del estado elástico tiene una pendiente más pronunciada que la pendiente del estado plástico. Además, las pendientes lineales en cada estado nos representan que los esfuerzos son directamente proporcionales a la deformación unitaria dentro de cada región (Mora & Aguiar, 2015).

Figura 2

Modelo Bilineal del acero de refuerzo.



Nota: Tomado de (Mora & Aguiar, 2015).

2.1.2. Hormigón

Según Hernández & Gil (2007), el hormigón estructural es un material de construcción altamente resistente a la compresión. Sin embargo, una de sus desventajas es la baja resistencia a la tracción, ya que, es inferior aproximadamente 10 veces con respecto a la compresión.

“El hormigón es un material heterogéneo que además retrae, fluye y se agrieta, de tal forma que sus tensiones no pueden ser conocidas con exactitud” (Hernández & Gil, 2007).

2.1.2.1. Dosificación del hormigón

Dentro de la ejecución de obra, la dosificación del hormigón cumple un papel importante a la hora de mezclar para su creación, ya que de esto depende la resistencia, adherencia, trabajabilidad y durabilidad.

La dosificación del hormigón hace referencia a las proporciones de los materiales (agua, cemento y áridos) que deben utilizar para la elaboración, con el fin de obtener los parámetros mencionados anteriormente. Además, “la resistencia y durabilidad requeridas en el proyecto son las que determinan la relación agua-cemento para un conjunto de materiales” (NEC-SE-HM, 2015, p. 77).

Tabla 2

Especificaciones para ensayos de componentes del hormigón.

Norma Técnica	Descripción
NTE INEN 1855	Especificaciones para el hormigón premezclado en estado fresco
NTE INEN 872	Requisitos para los áridos en la fabricación de hormigón
NTE INEN 858	Método para determinar la masa unitaria de la grava y arena
NTE INEN 153	Muestreo y ensayos para el cemento hidráulico
NTE INEN 857	Requisitos para el ensayo de densidad de la arena y grava
NTE INEN 696	Distribución de la granulometría de la grava y arena
ASTM C31	Preparación y curado de muestra cilíndricas de hormigón

Nota: Tomado del Instituto Ecuatoriano de Normalización (INEN).

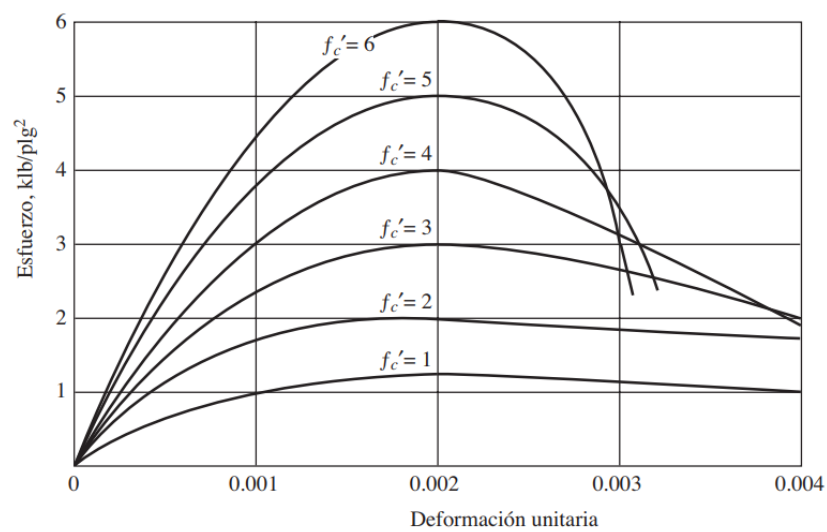
2.1.2.2. Propiedades mecánicas del hormigón

Mediante ensayos de compresión realizados en laboratorio a muestras cilíndricas de hormigón, se obtiene la resistencia en fuerza por unidad de área (MPa). Este valor es una variable indispensable para determinar y evaluar otras propiedades mecánicas debido a que está vinculada directamente con ellas. Las propiedades garantizan una larga vida útil en el hormigón (NEC-SE-HM, 2015).

En la Figura 3, se muestra las curvas esfuerzo-deformación definida para varias resistencias a la compresión del hormigón a los 28 días de su curado. Inicialmente la curva tiende a ser una línea recta, mientras la carga aumenta gradualmente desde cero hasta el tercio o medio de la resistencia aproximadamente. Pasado el rango el comportamiento del hormigón deja de ser lineal (McCormac & Brown, 2017).

Figura 3

Diagrama típico esfuerzo - deformación del hormigón.



Nota: Tomado de (McCormac & Brown, 2017).

Tanto las deformaciones unitarias del hormigón como las del acero son de interés, ya que de esto depende el tipo de falla del hormigón armado, “es de particular importancia el hecho de que todos los concretos, independientemente de sus resistencias, alcanzan sus resistencias últimas bajo deformaciones unitarias de aproximadamente 0.002” (McCormac & Brown, 2017).

Según lo indicado por McCormac & Brown (2017), el hormigón no presenta un límite definido a la fluencia plástica. Sin embargo, a medida que se incrementan las deformaciones unitarias en el material, las curvas de comportamiento se vuelven más suaves hasta llegar a puntos de falla aproximadamente en el rango de deformaciones unitarias entre 0.003 y 0.004

como se puede visualizar en la Figura 3. La ACI 318-19 recomienda para asumir la deformación unitaria de 0.003 para el fallo del concreto para facilitar los cálculos.

Tabla 3

Propiedades mecánicas del hormigón.

Descripción	Expresión	Unidad
Módulo de Elasticidad (E_c)	$E_c = 4700\sqrt{f'_c}$	MPa
Módulo de Elasticidad (E_{cn})	$E_{cn} = 1150^3\sqrt{E_a}\sqrt{f'_c}$	MPa
Módulo de ruptura (f_r)	$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c}$	MPa
Módulo de Poisson (μ_p)	0.16	
Deformación Unitaria (ε_c)	0.003	
Hormigón de peso normal (λ)	1	

Nota: Tomado de (McCormac & Brown, 2017) y (ACI 318, 2019, capítulo 19)

2.1.2.3. Modelo constitutivo de Mander

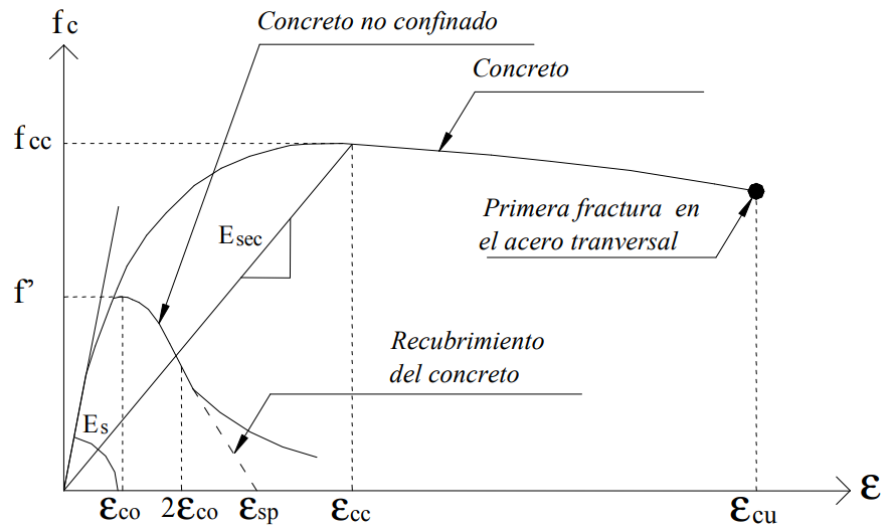
El modelo constitutivo propuesto por Mander, Priestley & Park (1988) explica el comportamiento no lineal del hormigón bajo carga aplicada. Este modelo representa las deformaciones unitarias del hormigón confinado y no confinado definida por una curva continua para cada caso.

Mediante el estudio del modelo de Mander se puede describir el fenómeno del daño acumulado en la sección. El modelo provee una respuesta o fenómenos más realista del hormigón con respecto a los demás modelos constitutivos (Mander, et al., 1988).

Para este proyecto en particular se seleccionó el modelo constitutivo de Mander por las condiciones que ofrece el diagrama. El diagrama muestra el punto final de la curvatura con una línea recta esto es importante ya que al momento de utilizar el modelo numérico se puede suspender el número de iteraciones cuando acabe la continuidad del modelo, caso contrario las iteraciones serian infinitas.

Figura 4

Modelo de Mander para hormigón confinado y no confinado.



Nota: Tomado de (Mander et al., 1988)

En la Figura 4, se muestra el comportamiento del hormigón tanto confinado como no confinado. Para determinar los parámetros del diagrama esfuerzo-deformación, Mander propone las siguientes ecuaciones (Mander et al., 1988):

$$f_c = \frac{xr f_{cc}}{r - 1 + x^r} \quad (1)$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (2)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right] \quad (4)$$

2.2. Modelos analíticos para diseño de vigas

Mediante el estudio de los modelos analíticos se puede predecir el comportamiento de las vigas de hormigón armado, por medio de soluciones o resultados representado por ecuaciones matemáticas de manera manual. Los resultados nos representan características y nos permiten analizar diferentes etapas, estados y escenarios del sistema (ESSS, 2017).

2.2.1. Métodos de diseño

El código ACI 318 se enfoca en el método LRFD (Load and Resistance Factor Design) para el diseño de elementos de hormigón armado. Este método consiste en mayorar las cargas solicitantes y minorar las resistencias de diseño por medio de factores mayores y menores que la unidad, respectivamente.

El capítulo 9 de la American Concrete Institute (ACI318-19) proporciona especificaciones, criterios y fórmulas para el diseño por flexión de vigas. A continuación, se presenta la expresión general (5) que debe cumplir en este método, el cual incorpora un factor de reducción de resistencia a la flexión ($\phi = 0.9$).

$$M_u \leq \phi M_n \quad (5)$$

Mientras que en el capítulo 22 de la ACI18-19 proporciona la expresión general (6) para el diseño a cortante en vigas, donde, V_n es la resistencia nominal, V_c y V_s es la resistencia del hormigón y resistencia del acero transversal respectivamente, el cual considera un factor de seguridad a corte mayor con respecto a la flexión ($\phi = 0.75$).

$$V_u \leq \phi(V_c + V_s) \quad (6)$$

El objetivo del método de diseño es proveer elementos dúctiles que adviertan mediante deflexiones el posible fallo del elemento. Por tanto, es importante controlar la falla por cortante mediante acero de refuerzo transversal para proveer elementos que fallen por flexión, que puedan fisurarse y tener deflexiones altas.

Además, el código ACI 318.19 considera los aspectos de servicio, que tiene como objetivo controlar y limitar las deformaciones, vibraciones y grietas en la estructura mediante fórmulas que proporciona en su sección 24.2.

2.2.2. Flexión

2.2.2.1. Comportamiento de una viga

Por lo general, una viga de hormigón armado trabaja a flexión cuando se aplica cargas. Además, el elemento debe poseer refuerzo a la tracción mediante acero longitudinal (McCormac & Brown, 2017). Cuando la viga experimenta este fenómeno, pasa por tres estados diferentes antes de la falla:

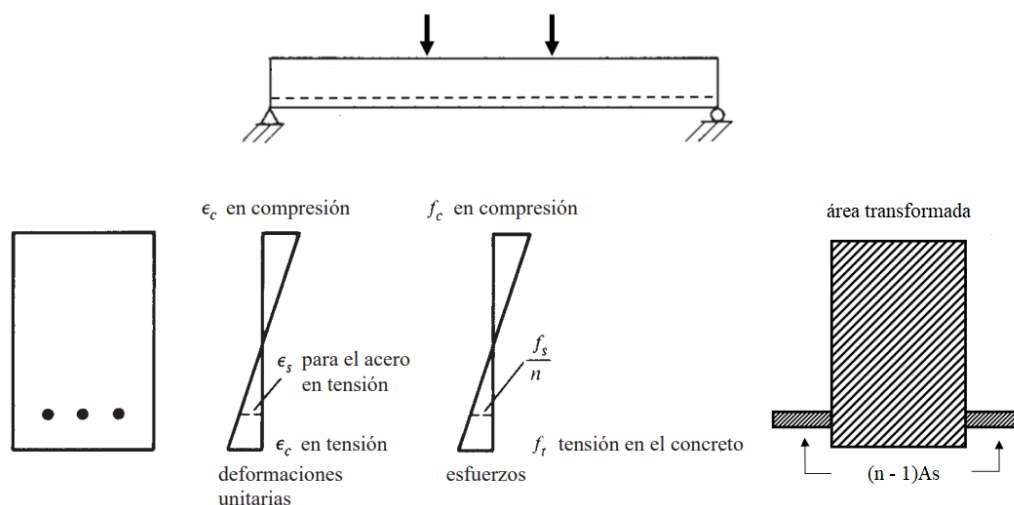
1. Estado del hormigón no fisurado
2. Estado del hormigón fisurado con esfuerzos elásticos
3. Estado de resistencia última

2.2.2.1.1. Estado 1: Hormigón no fisurado

El estado 1 ocurre en el instante en el que los esfuerzos de tracción no superan el módulo de ruptura del hormigón. En este estado el elemento “resiste a la flexión con esfuerzos a compresión en la parte superior y esfuerzos a tracción en la parte inferior” (McCormac & Brown, 2017). En la Figura 5, se indica la variabilidad de esfuerzos, deformaciones unitarias cuando se aplica cargas progresivas bajas y el área transformada.

Figura 5

Estado no agrietado del hormigón.



Nota: Tomado de (McCormac & Brown, 2017).

Para determinar el área transformada se establece un valor de proporcionalidad (n), donde se relacionan los módulos elásticos del acero y hormigón, con el fin obtener áreas equivalentes que se comporte de manera homogénea (McCormac & Brown, 2017). El valor (n) y momento de inercia considerando el acero a tracción y compresión, se determinan mediante la ecuación (7) y (8) respectivamente:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (7)$$

$$I_{tr} = \frac{bh^3}{12} + (bh) \left(\frac{h}{2} - c \right)^2 + A_s(n-1)(d-c)^2 + A'_s(-1)(c-d')^2 \quad (8)$$

2.2.2.1.2. Estado 2: Hormigón fisurado con esfuerzos elásticos

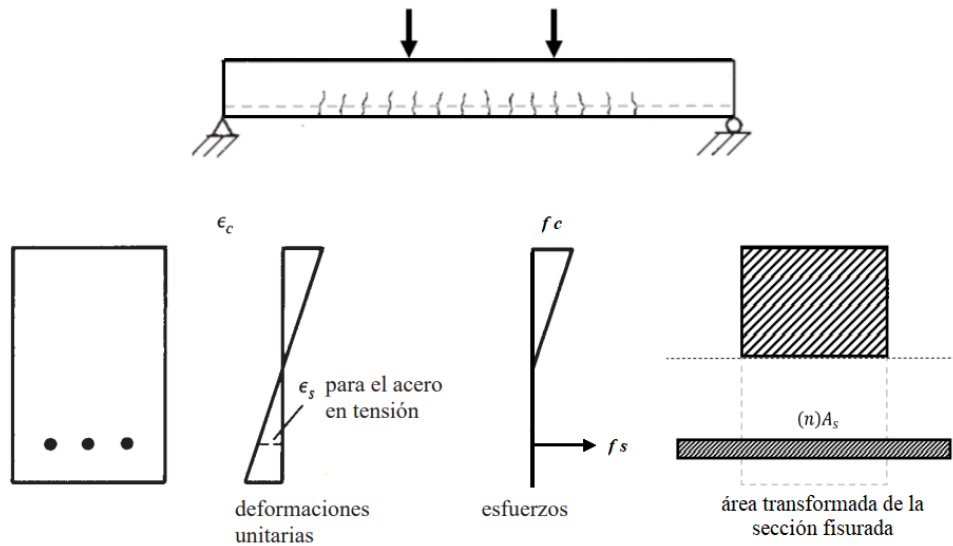
Cuando la carga aplicada sobrepasa el módulo de ruptura del hormigón inicia el segundo estado de flexión. En este instante empiezan a desarrollarse fisuras en la viga y se genera un momento resistente denominado Momento de agrietamiento (M_{cr}) y se determina mediante la expresión (9). Mientras la carga aplicada aumenta gradualmente el tamaño de grietas se amplía rápidamente en dirección al eje neutro y el eje neutro comienza a desplazarse hacia arriba (McCormac & Brown, 2017).

$$M_{cr} = \frac{f_r I_{tr}}{y_t} \quad (9)$$

En la Figura 6, se muestra los esfuerzos actuantes para esta etapa en donde “los esfuerzos a compresión varían de forma lineal en función del valor del eje neutro. Además, los esfuerzos de compresión del hormigón no deben superar el 50% de su resistencia ($0.5f'_c$) así mismo el acero no debe superar su límite elástico” (McCormac & Brown, 2017).

Figura 6

Estado agrietado del hormigón.



Nota: Tomado de (McCormac & Brown, 2017).

Por medio de la expresión (10) se puede determinar el momento de inercia agrietado, en la expresión no se considera el área del hormigón que está a tracción, en consecuencia, se puede determinar los esfuerzos actuante en este estado (McCormac & Brown, 2017).

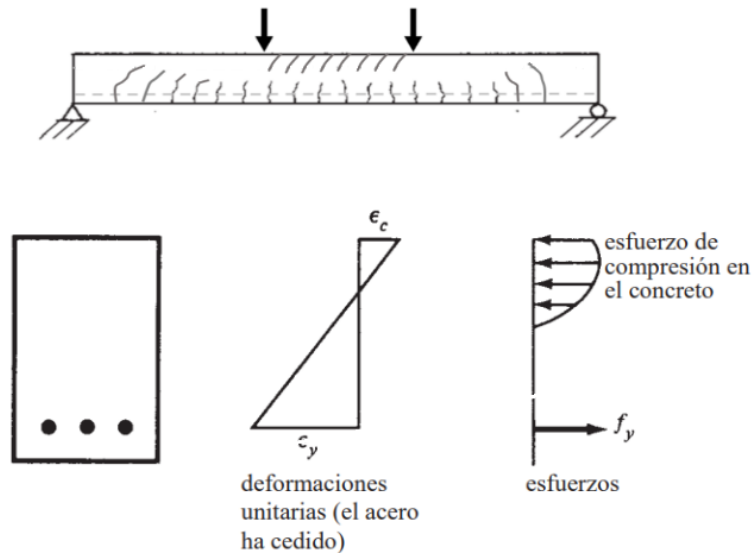
$$I_{cr} = \frac{bc_y^3}{3} + (n - 1)A'_S(c_y - d')^2 + nA_S(d - c_y)^2 \quad (10)$$

2.2.2.1.3. Estado 3: Resistencia última

En el estado 3, el elemento estructural falla debido a que la mitad de los esfuerzos a la compresión del hormigón ($0.5f'_c$) son superados por los esfuerzos actuantes a causa de la carga gradual aplicada. Los esfuerzos a compresión del hormigón dejan de ser lineales. Además, tanto las fisuras a causa de la tracción se elevan más hacia arriba como el eje neutro y las varillas de refuerzo han cedido por fluencia (McCormac & Brown, 2017).

Figura 7

Estado último del hormigón.



Nota: Tomado de (McCormac & Brown, 2017).

2.2.3. Corte

2.2.3.1. Resistencia a cortante del hormigón (V_c)

Según McCormac & Brown (2017), no existe una explicación convincente acerca del mecanismo de falla por cortante a pesar de los numerosos estudios de este tipo de falla en las vigas de hormigón. Por lo tanto, los métodos de diseños que han surgido se fundamentan principalmente en los resultados obtenidos a partir de pruebas empíricas.

En 2021 Aguilera & Aguirre realizaron un “análisis comparativo de vigas de hormigón armado sometidas a corte de forma experimental cuando existe refuerzo longitudinal pero no transversal versus la derivada de la fórmula propuesta en el ACI 318-19”. En su análisis evaluaron 36 elementos tipificados según la cuantía (ρ) (min, promedio y max) y la resistencia (f'_c) (21, 24 y 28 MPa). Estas variaciones en el método experimental les permitieron obtener distintos valores de V_u para comparar con los valores de V_c obtenidos mediante la expresión (11) propuesta ACI 318-19.

$$V_c = 0.17\lambda \cdot \sqrt{f'_c \cdot \text{MPa}} \cdot b \cdot d \quad (5)$$

La NEC (2015) proporciona la misma expresión (11) para determinar la resistencia a cortante del hormigón en su sección 1.7 de la guía para el diseño de miembros de hormigón reforzado.

De acuerdo a los resultados obtenidos en la Tabla (4) por Aguilera & Aguirre (2021) contemplado la resistencia $f'c=24\text{MPa}$ se aprecia que los resultados mediante el método experimental supera de 3.7 a 5 veces la resistencia obtenida mediante el método teórico (Aguilera & Aguirre, 2021).

Tabla 4

Resistencia a corte experimental (V_u) vs teórica (V_c)

$f'c$ (MPa)	P	Aceros	V_u (kN)	V_c (kN)	V_u/V_c
24	Max	2 ϕ 10 / 1 ϕ 8mm	79.6437	15.7013	5.07
	Media	2 ϕ 10 mm	75.0618	15.7013	4.78
	Min	1 ϕ 10 mm	59.311	15.7013	3.78

Nota: Tomado de (Aguilera & Aguirre, 2021)

Cabe mencionar que no siempre existirá demasiada divergencia entre el V_c y V_u , debido a que los resultados obtenidos de V_u mediante el método experimental varía según algunos factores como: a, d, ρ .

Por su parte el código ACI 318 (2019) en su apartado 22.5.5.1 menciona que la resistencia no es proporcional al peralte (d) de la viga, el estudio del código denomina como efecto de tamaño a este fenómeno. “El esfuerzo a cortante a la falla es menor en vigas con mayor altura y menor área de refuerzo longitudinal (ρ)” (ACI 318, 2019, p. 419).

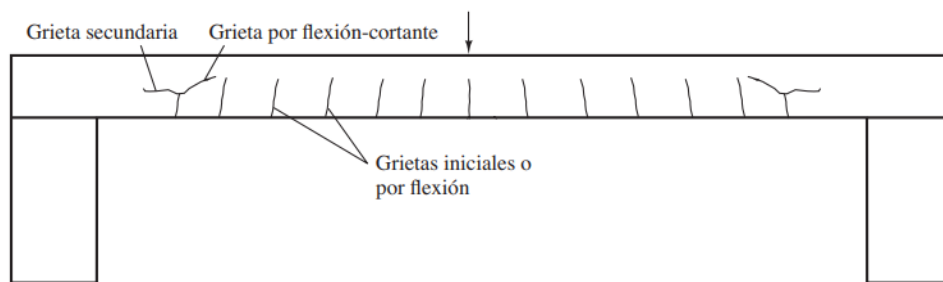
2.2.3.2. Agrietamiento por cortante

Cuando la carga aplicada sobrepasa la resistencia del hormigón se desarrollan grietas inclinadas que comienzan cerca de los apoyos. Se pueden presentar dos tipos de grietas: las asociadas a flexión-cortante y cortante puro.

Las grietas asociadas a la flexión-cortante que ocurre cuando el momento último es superior al momento de agrietamiento y existen esfuerzos cortantes grandes. Además, la grieta por cortante muestra una inclinación, formando un ángulo de 45 grados, como se muestra en la Figura 8 (McCormac & Brown, 2017).

Figura 8

Grieta combinada por flexión y cortante

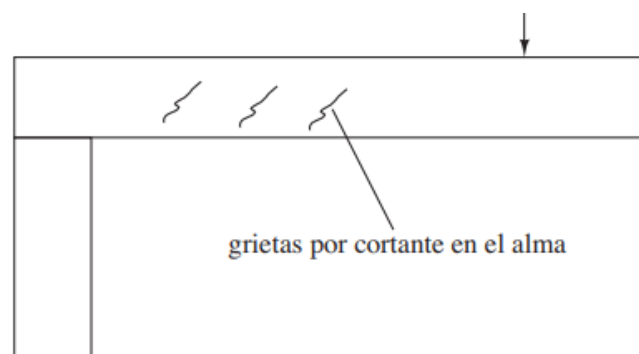


Nota: Tomado de (McCormac & Brown, 2017).

Por otra parte, las grietas por cortante puro en el alma son más comunes en vigas con patines grandes y almas delgadas. Estas grietas suelen desarrollarse en la zona central de la altura de las secciones transversales y se extienden diagonalmente hacia la superficie de tracción como se puede apreciar en la Figura 9 (McCormac & Brown, 2017).

Figura 9

Fisuras por esfuerzos cortantes en el alma.



Nota: Tomado de (McCormac & Brown, 2017).

2.2.3.3. Mecanismos de resistencia a corte

En el estudio realizado por Aguilera & Aguirre (2021) sobre el análisis comparativo de la resistencia del hormigón a corte mediante el método experimental y teórico, utilizan una relación constante $a/d=0.98$, “donde (a) es la distancia entre la aplicación de la carga y el apoyo y, (d) el peralte efectivo de la viga” (Aguilera & Aguirre, 2021). Además, el mismo estudio hace referencia a los mecanismos de resistencia al corte en función de la relación a/d .

Archundia & Tena (2015) en su investigación mencionan los mecanismos de resistencia en las vigas que carecen de refuerzo transversal cuando se someten a fuerzas cortantes y están directamente vinculadas con la relación a/d :

- Mecanismo de arco, si $1 \leq a/d \leq 2.5$
- Mecanismo de viga, si $2.5 < a/d < 5.6$
- Mecanismo de falla por flexión, si $a/d \geq 5.6$

Por otra parte, Appa Rao & Injaganeri (2011) en su estudio, tipifican las vigas de hormigón armado mediante 3 clases en función de la relación a/d :

- Vigas profundas, si $0 < a/d \leq 1$
- Vigas cortas, si $1 < a/d \leq 2.5$
- Vigas normales, si $a/d > 2.5$

Además, Appa Rao & Injaganeri (2011) en su estudio proponen un modelo analítico más detallado, que consideran variables importantes que influyen en la resistencia al cortante, como: peralte efectivo, a/d , cuantía y tamaño del agregado grueso.

2.3. Contexto normativo

El contexto normativo se fundamenta en un conjunto de códigos, reglamentos y recomendaciones para el dimensionamiento, diseño y construcción de elementos estructurales con el objetivo de proveer la seguridad de la estructura.

En la Tabla 5, se presentan reglamentos y recomendaciones propuesto por la ACI 318 y la NEC para aplicar en el diseño y construcción de los modelos experimentales.

Tabla 5

Reglamentos y recomendaciones para el diseño y construcción de la viga

Detalle	Símbolo	Expresión	Limitación
Factores de seguridad	ϕ	0.90	Para elementos a flexión
		0.75	Para elemento a corte
Diámetro de acero	d_b o ϕ	8mm a 36mm	Acero longitudinal
		10mm a 16mm	Acero transversal
Acero mínimo	A_{s_min}	$\frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d$ o $\frac{1.4}{f_y} b_w d$	Elegir la mayor entre ambas (longitudinal)
		$0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_y}$ o $0.35 \frac{b_w}{f_y}$	Elegir la mayor entre ambas (transversal)
Acero máximo	A_{v_max}	$85\beta_1 \frac{f_c}{f_y} \frac{c}{d} b_w d$	Falla controlada a flexión con $\epsilon_s = 0.005$
		$\frac{V_{s_max} s}{f_y d}$	Para elemento a cortante
Recubrimiento	rec	2 cm	Hasta acero de 36mm de diámetro
Separación mínima	S_{min}	25mm o d_b	Tomar el menor entre ambos (longitudinal)
Separación máxima	S_{max}	$380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c_c$ o $300 \left(\frac{280}{f_s} \right)$	Tomar el menor entre ambos (longitudinal)
		(d/2) o 200mm	$V_{s_req} \leq 0.33\sqrt{f'_c} b_w d$ (transversal)
		(d/4) o 300mm	$V_{s_req} > 0.33\sqrt{f'_c} b_w d$ (transversal)
Longitud de desarrollo	l_d	$\left(\frac{f_y \psi_e \psi_r \psi_o \psi_c}{23\lambda\sqrt{f'_c}} \right)$	Tomar el mayor entre la expresión, $8d_b$ y 15 cm
Longitud de gancho en estribos	l_{ext}	75mm o d_b	Tomar el mayor de ambas

Nota: Tomado de (ACI 318, 2019,) y (NEC-SE-HM, 2015)

2.4. Método de elementos finitos

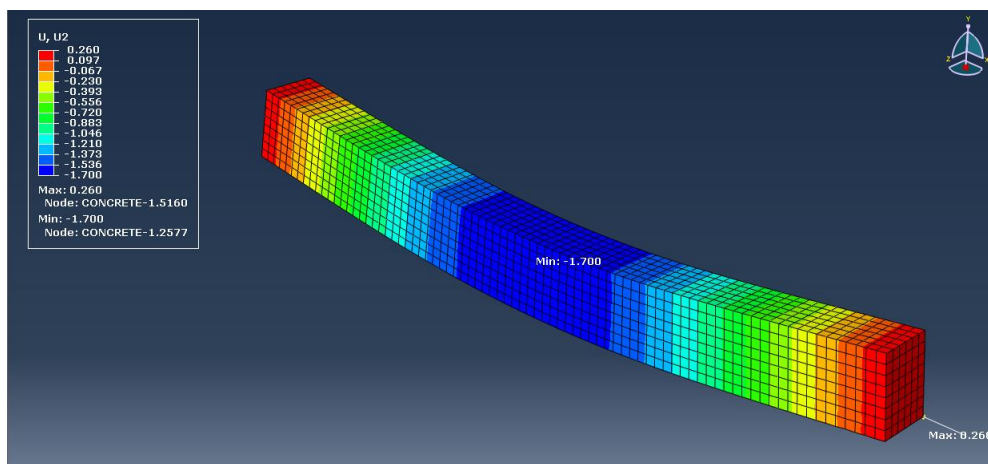
El método de los elementos finitos (MEF) es fundamental en métodos numéricos para simular y predecir comportamientos de fenómenos en estructuras complejas. Se emplean expresiones matemáticas, algoritmos y cálculo computacional para obtener soluciones cercanas a los problemas (Antón et al., 2012).

Cabe mencionar que, los modelos numéricos están sujetos a ciertas limitaciones y errores asociados a las simplificaciones y aproximaciones utilizadas en el proceso de modelado. Por lo tanto, es esencial validar y calibrar los modelos numéricos para asegurar su precisión y confiabilidad en la interpretación de los resultados (Antón et al., 2012).

Según Mirlisenna (2016) el método de elementos finitos se basa en la discretización de un sistema continuo en elementos geométricos más pequeños y simples, denominados elementos finitos como se muestra en la Figura 10.

Figura 10

Discretización de viga en elementos finitos en abaqus.



Nota: Tomado de (Alcívar et al., 2021)

Los elementos finitos se conectan a través de nodos, formando un mallado y se emplean expresiones matemáticas para analizar cada elemento. Se crea un sistema de ecuaciones algebraicas basado en principios de equilibrio y compatibilidad, y se resuelve numéricamente para obtener las incógnitas, como desplazamientos (Mirlisenna, 2016).

La principal ventaja del MEF es su capacidad para modelar geometrías complicadas y comportamientos no lineales, lo que a menudo no es posible con métodos analíticos tradicionales. Sin embargo, su precisión depende de la cantidad de elementos utilizados y la calidad de la discretización (Mirlisenna, 2016).

El Ingeniero Cubillos (2003) en su estudio sobre el método de elementos finitos, menciona las etapas para el análisis de elementos finitos:

- Discretización: El sistema es dividido en elementos finitos conectados entre sí en los nodos, mediante un preprocesador. Cada nodo es un punto donde se pueden definir variables desconocidas (Cubillos, 2003).
- Propiedades del sistema: El analista debe definir las propiedades físicas y mecánicas del sistema y de los materiales.
- Ensamblaje de matrices: “La matriz de rigidez del elemento se refiere a los desplazamientos de puntos nodales al ser aplicadas fuerzas en los nodos ($K \cdot F = U$). El ensamble de las matrices de rigidez, implica la aplicación de equilibrio para toda la estructura” (Cubillos, 2003) .
- Cargas aplicadas: Son las fuerzas externas o solicitantes aplicadas al sistema, estas cargas pueden ser momentos, fuerzas externas concéntricas u uniformes (Cubillos, 2003)..
- Condiciones de contorno: “Las condiciones de apoyo deben ser dadas, por ejemplo, si el desplazamiento de ciertos nodos es conocido. Usando los elementos de la frontera se pueden determinar las reacciones en los mismos” (Cubillos, 2003).
- Resolución: Resolver el sistema de ecuaciones resultante para obtener las soluciones aproximadas a las variables desconocidas (Cubillos, 2003).
- Post-procesamiento: Interpretar los resultados y visualizarlos para obtener información sobre el comportamiento del sistema (Cubillos, 2003).

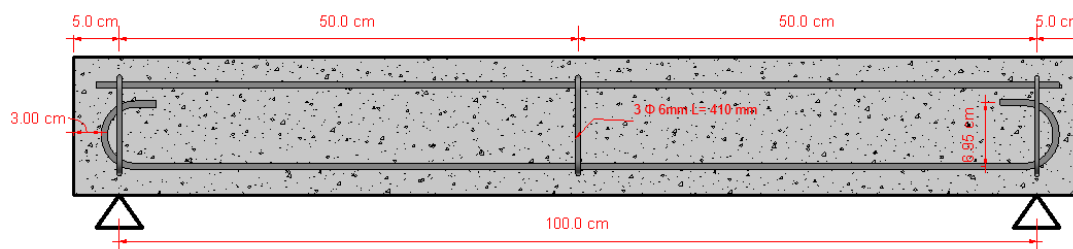
CAPITULO III: METODOLOGÍA.

3.1. Modelos teóricos

Para el proyecto investigativo en cuestión se realiza la evaluación de los distintos modelos teóricos propuestos por diversos autores y normativas para determinar V_c con la configuración de viga que se muestra en la Figura 11. Las ecuaciones se ajustan a las condiciones de la viga ensayada.

Figura 11

Configuración del elemento experimentado.



Nota: Elaborado por los autores propios.

Para efectos de comparación de los modelos se decidió clasificar mediante 3 criterios: conservador, eficiente y no conservador.

Tabla 6

Modelos propuesto para determinar V_c por criterio conservador.

Modelo	Expresión	Unidades
ACI 318-19 (22.5.5.1 a)	$0.17\lambda \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	MPa
ACI 318S-14 (22.5.5.1 a)	$\left(0.16\lambda \cdot \sqrt{f_c} + 17 \cdot \rho \frac{V_u \cdot d}{M_u}\right) \cdot b \cdot d$	MPa
ACI 318S-05 (11.3.1.1)	$\frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	MPa
UNE EN-2010 (6.2 b)	$(v_{\min.} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$	MPa

Nota: Tomado de: (ACI 318), (UNE EN, 2010)

Los modelos teóricos por criterio conservador poseen un enfoque de diseño que tienden a sobreestimar la resistencia para garantizar la seguridad de la estructura.

Tabla 7

Modelos propuesto para determinar Vc por criterio eficiente.

Modelo	Expresión	Unidades
ACI 318-19 (22.5.5.1 b)	$0.66\lambda \cdot \rho^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	MPa
ACI 318S-14 (22.5.5.1 b)	$(0.16\lambda \cdot \sqrt{f_c} + 17 \cdot \rho) \cdot b \cdot d$	MPa
ACI 318S-05 (11.3.2.1)	$\frac{1}{7} \left(\sqrt{f_c} + 120\rho \cdot \frac{d}{a} \right) \cdot b \cdot d$	MPa
UNE EN-2010 (6.2 a)	$[C_{RD,c} k(100\rho_1 f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d$	MPa
Appa Roa e Injaganeri	$\left(0.56 + \frac{4}{\left(\frac{a}{d}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \cdot \left(\sqrt[3]{f_c} \cdot \sqrt{\rho} \cdot (d)^{\frac{-1}{4}} \right) (b \cdot d)$	MPa
Bazant y Kim	$\frac{10 \cdot \sqrt[3]{\rho}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25 \cdot d_a}}} \left(0.083 \cdot \sqrt{f_c} + 20.69 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\left(\frac{a}{d}\right)^5}} \right) (b \cdot d)$	MPa

Nota: Tomado de: (ACI 318), (UNE EN, 2010) y (Aguilera & Aguirre, 2021)

Por otra parte, los modelos por criterio eficiente incorporan variables (ρ , a/d , tamaño del agregado, M_u/V_u) que inciden en la resistencia a corte, lo que les permite proporcionar estimaciones más precisas que reflejan de manera fiable el comportamiento real de la viga.

Tabla 8

Modelos propuesto para determinar Vc por criterio no conservador

Modelo	Expresión	Unidades
ACI 318-19 (22.5.5.1 c)	$0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	MPa
ACI 318S-14 (22.5.5.1 c)	$0.29\lambda \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	MPa
ACI 318S-05 (11.3.2.2)	$0.3\sqrt{f_c} \cdot b \cdot h$	MPa

Nota: Tomado de: (ACI 318)

Los modelos por el criterio no conservador proporcionan el límite máximo de resistencia a corte, esto implica asumir un cierto nivel de riesgo, ya que no siempre se llegará al límite máximo de resistencia a corte.

3.2. Modelo físico

3.2.1. Ensayo de varillas de acero corrugado

Se utilizaron varillas de 8mm y 12mm adquiridas de la marca Novacero. Para el ensayo, se tomaron dos muestras de cada tipo, con el propósito de obtener el diagrama esfuerzo-deformación de cada varilla.

3.2.2. Ensayo de materiales granulares

Los materiales granulares (grava y arena), se adquirieron de una casa comercial ubicada en el canto Cuenca, misma que transporta el material desde una cantera local ubicada en el cantón Santa Isabel, perteneciente a la provincia del Azuay. Por el tamaño de la viga, distribución de aceros y las exigencias para el cumplimiento de los parámetros de la normativa para el diseño del hormigón, se requiere que el tamaño máximo del agregado sea de media pulgada y arena de granulometría gruesa.

Los ensayos de laboratorio se rigen a los parámetros de la normativa NTE INEN 696, 857 y 858. De estos ensayos se obtiene las propiedades mecánicas y físicas del árido grueso y fino tales como la distribución granulométrica, humedad, densidad, pesos específicos y pesos volumétricos; cuyos datos nos servirán para determinar la cantidad de material grueso y fino mediante el diseño del hormigón.

3.2.3. Diseño de la mezcla de hormigón

Para la elaboración del hormigón se utilizó cemento Portland tipo GU (Atenas). Con las propiedades de los materiales granulares previamente establecidas, se diseña el hormigón para una resistencia a la compresión de 24 MPa, basándose en la metodología de Fuller-Thompson recomendada por la ACI 211. El método de Fuller-Thompson, fue el método que mejor se ajusta a las características granulométricas de nuestros agregados. Este punto implica determinar la cantidad adecuada de agua, cemento y áridos tanto finos y grueso, lo cual facilita la correcta determinación de la proporción de los materiales que componen el

hormigón. El método de diseño de hormigón de Fuller-Thompson incorpora aspectos que permiten manejar de manera eficiente las variables inciertas.

3.3. Calibración de parámetros para el modelo numérico en ABAQUS

Dentro de la modelación numérica, sobresale la potencia y versatilidad del software "Abaqus". Este programa de simulación por elementos finitos se ha consolidado como una herramienta líder debido a su capacidad para abordar con precisión y eficacia problemas de alta complejidad en el comportamiento de materiales y estructuras.

La metodología de calibración inicia con la creación del modelo numérico inicial, donde se definen la geometría, propiedades del hormigón y acero de refuerzo, condiciones de apoyo y aplicación de carga. Una vez construido y ejecutado el modelo, se comparan los resultados con los datos del modelo físico y se ajustan los parámetros del modelo para que los resultados numéricos se asemejen de manera óptima a los datos reales.

3.3.1. Modelos constitutivos de los materiales

3.3.1.1. Modelación del hormigón

El comportamiento del hormigón frente a cargas de tracción y compresión muestra notables diferencias en sus respectivos diagramas esfuerzo-deformación. Mientras que el diagrama a tracción exhibe una respuesta más frágil y con una menor capacidad de deformación, el diagrama a compresión muestra mayor resistencia y rigidez antes de alcanzar la falla.

Para abordar estas distintas características de comportamiento, se utilizó el método de Mander, que hace uso de un modelo constitutivo conocido como el Modelo de Daño de Carga-Descarga-Plasticidad (CDP, por sus siglas en inglés). Este modelo permite describir de manera más precisa y realista el comportamiento del hormigón ante cargas tanto de tracción como de compresión.

El enfoque del modelo CDP nos permite tener en cuenta los efectos de fisuración y daño progresivo que ocurren en el hormigón bajo las condiciones de carga. Así, se logra una representación más precisa de cómo el material experimenta cambios en su resistencia y rigidez a medida que se desarrollan fisuras y daños internos.

Figura 12

Caracterización de propiedades físicas y mecánicas del hormigón.

Name: Concrete_24Mpa
Description:

Material Behaviors

- Density
- Elastic
- Concrete Damaged Plasticity
- Concrete Compression Damage**
- Concrete Tension Damage

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Concrete Damaged Plasticity

Plasticity Compressive Behavior Tensile Behavior

Use strain-rate-dependent data Suboptions

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Data

	Yield Stress	Inelastic Strain
1	4.571	0
2	8.926	9.45107E-06
3	12.859	3.73311E-05
4	16.221	9.02233E-05
5	18.935	0.000171493
6	20.993	0.000281416

Nota: Ventana para definir el comportamiento del material realizada por los autores en ABAQUS.

3.3.1.2. Modelación del acero

La curva esfuerzo-deformación es fundamental para definir el comportamiento del acero bajo tensión. Por lo tanto, esta curva se adapta a un modelo constitutivo, que puede ser bilineal o trilineal, dependiendo de los requisitos y la precisión necesaria para el análisis.

En el comportamiento de los modelos constitutivos, es necesario identificar la región elástica, donde el material se comporta linealmente hasta alcanzar un punto crítico de tensión.

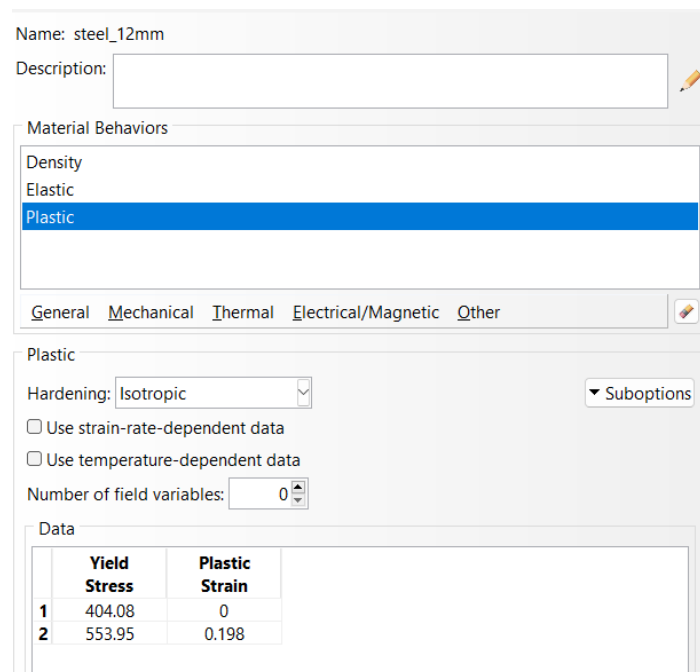
A partir de este punto, el acero entra en una fase de deformación plástica, donde su comportamiento se vuelve no lineal y puede experimentar deformaciones permanentes.

La elección del modelo constitutivo adecuado y la interpretación correcta de la curva esfuerzo-deformación son aspectos cruciales para lograr una simulación precisa y confiable del comportamiento del acero en diferentes situaciones. La modelación del acero en Abaqus mediante estos enfoques permite obtener resultados coherentes y realistas, lo que contribuye a un análisis más preciso y seguro de estructuras y componentes en diversos campos de la ingeniería.

El modelo constitutivo bilineal o trilineal se define en la sección “Plastic”, ubicada en el módulo “Property - Create Material”.

Figura 13

Caracterización de propiedades físicas y mecánicas del acero de refuerzo.



Name: steel_12mm
Description:

Material Behaviors

- Density
- Elastic
- Plastic**

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Plastic

Hardening: Isotropic Suboptions

Use strain-rate-dependent data

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Data

	Yield Stress	Plastic Strain
1	404.08	0
2	553.95	0.198

Nota: Ventana para definir el comportamiento del material realizada por los autores en ABAQUS.

3.3.2. Modelación de la geometría

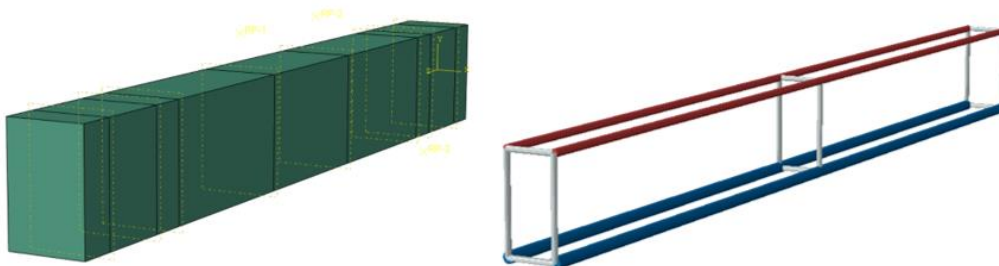
La modelación geométrica de la viga, las varillas de acero de refuerzo y el sistema de apoyos y carga se llevó a cabo en el módulo "Parts". En esta sección, cada elemento se define individualmente, especificando el tipo de elemento y sus características particulares. La geometría de la viga y los apoyos se modeló en un entorno tridimensional para establecer sus dimensiones con precisión. Las varillas de refuerzo, en cambio, se configuraron en un modelo bidimensional para simplificar su representación.

El módulo "Parts" proporcionó las herramientas necesarias para realizar la modelación detallada de cada componente, asegurando que se representara adecuadamente la geometría y características de la viga, las varillas de refuerzo, y el sistema de apoyos y carga. La combinación de modelos tridimensionales y bidimensionales permitió obtener una representación completa y precisa de la estructura, lo que facilita un análisis detallado y confiable de su comportamiento bajo diferentes condiciones y cargas.

Finalmente, una vez creados todos los componentes que conforman la viga, se procede al ensamblaje de la estructura. En esta etapa, se colocan todos los elementos según el modelo teórico y físico previamente definido, asegurando que las dimensiones y posiciones sean respetadas fielmente.

Figura 14

Modelo geométrico del sistema en ABAQUS.



Nota: Distribución del acero de refuerzo configurada por los autores.

3.3.3. Condiciones de contorno

En el módulo "Step", se define el tipo de análisis. Para este estudio, se seleccionó el tipo "Dynamic, Explicit". Luego, en el módulo "Load", se establecen las condiciones de carga y desplazamiento.

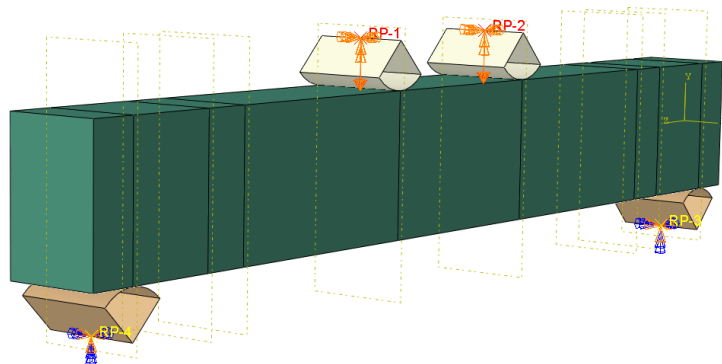
Para aplicar la carga, se colocan dos apoyos con una separación de 22 cm entre sí, ubicados equidistantes al centro de la viga. Los elementos de aplicación de carga están restringidos para permitir únicamente el desplazamiento vertical.

Los apoyos, por su parte, se posicionan a 5 cm de la cara lateral de la viga, con una separación entre apoyos de 1 m. Estos apoyos restringen el desplazamiento horizontal, frontal y vertical, así como los posibles giros en cada eje.

Con esta configuración de carga y apoyo, se simulan de manera precisa las condiciones y restricciones del sistema real. La ubicación estratégica de los apoyos y las restricciones aplicadas en los elementos de carga garantizan un análisis realista y coherente del comportamiento de la viga bajo las condiciones de estudio. De esta forma, se obtienen resultados precisos y valiosos para el diseño y análisis estructural en el ámbito de la ingeniería.

Figura 15

Condiciones de contorno y aplicación de cargas.



Nota: Configuración de condiciones de contorno definida por los autores.

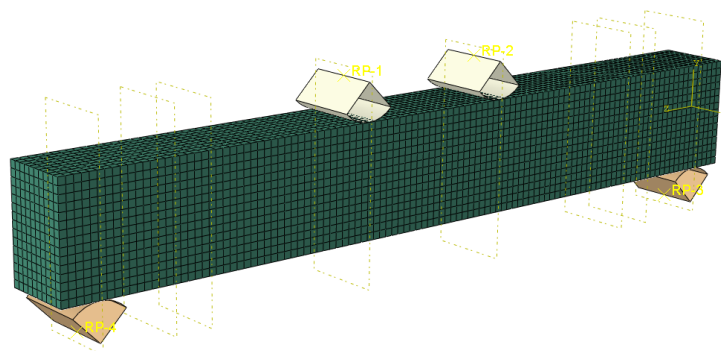
3.3.4. Discretización de elementos finitos (mallado)

Los elementos finitos tienen una geometría cúbica, del tipo C3D8R, con 8 nodos y aproximación lineal e integración reducida para representar los elementos sólidos. Por otro lado, para los elementos planos se emplean elementos finitos de forma T3D2, con 2 nodos, conocidos como elementos de tipo barra.

La dimensión del mallado se determina según la cercanía de los resultados entre la simulación y los datos experimentales. En este estudio, se realizaron simulaciones con un mallado de 50 mm, 20 mm, 10 mm y 5 mm para la viga de hormigón armado y el acero de refuerzo.

Figura 16

Discretización del elemento mediante elementos finitos.



Nota: Definido por los autores.

3.3.5. Parámetros de salida de los modelos numéricos

La disponibilidad de una amplia gama de parámetros de salida en ABAQUS proporciona una herramienta poderosa para analizar y validar modelos numéricos, permitiendo obtener una visión profunda y completa del rendimiento y la respuesta del sistema bajo estudio.

Estos parámetros de salida son fundamentales para el análisis y la comparación de los resultados. Por lo tanto, fue esencial solicitar al programa información sobre el daño a

compresión y tracción tanto del hormigón como del acero. Además, se requirió conocer las fuerzas, momentos, esfuerzos, desplazamientos y deformaciones en los puntos de interés.

Estos parámetros de salida se presentan en forma de tablas y gráficos, lo que facilita la visualización y comprensión de los resultados. La información obtenida a partir de estos parámetros nos permitirá evaluar el comportamiento estructural de nuestra viga bajo las condiciones de contorno previamente establecidas.

3.4. Energía de deformación

Como parte del proceso de calibración, resulta esencial comparar los resultados para evaluar la variabilidad entre los modelos analizados. Por esta razón, hemos adoptado una metodología de verificación que involucra el cálculo de la energía de deformación de las curvas fuerza-deformación, tanto en el modelo numérico como en el físico. Este cálculo de energía se fundamenta en la determinación del área encerrada bajo la curva, utilizando de manera integral los conceptos matemáticos de integración.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

4.1. Comportamiento según modelos analíticos

Considerando los mecanismos de resistencia a corte en función a la relación a/d , el elemento estudiado para esta investigación tiene un valor de $a/d=3.3$, por lo que se encuentra en el mecanismo de viga según la clasificación de Archundia & Tena y como vigas normales según la clasificación de Appa Rao & Injaganeri.

Como mencionó en el capítulo III, para efectos de comparación de los modelos teóricos se decidió clasificar mediante 3 criterios: conservador, eficiente y no conservador

Tabla 9

Modelos propuesto para determinar V_c por criterio conservador.

Modelo	Expresión	kN	Vu/Vc
ACI 318-19 (22.5.5.1 a)	$0.17\lambda \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	9.969	2.03
ACI 318S-14 (22.5.5.1 a)	$\left(0.16\lambda \cdot \sqrt{f_c} + 17 \cdot \rho \frac{V_u \cdot d}{M_u}\right) \cdot b \cdot d$	10.457	1.91
ACI 318S-05 (11.3.1.1)	$\frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	9.675	2.07
UNE EN-2010 (6.2 b)	$(v_{\min.} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$	7.087	2.83

Nota: Tomado de: (ACI 318), (UNE EN, 2010)

La resistencia a cortante último de la viga experimental fue de 20.023 kN (V_u), lo cual es considerablemente mayor a las predicciones teóricas basadas en el criterio conservador para evaluar la resistencia a corte. El modelo teórico que mejor se ajusta con los resultados experimentales según este criterio es el modelo ACI 318S-14 de la Tabla 9, con una relación V_u/V_c de 1.91.

Tabla 10

Modelos propuesto para determinar Vc por criterio detallado.

Modelo	Expresión	kN	Vu/Vc
ACI 318-19 (22.5.5.1 b)	$0.66\lambda \cdot \rho^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	10.24	1.96
ACI 318S-14 (22.5.5.1 b)	$(0.16\lambda \cdot \sqrt{f_c} + 17 \cdot \rho) \cdot b \cdot d$	13.134	1.52
ACI 318S-05 (11.3.2.1)	$\frac{1}{7} \left(\sqrt{f_c} + 120\rho \cdot \frac{d}{a} \right) \cdot b \cdot d$	9.471	2.11
Appa Roa e Injaganeri	$\left(0.56 + \frac{4}{\left(\frac{a}{d}\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \cdot \left(\sqrt[3]{f_c} \cdot \sqrt{\rho} \cdot (d)^{\frac{-1}{4}} \right) (b \cdot d)$	9.9	2.02
Bazant y Kim	$\frac{10 \cdot \sqrt[3]{\rho}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25 \cdot d_a}}} \left(0.083 \cdot \sqrt{f_c} + 20.69 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\left(\frac{a}{d}\right)^5}} \right) (b \cdot d)$	15.646	1.28
UNE EN-2010 (6.2 a)	$[C_{Rd,c}k(100\rho_1f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp}]b_wd$	17.547	1.14

Nota: Tomado de: (ACI 318), (UNE EN, 2010)

En la Tabla 10, se muestra la evaluación de modelos propuesto mediante un criterio eficiente para predecir la resistencia a corte. De los resultados, se destaca que tres modelos teóricos tienen una convergencia significativa con los resultados experimentales. El modelo que mejor se ajusta según este criterio es el propuesto por UNE EN-2010, con una relación Vu/Vc de 1.14, seguido del modelo de Bazant y Kim con Vu/Vc de 1.28 y el propuesto por la ACI 318S-14 con Vu/Vc de 1.52.

Tabla 11

Modelos propuesto para determinar Vc por criterio no conservador

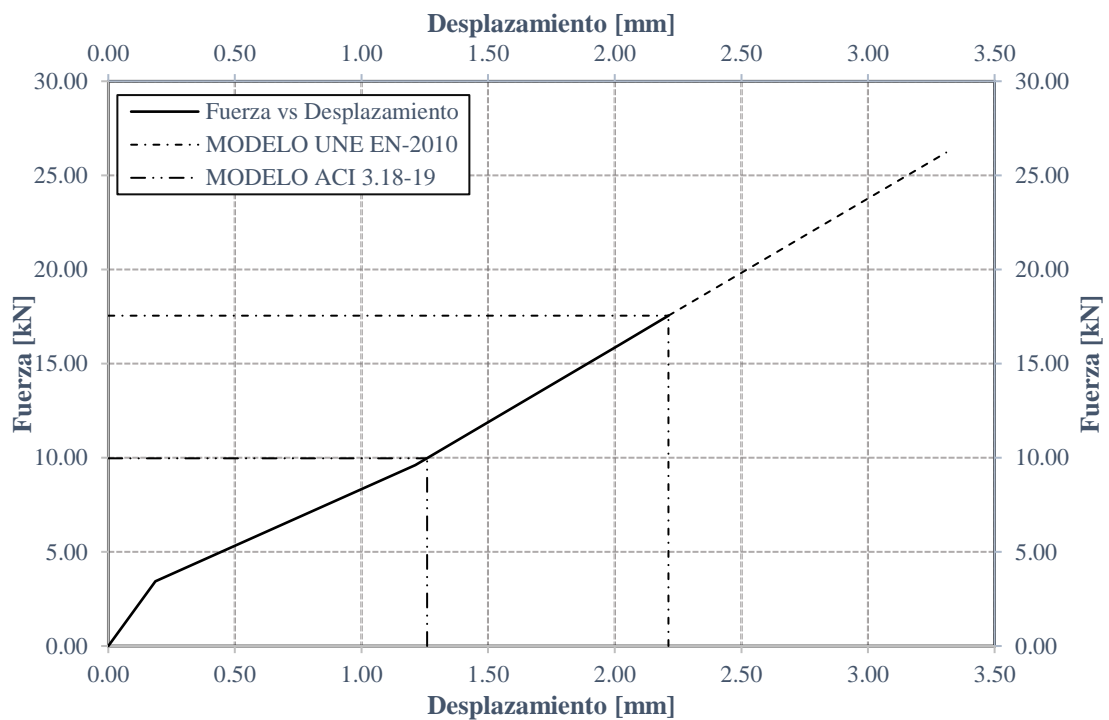
Modelo	Expresión	kN	Vu/Vc
ACI 318-19 (22.5.5.1 c)	$0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	24.383	0.83
ACI 318S-14 (22.5.5.1 c)	$0.29\lambda \cdot \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d$	16.835	1.18
ACI 318S-05 (11.3.2.2)	$0.3\sqrt{f_c} \cdot b \cdot h$	22.045	0.91

Nota: Tomado de: (ACI 318)

En la Tabla 11, se muestra los modelos evaluados por el criterio no conservador. Del resultado se puede apreciar que los modelos evaluados sobrepasan el valor de la resistencia real del elemento, a excepto del modelo propuesto por la ACI 318-14. Sin embargo, eso no quiere decir que sea conservador, ya que puede superar al V_u en una configuración geométrica diferente de viga.

Figura 17

Diagrama fuerza-desplazamiento referente al modelo analítico.



La Figura 17 muestra el diagrama de fuerza-deformación según el enfoque analítico. En este contexto, la viga está diseñada para resistir una falla por corte antes que una falla por flexión. El gráfico representa la resistencia al corte de acuerdo con la metodología ACI 3.18-19, que se utiliza en el diseño, así como la metodología propuesta por la UNE para determinar la resistencia al corte de la viga.

4.2. Comportamiento según el modelo numérico ABAQUS

4.2.1. Modelos constitutivos.

Para la simulación en el software ABAQUS, es preciso definir las propiedades mecánicas de los materiales, tanto del hormigón como del acero de refuerzo. Por lo tanto, a partir de los ensayos de laboratorio, se han obtenido curvas esfuerzo-deformación, mismas que serán consideradas para realizar los modelos constitutivos que definirán el comportamiento del acero de refuerzo. En cambio, para el modelo constitutivo del hormigón se define mediante la metodología de Mander.

La Tabla 12 muestra las propiedades mecánicas de la varilla de 5.5 mm obtenidas mediante ensayos de tracción en laboratorio, en donde se evidencia que el esfuerzo de fluencia se encuentra por debajo de 420 MPa, lo que indica que no cumple con lo especificaciones dadas por el catálogo de la casa comercial.

Tabla 12

Propiedades mecánicas de la varilla corrugada de 5.5mm

Muestra	Esfuerzos		Deformación	
	f_y (MPa)	f_u (MPa)	ξ_y (mm/mm)	ξ_u (mm/mm)
Ensayo 1	145,01	173,30	0,00218	0,02
Ensayo 2	155,62	212,21	0,00232	0,02
Modelo Constitutivo	180	180	0,002	0,0159

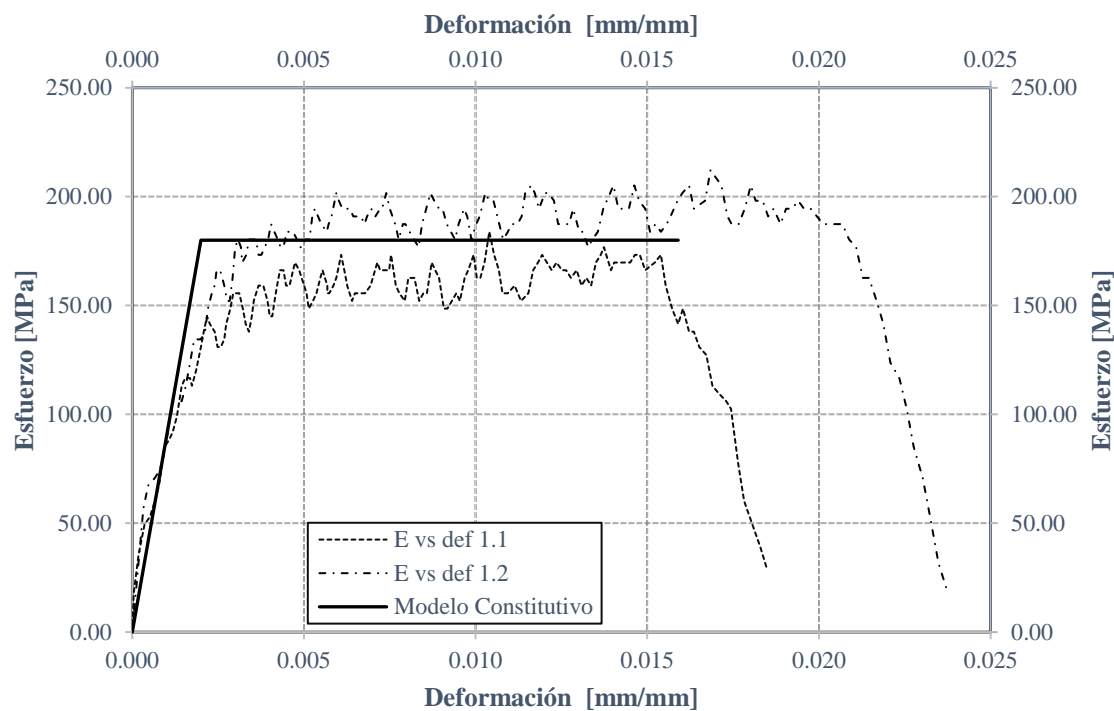
Nota: Valores máximos de los elementos de acero ensayados. Realizado por los autores.

En la Figura 18 se presentan las curvas esfuerzo-deformación correspondientes a las muestras ensayadas de acero de 5.5 mm. Además, se muestra el modelo constitutivo obtenido a partir de estos datos, el cual se ha modelado utilizando un enfoque bilineal, seleccionado específicamente para este estudio. Este modelo permitirá simular y predecir el comportamiento mecánico del acero bajo diferentes cargas y condiciones en nuestras investigaciones. La elección del modelo bilineal se basa en su capacidad para capturar

adecuadamente tanto la fase elástica como la fase plástica del material, proporcionando resultados más precisos y fiables para nuestras simulaciones.

Figura 18

Diagrama esfuerzo-deformación y Modelo constitutivo de la varilla corrugada de 5.5 mm



Nota: Se ajusta el modelo constitutivo del acero a las curvas experimentales. Elaborado por los autores

Para definir el modelo constitutivo, se compararon las áreas de las curvas esfuerzo-deformación de las varillas ensayadas con el modelo bilineal mediante la metodología de equivalencia de energías. Los resultados mostraron un porcentaje de variación de 0.496%. La Tabla 13 muestra los datos obtenidos.

Tabla 13

Equivalencia de energías de deformación.

Ensayo1	Ensayo 2	Promedio Ensayos	Modelo Constitutivo	Error
2,325	3,012	2,668	2,682	0,496%

Nota: Resultados obtenidos mediante la equivalencia de energías aparte del ensayo ejecutado por los autores.

A continuación, en la Tabla 14 se expone los resultados de los ensayos realizados en las varillas de refuerzo de 8 mm. Se puede evidenciar que los valores del esfuerzo de fluencia también se encuentran por debajo del límite mínimo estipulado por la casa comercial.

Tabla 14

Propiedades mecánicas de la varilla corrugada de 8 mm.

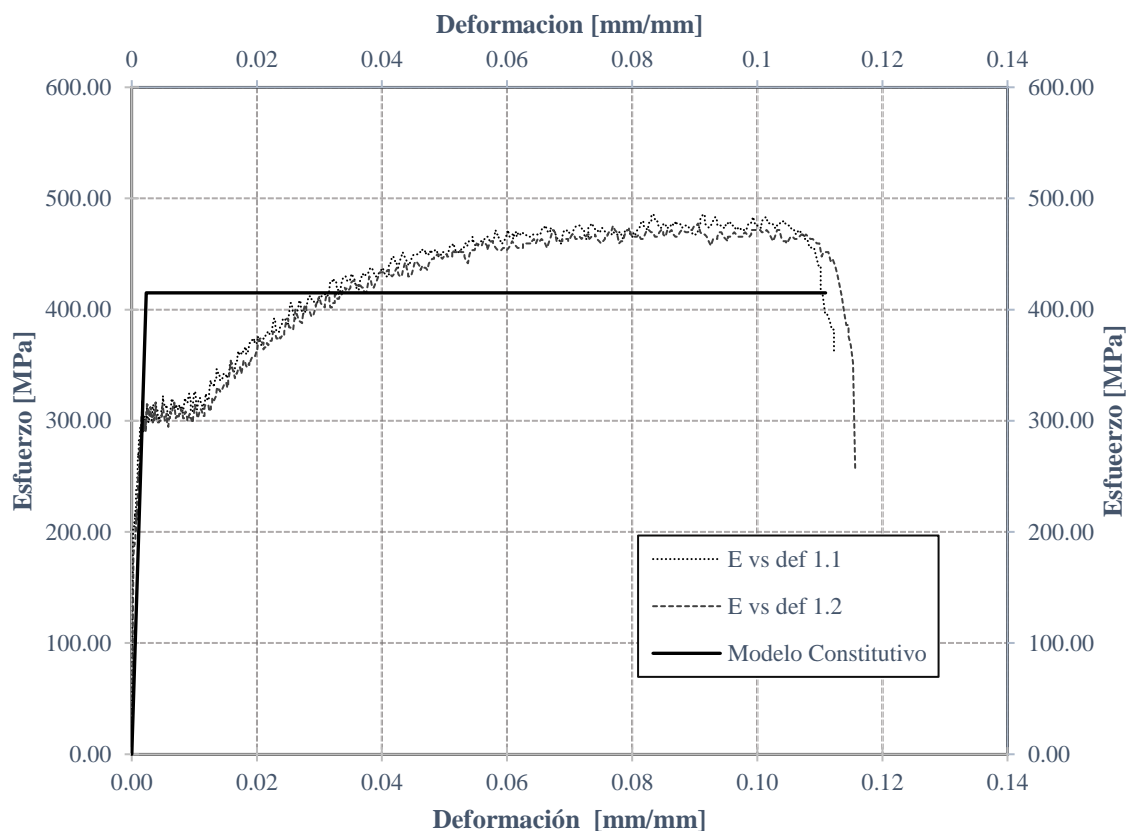
Muestra	Esfuerzos		Deformación	
	f_y (MPa)	f_u (MPa)	ξ_y (mm/mm)	ξ_u (mm/mm)
Ensayo 1	316,37400	473,48600	0,00244	0,110
Ensayo 2	314,33100	471,49700	0,00260	0,111
Modelo Constitutivo	415	415	0,0023	0,110

Nota: Valores máximos de los elementos de acero ensayados. Realizado por los autores.

De los ensayos realizados en el laboratorio se graficó el comportamiento de la curva esfuerzo-deformación correspondiente a las varillas de 8 mm, la Figura 19 muestra el comportamiento de que presentaron las barras, junto al modelo constitutivo idealizado.

Figura 19

Curva esfuerzo-deformación y Modelo constitutivo de la varilla corrugada de 8mm



Nota: Se ajusta el modelo constitutivo del acero a las curvas experimentales. Elaborada por los autores.

Igualmente, se utilizó el método de equivalencia de energía para determinar el modelo constitutivo de la varilla de 8 mm, obteniendo un porcentaje de variación de 0.137% en el proceso realizado. Los datos obtenidos se presentan en la Tabla 15.

Tabla 15

Equivalencia de energías de deformación.

Ensayo1	Ensayo 2	Promedio Ensayos	Modelo Constitutivo	Error
45,070	46,179	45,624	45,562	0,137%

Nota: Resultados obtenidos mediante la equivalencia de energías aparte del ensayo ejecutado por los autores.

Finalmente, en la Tabla 16 se tiene los resultados del ensayo de las varillas de 12 mm. De las dos muestras tomadas se obtienen que una muestra se encuentra por debajo del límite

mínimo de fluencia, con un esfuerzo de 341.85 MPa y la otra muestra ensayada se encuentra en un rango adecuado con una resistencia a la fluencia de 466 MPa.

Tabla 16

Propiedades mecánicas de la varilla corrugada de 12 mm.

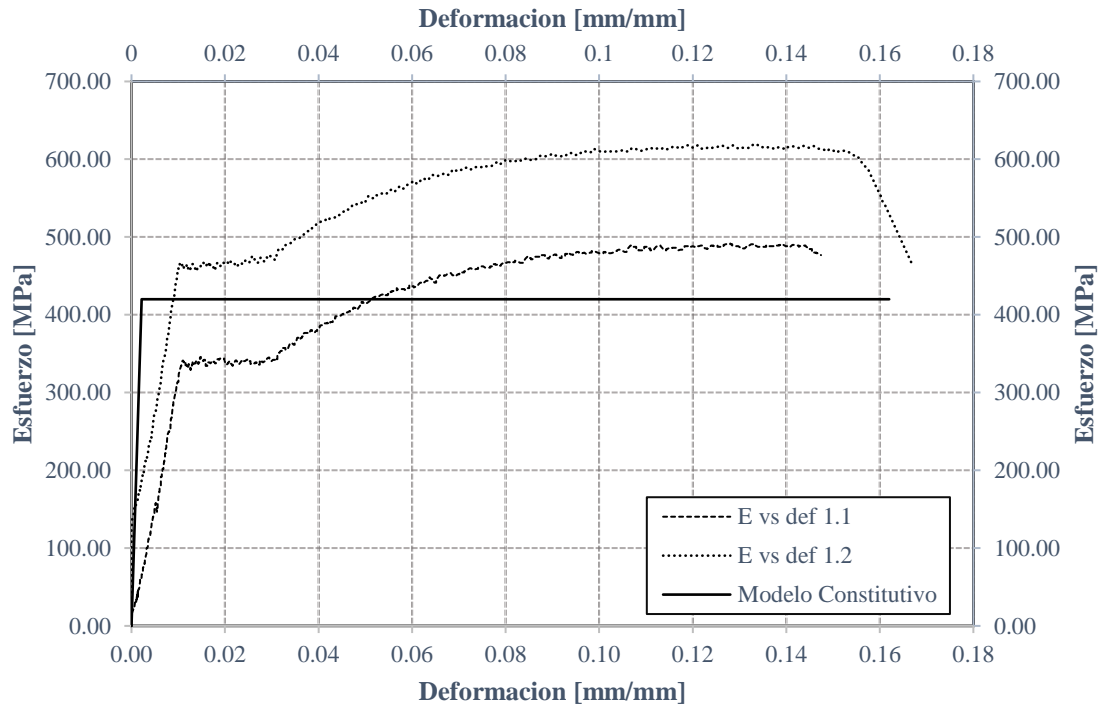
Muestra	Esfuerzos		Deformación	
	f_y (MPa)	f_u (MPa)	ξ_y (mm/mm)	ξ_u (mm/mm)
Ensayo 1	341,299	490,728	0,01114	0,139
Ensayo 2	466,855	617,168	0,01057	0,141
Modelo Constitutivo	420	420	0,0022	0,162

Nota: Valores máximos de los elementos de acero ensayados. Realizado por los autores.

Al igual que las gráficas anteriores, la Figura 20 el comportamiento de las varillas, frente al modelo constitutivo utilizado para definir el comportamiento del acero en el software. Se utilizó una idealización bilineal, en donde se ajustaron las áreas de las curvas para lograr una concordancia más precisa entre los resultados experimentales y el modelo. Como resultado, se obtuvo los resultados expresados en la Tabla 17.

Figura 20

Curva esfuerzo-deformación y Modelo constitutivo de la varilla corrugada de 12 mm



Nota: Se ajusta el modelo constitutivo del acero a las curvas experimentales. Elaboradora por los autores.

Tabla 17

Equivalencia de energías de deformación.

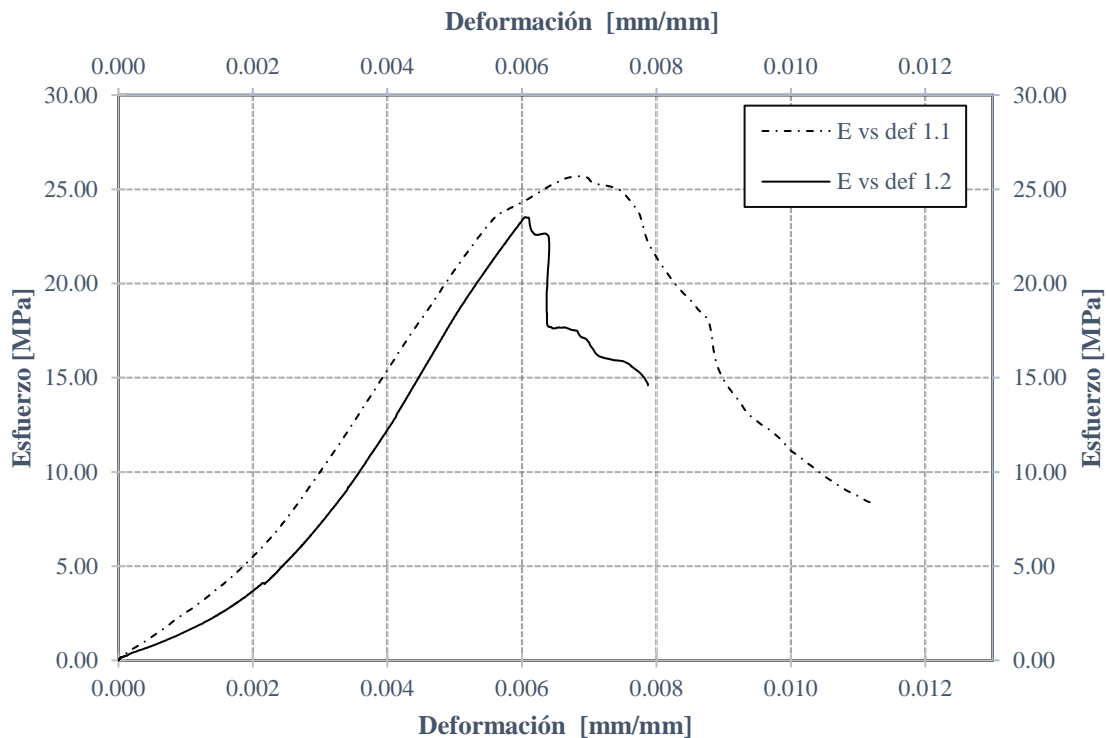
Ensayo1	Ensayo 2	Promedio Ensayos	Modelo Constitutivo	Error
58,099	77,018	67,558	67,578	0,029%

Nota: Resultados obtenidos mediante la equivalencia de energías aparte del ensayo ejecutado por los autores.

Para determinar el modelo constitutivo del hormigón, se ensayaron dos probetas normalizadas a compresión. La Figura 21 muestra las curvas esfuerzo- deformación de cada ensayo obteniendo como resultado una resistencia a la compresión del hormigón de 24 MPa.

Figura 21

Curvas esfuerzo-deformación de muestras cilíndricas de hormigón.



Nota: Se muestra el comportamiento mecánico de los especímenes de hormigón ensayados a los 28 días de curado. Elaborado por los autores

Con los resultados obtenidos del ensayo de las probetas se construye el modelo constitutivo para un hormigón de 24 MPa, para este caso se utilizó el método de Mander para un tipo de hormigón no confinado. Este método es el medio que permite determinar el comportamiento a tracción y a compresión del hormigón dentro del software ABAQUS. La grafica está definida por una parte a compresión, en donde consta de un comportamiento lineal caracterizado por una deformación unitaria elástica y no lineal que se caracteriza por la presencia de una deformación inelástica, por otra parte, la zona atracción del hormigón se caracteriza por la existencia de una deformación de agrietamiento. En la Figura 22 se puede evidenciar el comportamiento de los dos esfuerzos.

Tabla 18

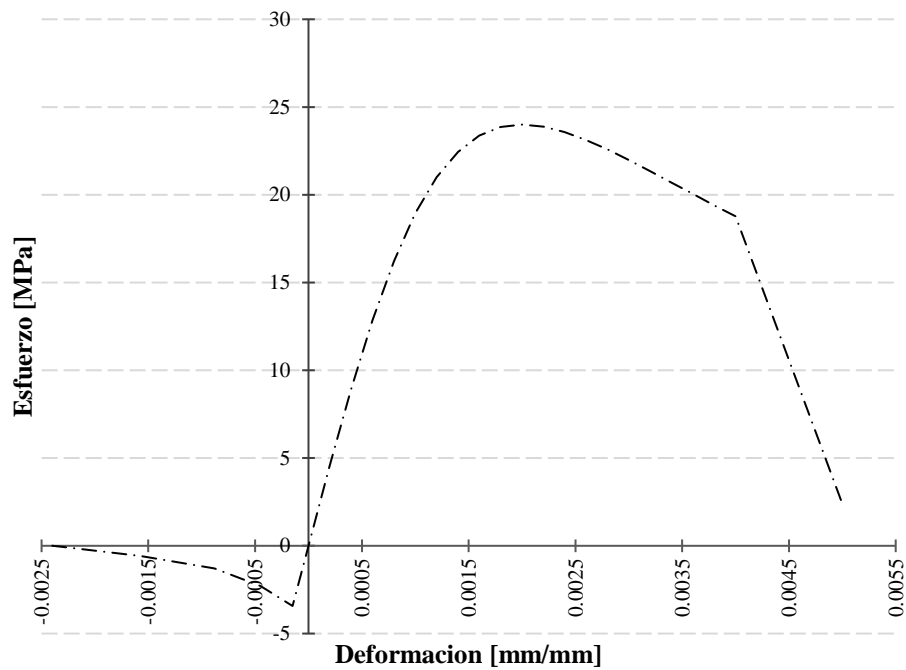
Propiedades mecánicas del hormigón mediante la metodología de Mander.

Esfuerzos		Deformación unitaria	
F'c (Mpa)	Fr (Mpa)	ξ_{cy} (mm/mm)	ξ_{cr} (mm/mm)
24,00	3,43	0,002	0,00015

Nota: Se indican los valores característicos que definen el modelo de Mander

Figura 22

Diagrama esfuerzo-deformación mediante el método de Mander



Nota: Curva para definir el modelo constitutivo del hormigón mediante la metodología de Mander.

Para la caracterización de la gráfica de la Figura 22 se utilizaron los valores que se muestra en la Tabla 19 y la Tabla 20 mismos que corresponden al comportamiento del hormigón de 24 MPa a compresión y tracción respectivamente. En las tablas antes

mencionadas se encuentra definidos los esfuerzos, las deformaciones de las región lineal y no lineal, así como la zona de agrietamiento.

Tabla 19

Comportamiento a compresión del hormigón mediante la metodología de Mander

Esfuerzos a Compresión del Hormigón		Daños a Compresión del Hormigón	
σ (Mpa)	ξ_c, in	dc	ξ_c, in
4.571	0	0	0
8.926	9,45E-01	0	9,45E-01
12.859	3,73E+00	0	3,73E+00
16.221	9,02E+00	0	9,02E+00
18.935	0,00017149	0	0.000171493
20.993	0,00028142	0	0.000281416
22.445	0,00041791	0	0.000417913
23.368	0,0005775	0	0.000577502
23.856	0,00075614	0	0.000756144
24	0,00094985	0	0.000949851
23.882	0,00115504	0.004937107	0.001155036
23,57	0,00136867	0.017915814	0.001368666
23.122	0,00158829	0.036598224	0.001588285
22,58	0,00181197	0.059151269	0.001811969
21,98	0,00203825	0.084172851	0.002038245
21.345	0,00226601	0.110612179	0.002266011
20.695	0,00249445	0.137695993	0.002494453
20.043	0,00272299	0.164865496	0.002722985
19.399	0,00295119	0.191724929	0.002951191
18.768	0,00317879	0.218000939	0.003178785
2,4	0,00489499	0.9	0.004894985

Nota: Tomado por recursos de clase.

Tabla 20

Comportamiento a tensión del hormigón mediante la metodología de Mander

Esfuerzos a Tensión del Hormigón		Daños a Tensión del Hormigón	
σ (Mpa)	ξ_{cr}	dt	ξ_{cr}
3,429285640	0	0	0
2,286190427	0,0003001	0.333333333	0.0003001
1,285982115	0,00073151	0.625	0.00073151
0,571547607	0,0014255	0.833333333	0.0014255

Nota: Tomado recursos de clases.

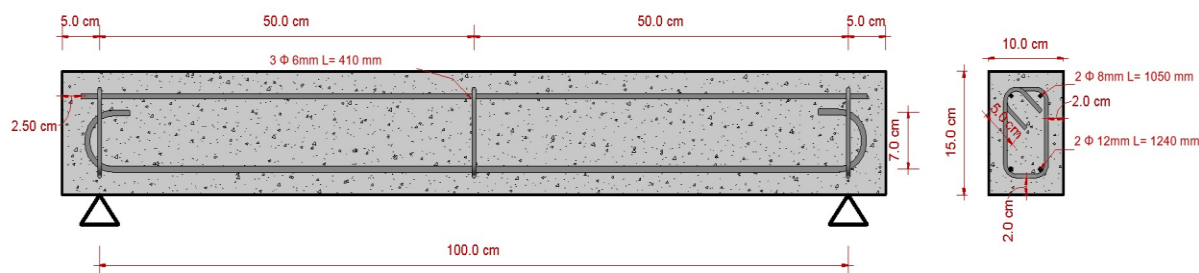
4.2.2. Comportamiento según el modelo numérico.

El proceso de comparación entre los diferentes modelos se llevará a cabo utilizando dos criterios principales: la energía de deformación y la carga máxima de cada modelo. Estos parámetros permitirán evaluar y contrastar el desempeño de los modelos numéricos y físicos en relación con su capacidad para soportar cargas y su respuesta ante deformaciones. La energía de deformación se calculará mediante el análisis de las curvas fuerza-deformación, evaluando el área bajo dichas curvas mediante conceptos de integrales.

Se llevó a cabo la simulación de dos vigas de hormigón armado con diferente distribución de acero transversal. El primer caso se denota en la Figura 23, en donde se tiene un elemento estructural que lleva incorporado tres estribos.

Figura 23

Configuración del acero transversal para el modelo MD1-SE.

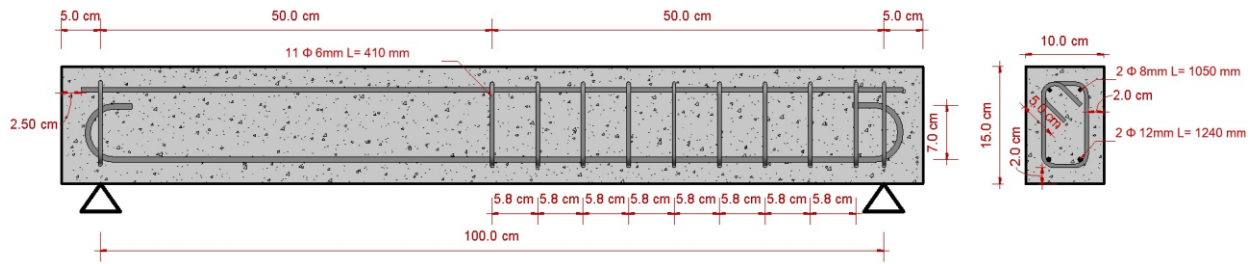


Nota: Modelado por los autores.

Para el segundo caso, la distribución de acero transversal se la realizo siguiendo las dimensiones indicadas en la Figura 24.

Figura 24

Configuración de acero transversal para el modelo MD2-CE.



Nota: Modelado por los autores en ABAQUS.

El propósito subyacente de este enfoque es la eliminación de la incertidumbre y la posibilidad de simultaneidad de falla en ambos extremos. La estrategia se centra en crear un ambiente de certeza y seguridad, donde los posibles riesgos asociados con la ocurrencia simultánea de fallos se minimicen. Al abordar de manera proactiva esta preocupación, se busca garantizar un nivel de confiabilidad y rendimiento óptimo en el sistema.

En primera instancia, la Tabla 21 presenta los resultados derivados de la simulación utilizando la configuración MD1-SE. Se llevaron a cabo tres simulaciones bajo la denominación MD1-SE50, MD1-SE20 y MD1-SE10, las cuales corresponden a modelos con mallados de 50 mm, 20 mm y 10 mm, respectivamente. Estas simulaciones revelaron ciertas discrepancias en los resultados. Esto se debe a la profundidad del análisis, ya que a medida que la distribución del mallado es más pequeña, la simulación tiende asemejarse más a la realidad.

Tabla 21

Resultados obtenidos con el modelo MD1-SE, con diferente dimensión de mallado

Modelo	Carga máxima (kN)	Desplazamiento (mm)	Energía de deformación
MD1-SE50	40,018	3.582	142,966
MD1-SE20	43,269	3,899	163,849
MD1-SE10	42,605	3,404	143,429
Modelo Físico	40.046	4.12	133.076

Nota: Tabulado por los autores.

La curva de esfuerzo-deformación resultante de la primera modelación de una viga de hormigón armado (Figura 25), es una representación visual de los resultados bajo diferentes condiciones de mallado para la configuración MD1-SE.

Comenzando con el modelo MD1-SE-50, la curva de esfuerzo-deformación muestra una evolución gradual a medida que la deformación aumenta, hasta un punto crítico denotado por una carga máxima de 40 kN y un desplazamiento de 3.582 mm. La grafica indica una limitada capacidad de deformación de la viga, lo que se traduce en la manifestación de una falla frágil en este modelo.

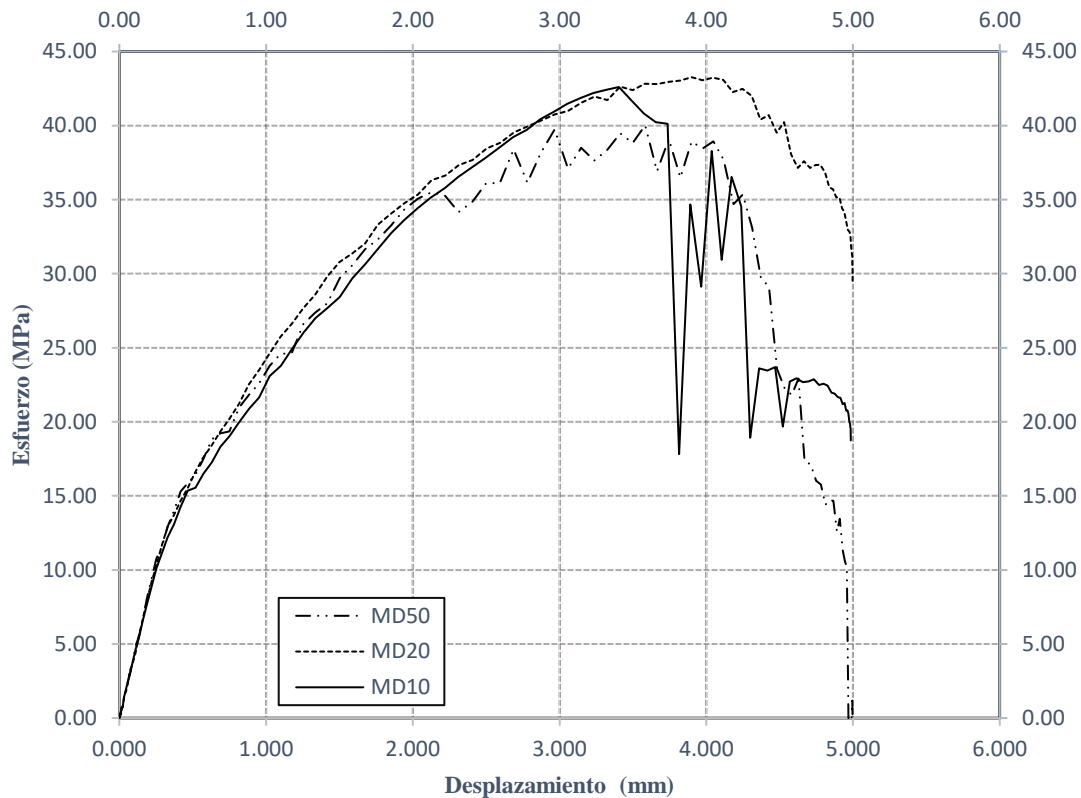
La curva que describe el comportamiento del modelo MD1-SE20, demuestra una mayor inclinación de la curva, presentando una mayor rigidez en la viga simulada. La carga máxima registrada aumenta a 43 kN, mientras que el desplazamiento alcanza 3.89 mm. Esta tendencia sugiere una mayor sensibilidad de la viga a las cargas aplicadas, manifestándose en un aumento más pronunciado del esfuerzo en relación con la deformación.

Finalmente, el escenario de mallado de 10 mm presenta una curva aún más empinada, señalando una respuesta altamente sensible a las deformaciones incluso mínimas. La carga máxima registrada se establece en 42 kN, y el desplazamiento correspondiente es de 3.40 mm. Esta curva ilustra cómo la elección de un mallado más fino conlleva una representación

más precisa de la capacidad de la viga para soportar cargas y su comportamiento ante deformaciones

Figura 25

Curvas Fuerza-Desplazamiento del modelo MD1-SE, con diferente dimensión de mallado.



Nota: Comportamiento de los sistemas analizados mediante el modelo numérico con distintos mallados y una configuración de 3 estribos. Elaborado por los autores.

En consecuencia, en la Tabla 22 se expone los resultados obtenidos del modelo MD2-CE. Para este caso, se siguió la misma metodología que en la configuración anterior. Se realizó el análisis con tres modelos específicos: MD2-CE50, MD2-CE20 y MD2-CE10, los cuales corresponden a un mallado con dimensiones de 50 mm, 20 mm y 10 mm, respectivamente.

Tabla 22

Resultados obtenidos con el modelo MD2-CE, con diferente dimensión de mallado

Modelo	Carga máxima (kN)	Desplazamiento (mm)	Energía de deformación
MD2-CE50	41,168	3,498	152,043
MD2-CE20	46,497	3,822	169,885
MD2-CE10	46,042	3,507	129,700
Modelo Físico	40.046	4.12	133.076

Nota: Tabulado por los autores.

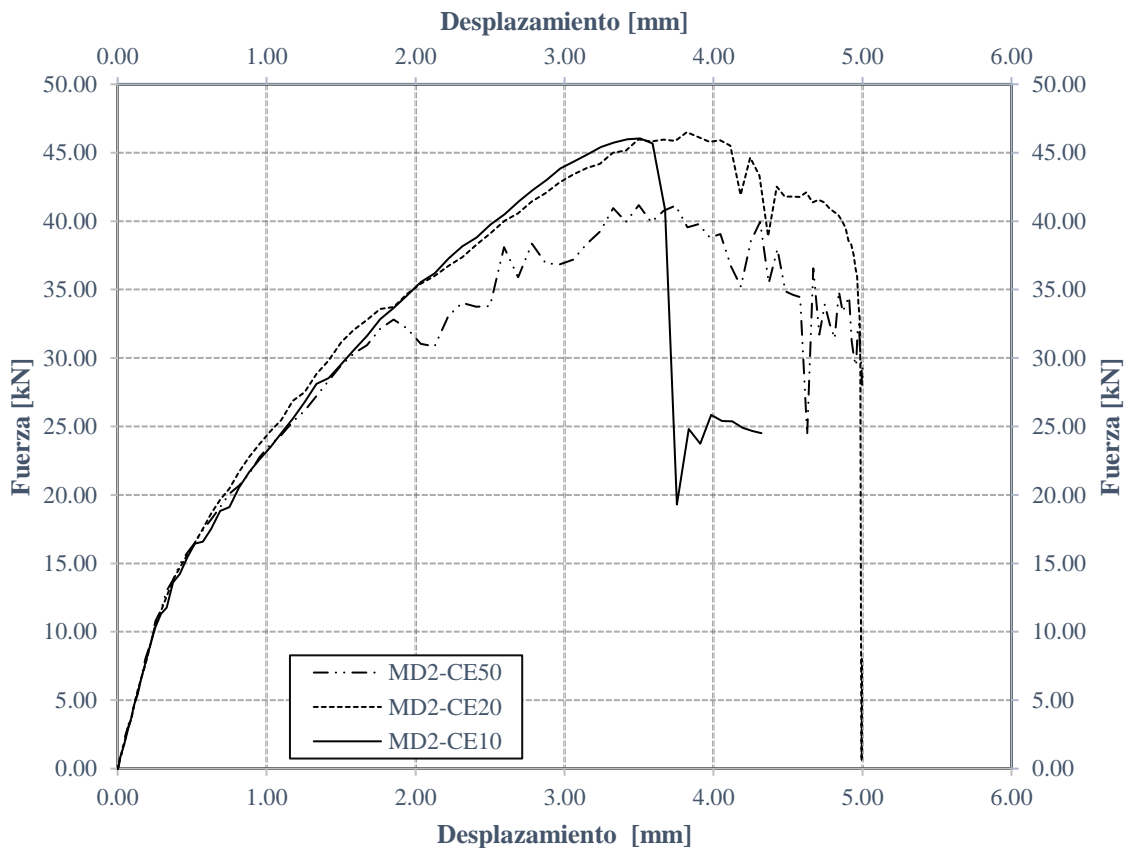
La Figura 26 al igual que la anterior es una representación del comportamiento de la viga junto con sus respectivas cargas de resistencia y desplazamiento.

El mallado de 50 mm, en esta ocasión, llevó a la viga a soportar una carga máxima de 41 kN, acompañada por un desplazamiento de 3.975 mm. Esta representación visual resalta cómo el material responde a las cargas aplicadas a medida que la deformación progresa. Por otro lado, el mallado de 20 mm, registra una carga final de 46.38 kN y experimenta un desplazamiento de 3.822 mm. Presentando una mayor inclinación en la gráfica de esfuerzo deformación.

Por último, el mallado de 10 mm la viga logro soportar una carga 46.042 kN y con un desplazamiento igual a 3.507 mm.

Figura 26

Curvas Fuerza-Desplazamiento del modelo MD2-CE, con diferente dimensión de mallado.



Nota: Comportamiento de los sistemas analizados mediante el modelo numérico con distintos mallados y con estribos distribuidos hasta la mitad del elemento. Elaborado por los autores.

La comparación de ambas modelaciones de la viga muestra cambios en su comportamiento bajo distintas cargas y mallados. El análisis detallado revela influencia del mallado y refuerzo transversal en la resistencia y deformación.

4.3. Comportamiento según el modelo físico

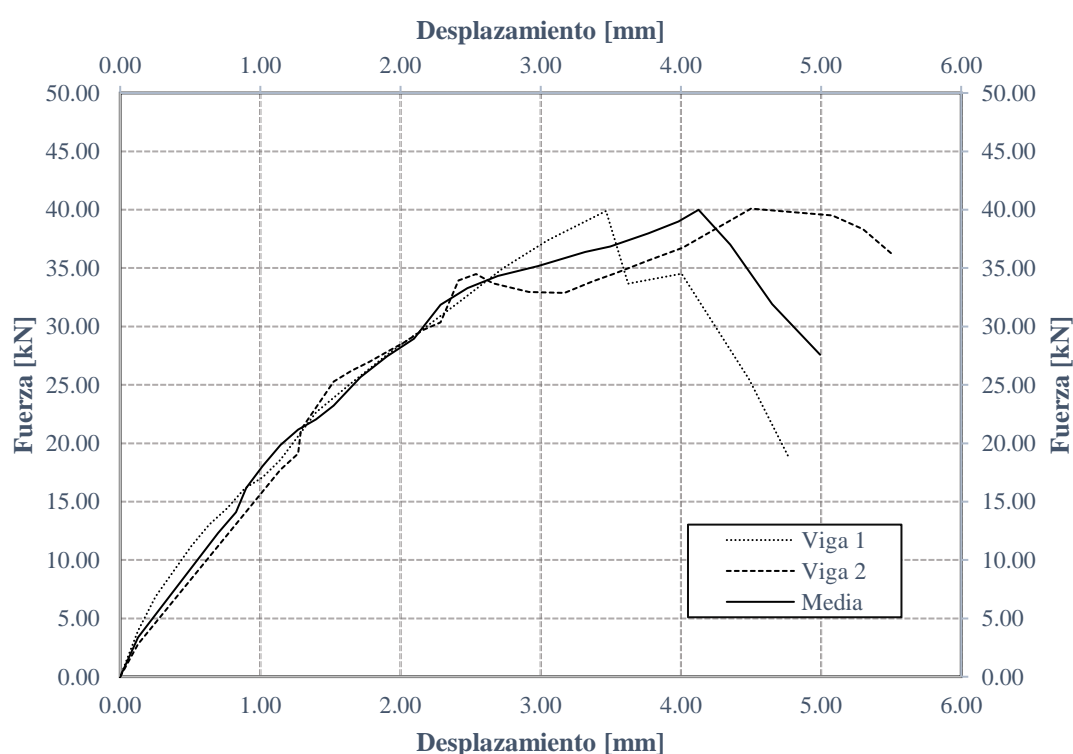
Se ha contemplado la construcción y los ensayos de dos vigas de hormigón armado que comparten dimensiones idénticas y una distribución similar del acero de refuerzo. Estas dos vigas han sido creadas con el propósito de constituir elementos de comparación con respecto a los modelos teórico, físico y numérico desarrollados.

La uniformidad en las propiedades estructurales de estas vigas se ha garantizado cuidadosamente, con el objetivo de establecer una base sólida para comparar los resultados. Al presentar la misma configuración de refuerzo, cualquier variación o similitud en el comportamiento entre las vigas podrá ser directamente asociada a los factores bajo análisis, incluyendo la representación teórica, la modelación física y el análisis numérico.

La Figura 27, muestra la gráfica fuerza-desplazamiento de dos especímenes ensayados, es una representación visual clara y reveladora del comportamiento estructural de ambas vigas bajo condiciones de carga. Cada punto en la gráfica representa una etapa particular del ensayo, donde la fuerza aplicada se relaciona con el desplazamiento correspondiente.

Figura 27

Curva Fuerza-Desplazamiento de las vigas ensayadas







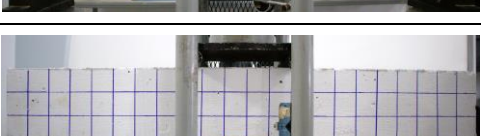








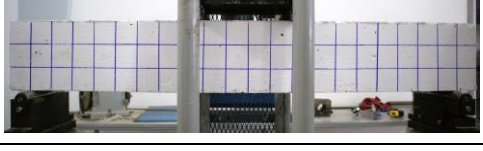


Nota: Se muestra los desplazamientos debido a la carga gradual aplicada en cada una de las vigas experimentales. Realizado por los autores.




La Tabla 23 y 24 presenta los valores registrados de fuerza y desplazamiento y el patrón de fisuración de dos vigas sometidas a flexión. Al finalizar el ensayo, los resultados indicaron que las vigas colapsaron al soportar cargas de 39.89 kN y 40.096 kN, respectivamente. La información contenida en la tabla proporciona una visión concreta y cuantitativa del comportamiento estructural de las vigas durante los ensayos.

Tabla 23

Comportamiento experimental de la viga 1 bajo cargas aplicadas

Nro.	Fotografías	Desplazamiento (mm)	Fuerza (kN)
1		0,127	3,941
2		0,254	6,881
3		0,381	9,051
4		0,508	11,211
5		0,635	13,031
6		0,762	14,421
7		0,889	16,121







8		1,016	17,0791
9		1,143	18,601
10		1,397	22,653
11		1,651	25,181
12		1,905	27,570
13		2,159	29,764
14		2,413	32,061
15		2,730	34,974
16		3,048	37,384
17		3,460	39.894
18		3,624	33,668

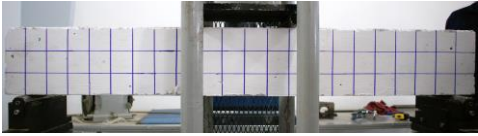



19		4,005	34,511
20		4,487	25,485
21		4,767	18,871








Nota: Realizado por los autores.

Tabla 24

Comportamiento experimental de la viga 2 bajo cargas aplicadas

Nro.	Fotografías	Desplazamiento (mm)	Fuerza (kN)
1		0,127	2,8
2		1,143	17,73
3		1,270	19,11
4		1,305	21,16
5		1,397	23,049
6		1,520	25,271

7		1,651	26,216
8		1,778	26,993
9		1,905	27,827
10		2,032	28,688
11		2,159	29,688
12		2,286	30,354
13		2,413	33,942
14		2,540	34,499
15		2,660	33,692
16		2,915	32,968
17		3,170	32,885
18		3,370	33,859

			
19		3,530	34,555
20		3,765	35,64
21		4,013	36,753
22		4,500	40,096
23		5,080	39,502
24		5.300	38,339
25		5.500	36,28

Nota: Realizado por los autores

En la Figura 28 se evidencia los patrones de fisuración la primera viga ensayada sometidas a carga que producen esfuerzos de corte, se revelan aspectos cruciales sobre su comportamiento y resistencia estructural. En la primera viga se visualiza la aparición de una sola fisura a corte, cerca del apoyo, esto debido a la concentración de esfuerzos, esta formación se debe a la influencia de diferentes factores uno de ellos es el vibrado, ya que de un lado la vibración no se lo ha realizado de manera adecuada, haciendo que los esfuerzo se concentren aun solo lado de la viga.

Figura 28

Patrones de fisuración de la primera viga ensayada

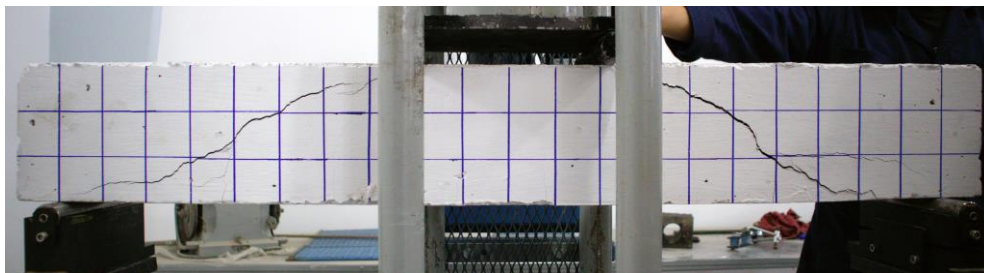


Nota: Tomado por los autores durante el ensayo.

Por otra parte, en la Figura 29 se observa la formación de fisuras en la región cercana a las zonas de apoyo. Ambos patrones de fisuración resaltan la importancia de la distribución de cargas y la respuesta del material ante cargas de corte. Los patrones de fisuración más intensos en las zonas cercanas a los apoyos indican la concentración de esfuerzos en esos puntos y la influencia de la rigidez de los apoyos en la distribución de cargas.

Figura 29

Patrones de fisuración de la segunda viga ensayada



Nota: Tomado por los autores durante el ensayo.

4.4. Comportamiento de los resultados de cada modelo

Se realizó un modelo numérico en el Software ETABS, con el fin de visualizar las gráficas de Momento-Curvatura. Es preciso referir que para la idealización se hizo uso de los modelos constitutivos de los materiales. En la Tabla 25 se muestran los valores relevantes, que definen la gráfica de la Figura 30.

Tabla 25

Valores representativos del diagrama momento-curvatura en ETABS

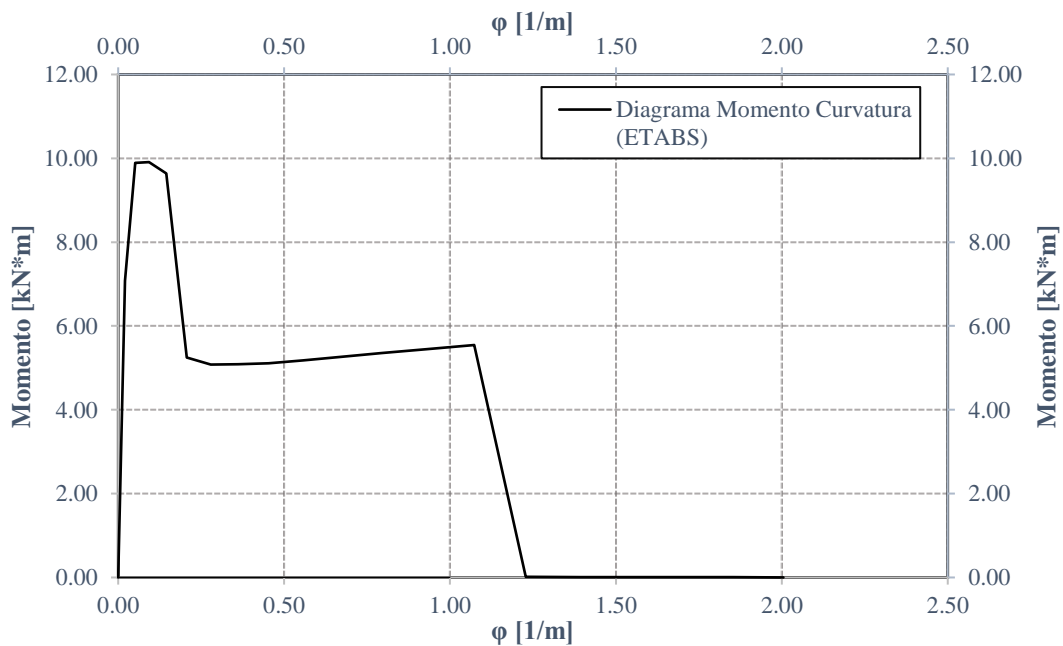
Momento (kN*m)			Curvatura (1/m)		
M_{yr}	M_y	M_u	ϕ_{tr}	ϕ_y	ϕ_u
7,083	9,891	9,909	0,0206	0,0516	0,0929

Nota: Se muestra los puntos de influencia más relevantes del diagrama proporcionado por el software ETABS.

La grafica idealizada en el software ETABS refleja el comportamiento de la relación entre el momento aplicado y la curvatura de la viga. Esta grafica se basa en cálculos matemáticos y modelización numérica que considera los modelos constitutivos de los materiales y la geometría de la viga. Los puntos clave de la curva, como el límite elástico y la capacidad de carga máxima, se identifican con precisión y permiten una comprensión detallada del comportamiento de la viga.

Figura 30

Diagrama momento-curvatura en el software ETABS



Nota: Tomado de ETABS.

Por otro lado, la Tabla 26 expone los valores característicos obtenidos del diagrama de momento curvatura obtenida del diseño analítico de la viga, basada en ecuaciones y principios de ingeniería. Esta gráfica puede requerir simplificaciones y consideraciones aproximadas debido a la naturaleza manual del proceso. Aunque puede proporcionar una comprensión general del comportamiento de la viga, es posible que no capture todas las sutilezas y detalles presentes en la gráfica generada por el software.

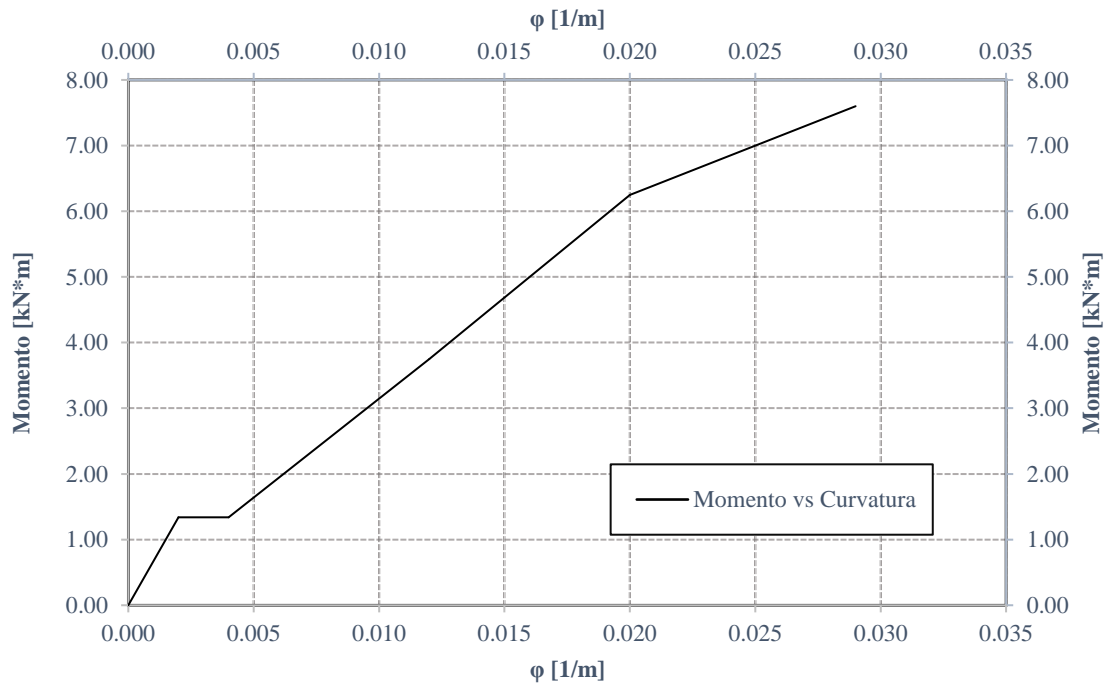
Tabla 26

Valores representativos del diagrama momento-curvatura del modelo teórico

Momento (kN*m)			Curvatura (1/m)		
Myr	My	Mu	ϕ_{tr}	ϕ_y	ϕ_u
1,339	6,249	10,223	0,002	0,02	0,046

Nota: Se muestra los puntos de influencia más relevantes del diagrama. Realizado por los autores.

La Figura 31, refleja el comportamiento de la viga en diferentes etapas de carga. Inicialmente, en la zona elástica, la curva es lineal, lo que significa que el momento aplicado aumenta proporcionalmente a la curvatura. A medida que se incrementa la carga, se llega al punto en el cual el material comienza a ceder y la curva entra en la fase plástica. En esta región, la curva se vuelve más pronunciada, lo que sugiere que la viga está experimentando deformaciones más significativas mientras mantiene la capacidad de resistir mayores momentos.

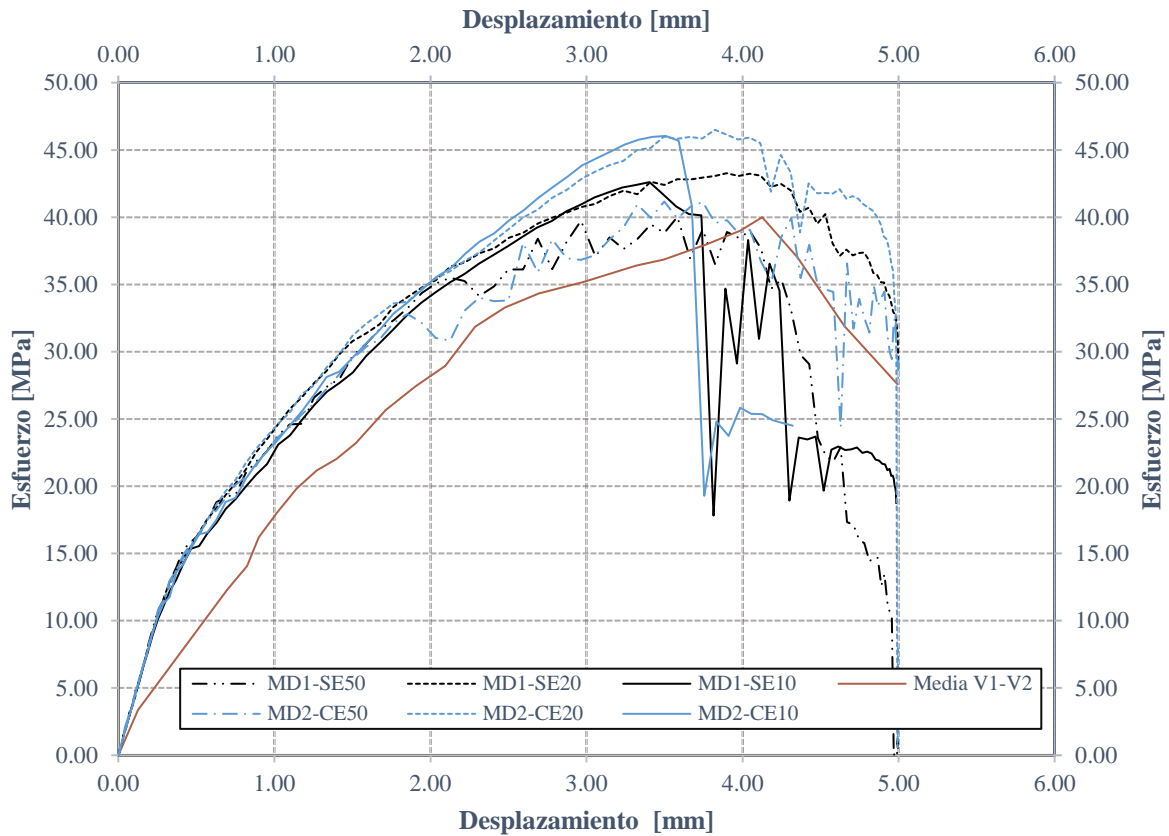
Figura 31*Diagrama momento-curvatura del modelo teórico*

Nota: Elaborado por los autores.

Las gráficas de fuerza-desplazamiento obtenidas a partir del modelo en ABAQUS y del modelo físico ofrecen una perspectiva valiosa sobre el comportamiento estructural y la respuesta ante cargas en ambas representaciones. Estas gráficas permiten comparar el comportamiento del modelo numérico respecto al modelo físico, visualizando que los comportamientos son semejantes.

Figura 32

Diagrama fuerza-desplazamiento según el modelo numérico y físico



Nota: Se muestra un diagrama comparativo de la resistencia a cortante de los diferentes modelos estudiados.

En la Tabla 27 se presentan los porcentajes de variación entre el modelo calibrado y el modelo físico. Estos porcentajes de variabilidad se calcularon al comparar las cargas máximas expuestas en la Tabla 21, soportadas por cada modelo, considerando que la carga máxima de las vigas ensayadas fue de 40.046 kN. Además, se utilizó un segundo método de verificación que involucró la comparación de la energía de deformación entre los dos modelos de la Tabla 21, teniendo cuenta que la energía de deformación de las vigas ensayadas fue de 133.076.

Tabla 27*Variabilidad entre el modelo numérico y modelo físico*

Modelo	Porcentaje de variabilidad (%)	
	Carga máxima	Energía de deformación
MD1-SE50	0,070%	7%
MD1-SE20	7,578%	19%
MD1-SE10	6,139%	7%

Nota: Valores comparativos de los dos sistemas, tanto el físico como el numérico. Realizado por los autores.

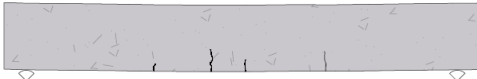
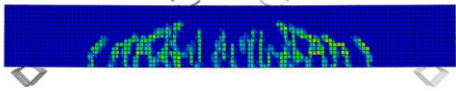


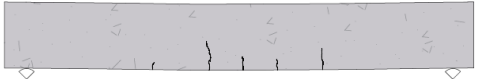
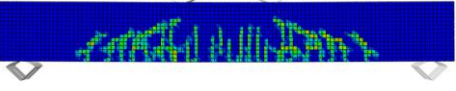



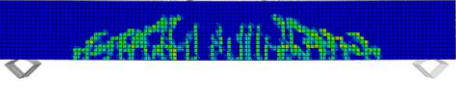



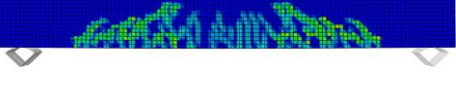

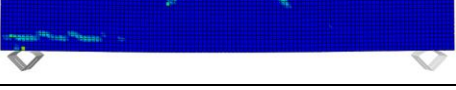

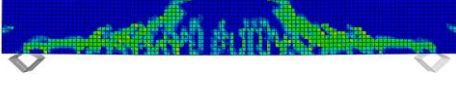


Al comparar los resultados, se nota que el modelo con un mallado de 50 mm presenta similitudes con el modelo físico. Esto se debe a que el modelo de 10 mm fue diseñado con la intención de distribuir uniformemente la carga a lo largo de los elementos finitos. En contraste, en el modelo de 50 mm, se ha observado una tendencia a la concentración de fallas en puntos específicos, lo cual concuerda con los resultados obtenidos en las verificaciones experimentales. Aunque es posible reducir aún más el tamaño del mallado para analizar minuciosamente la propagación de daño, esta opción no es viable debido a las limitaciones computacionales de las computadoras disponibles en el estudio.

En la Tabla 28 se presenta una comparativa de los patrones de fisuración del modelo físico con respecto al modelo numérico obtenido de la simulación realizada el software ABAQUS, la obtención de los datos se lo realizó por medio de la comparación de los desplazamientos y las caras de los dos modelos, teniendo una pequeña variabilidad en el comportamiento de las fisuras y cargas, debido a las dimensiones del mallado con el cual se trabajó.

Tabla 28

Comparación de los patrones de fisuración del modelo Numérico versus la viga 1 y 2 ensayada en laboratorio

Nro.	Modelo experimental	Carga kN	Modelo numérico (ABAQUS)	Cargas kN
Viga 1		3.941	tracción 	2.930
Viga 2		2.880	compresión 	
Viga 1		11.210	tracción 	11.100
Viga 2		11.900	compresión 	
Viga 1		19.601	tracción 	19.058
Viga 2		19.110	compresión 	
Viga 1		25.181	tracción 	24.093
Viga 2		24.710	compresión 	
Viga 1		27.570	tracción 	28.441
Viga 2		28.688	compresión 	

Viga 1		29.760	<p>tracción</p> 	32.720
Viga 2		32.658	<p>compresión</p> 	
Viga 1		32.061	<p>tracción</p> 	33.650
Viga 2		33.690	<p>compresión</p> 	
Viga 1		34.974	<p>tracción</p> 	34.420
Viga 2		34.049	<p>compresión</p> 	
Viga 1		37.384	<p>tracción</p> 	39.709
Viga 2		39.806	<p>compresión</p> 	
Viga 1		39.890	<p>tracción</p> 	42.605
Viga 2		40.096	<p>compresión</p> 	

Nota: Realizado por los autores

En la zona de tracción de la viga el daño es más evidente. Inicialmente el daño se evidencia por las pequeñas fisuras en la parte inferior debido a los esfuerzos por flexión, a medida que la carga aumenta las fisuras se propagan y se vuelven más pronunciadas; esto indica que los esfuerzos han superado el módulo de ruptura del hormigón. El refuerzo de acero longitudinal en la parte inferior de la viga ayuda a contener estas fisuras y a evitar la separación completa del hormigón, proporcionando una resistencia adicional.

Además, debido a la carga progresiva aplicada se evidencia el daño por esfuerzos a corte con fisuras a 45° aproximadamente en los extremos.

Por otro lado, en la zona de compresión de la viga, el daño es menos visible. Aquí, el hormigón sufre deformaciones plásticas debido a los altos esfuerzos generados por la carga. A medida que la carga se incrementa, el hormigón se comprime y puede experimentar aplastamiento localizado.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

Se ha logrado con éxito la obtención de los diagramas de fuerza-desplazamiento de la viga de hormigón armado mediante la implementación de tres modelos: el analítico, el físico y el numérico. En el modelo analítico, se ha observado que la falla por corte se adelanta a la falla por flexión, presentando una fuerza máxima de 9.970 kN y un desplazamiento de 1.259 mm según la metodología ACI 318-19, y 17.547 kN con un desplazamiento de 2.212 mm utilizando la metodología propuesta por la UNE EN en 2010.

En cambio, para determinar el diagrama de fuerza-desplazamiento correspondiente al modelo físico, se llevó a cabo la construcción y posterior ensayo a flexión de dos vigas. Estas vigas demostraron su capacidad para soportar una carga de 39.89 kN y 40.06 kN, con desplazamientos de 3.46 mm y 4.50 mm respectivamente. La similitud en la resistencia mostrada por ambas vigas destaca la consistencia y confiabilidad del diseño estructural. Es importante señalar que el modelo físico se considera el punto de partida fundamental para verificar y validar la calibración del modelo numérico. Finalmente, en cuanto al modelo numérico con un mallado de 50 mm, 20mm y 10 mm, se ha obtenido una fuerza máxima de 40.018 kN, 43.269 kN y 42.605 kN y un desplazamiento de 3.582 mm, 3.899 mm y 3.404 mm, respectivamente.

Además, se determinó el diagrama momento-curvatura mismo que establece una sólida base para la comparación entre el comportamiento de la curva obtenida a través del diseño teórico y la curva generada en el software ETABS. En esta comparación, se observa que el Momento último obtenido en el diseño es de 10.223 kN*m, mientras que en la gráfica del ETABS es de 9.909 kN*m, lo que resulta en una variación del 3% entre ambas curvas.

El diseño del hormigón se elaboró mediante el método de Fuller Thompson, debido a que las propiedades de los agregados no cumplían con las exigencias del método establecido

por la ACI (American Concrete Institute). En consecuencia, se optó por utilizar cemento de la marca ATENAS en la elaboración del hormigón, con una relación agua-cemento de 0.35.

En cuanto al ensayo de materiales granulométricos, es importante resaltar que se empleó un agregado fino con un peso específico de 2479 kg/m³, un peso volumétrico de 1613 kg/m³ y una tasa de absorción del 3.70%. Para el agregado grueso, se utilizó un peso específico de 2533 kg/m³, un peso volumétrico de 1460 kg/m³ y una tasa de absorción del 3.51%. Al ajustar las proporciones de los agregados según sus distribuciones granulométricas reales, y la cantidad adecuada de agua y cemento se pudo lograr una resistencia de la mezcla de 24 MPa a los 28 días.

Tabla 29

Cuantificación de materiales para un hormigón de 24 MPa.

Material	Peso	Unidad
Cemento	625.429	kg
Arena	603.206	kg
Grava	851.145	kg
Agua	218.900	kg

Nota: Realizado por los autores

El proceso de calibración de la viga de hormigón armado en el software ABAQUS, mediante la aplicación del método de análisis de elementos finitos junto con el modelo constitutivo de Mander y los modelos constitutivos del acero, ha resultado en un logro significativo en el ámbito de la simulación y análisis estructural propuesto para este proyecto en específico. Se crearon dos diagramas esfuerzo-deformación para cada una de las barras de acero ensayadas utilizando los datos obtenidos en el laboratorio, y se procedió a ajustar el modelo constitutivo del acero basándose en los resultados de los ensayos. Es importante destacar que, en el contexto de esta investigación, los esfuerzos y deformaciones del acero no

tienen un impacto significativo en la resistencia al corte del hormigón; en cambio, la sección transversal del acero es el factor determinante.

Se puede constatar que la implementación del método de análisis de elementos finitos es la metodología adecuada que ha permitido una representación detallada y precisa de la viga. Este enfoque descompone su comportamiento en pequeñas secciones, las cuales, para este estudio, se han definido con secciones de 50 mm, 20 mm y 10 mm. Estas secciones se han plasmado mediante un mallado previamente definido en el software. Este enfoque ha posibilitado la captura precisa de los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos internos de la viga, así como la respuesta global de la estructura ante diferentes condiciones de carga y variaciones en las dimensiones del mallado, concluyendo que a medida que el mallado se hace más pequeño, el comportamiento de la viga se asemeja más al modelo físico realizado, exigiendo mayores recursos computacionales.

Al comparar los esfuerzos obtenidos del ensayo de la viga sometida a flexión con los resultados de la calibración del modelo, se revela una discrepancia del 6.13% en los valores. Esto ocurre con un dimensionamiento de mallado de 10 mm, junto con una variación del 7% en la energía de deformación. Es importante señalar que este porcentaje de variabilidad está influenciado tanto por las dimensiones del mallado como por las imperfecciones inherentes al modelo físico.

La aparición de fisuras en las dos vigas sometidas a flexión en el laboratorio proporcionó una valiosa perspectiva sobre el comportamiento del modelo físico. A medida que las vigas fueron sometidas gradualmente a carga, se observó la formación de fisuras en la parte inferior, que inicialmente eran casi imperceptibles y luego se volvieron más evidentes a medida que la resistencia se acercaba al punto crítico. Estas fisuras se formaron cerca de los apoyos y seguían un ángulo aproximado de 45 grados debido a la ausencia de estribos, lo que indicó un comportamiento adecuado de las vigas diseñadas para fallar a corte.

En el caso de la viga 1, se observó una concentración de esfuerzos en un solo lado de la viga, lo que resultó en la formación de una sola fisura en el lado más débil. Esto se debió a que, el varillado del hormigón durante la elaboración de la viga, no se realizó de manera uniforme, lo que ocasionó que una parte de la viga fuera más resistente que la otra.

Para determinar y comparar los patrones de fisuración entre el modelo físico y el modelo numérico, se tomó como referencia la carga aplicada en ambas vigas. Se observó una notable similitud entre los patrones de fisuración de ambos modelos, lo que indica una coherencia significativa entre la simulación numérica y la respuesta del modelo físico ensayado. Estos resultados contribuyen significativamente a una mejor comprensión de la capacidad de carga, resistencia y comportamiento general de la viga en situaciones de flexión. Además, refuerzan la validez y la aplicabilidad del análisis numérico en el campo de la ingeniería estructural.

La expresión actual de la NEC para calcular la resistencia al corte en vigas de hormigón armado se deriva del código ACI 318-19, el cual considera un criterio conservador, por lo que no considera variables importantes que influyen en la resistencia a corte, lo que resulta en una discrepancia significativa entre el cálculo teórico (9.869 kN) y la resistencia experimental de la viga (20.023 kN).

Los modelos teóricos basados en el criterio detallado, especialmente el propuesto por UNE EN (17.547 kN), se ajustan mejor a los resultados experimentales de resistencia al corte (20.023 kN) en vigas de hormigón armado. Estas expresiones al menos consideran la cantidad de acero y la relación altura/ancho de la viga (a/d), lo que proporciona una evaluación más precisa en comparación con los modelos basados en el criterio conservador.

Se recomienda realizar inspecciones y pruebas regulares para asegurar la integridad y seguridad de las varillas de 5.5 mm y 8 mm, que no llegan al límite de fluencia de 420 MPa según las especificaciones de la marca Novacero. Además, se sugiere mantener un registro

documentado de estas actividades y tomar medidas correctivas ante cualquier cambio en la resistencia de las varillas.

Se recomienda realizar más estudios para poner a prueba el modelo ante otros modos de falla y situaciones más complejas. Además, se sugiere realizar más ensayos de vigas variando la relación de a/d a fin obtener una ecuación que contemple este efecto en la cuantificación de la resistencia al corte del hormigón, estos pasos permitan fortalecer la confianza en la utilidad y eficacia del modelo, sin desviarse de los hallazgos investigados.

BIBLIOGRAFÍA

- ACI 318. (2019). *Requisitos de reglamento para concreto estructural (ACI 318-19)*. American Concrete Institute.
- ACI 318S. (2005). *Requisitos de reglamento para concreto estructural (ACI 318S-14)*. American Concrete Institute.
- ACI 318S. (2014). *Requisitos de reglamento para concreto estructural (ACI 318S-14)*. American Concrete Institute.
- Aguilera, C. R., & Aguirre, K. A. (2021). *Medición de la resistencia al corte del hormigón simple utilizando el modelo de viga a flexión y su comparación con la fórmula propuesta en el ACI 318-19* [BachelorThesis].
<http://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/20727>
- Alcívar, S., Zambrano, N. J. P., & Chunga, J. C. V. (2021). Comparación teórico—Experimental del comportamiento a flexión de vigas de hormigón armado mediante gráficas momento-curvatura. *Revista de Investigaciones en Energía, Medio Ambiente y Tecnología: RIEMAT ISSN: 2588-0721*, 6(1), Article 1.
<https://doi.org/10.33936/riemat.v6i1.3685>
- Antón, J., Artero, J., & Pernas, J. (2012). *Simulación numérica de interacción fluido-estructura*. Carlos III de Madrid.
- Appa Rao, G., & Injaganeri, S. S. (2011). Evaluation of size dependent design shear strength of reinforced concrete beams without web reinforcement. *Sadhana*, 36(3), 393-410.
<https://doi.org/10.1007/s12046-011-0029-1>
- Archundia, H. I., & Tena, A. (2015). Sección crítica, esbeltez y regiones B-D para diseño a cortante de trabes de concreto reforzado. *Concreto y cemento. Investigación y desarrollo*, 7(1), 2-29.

ASTM. (2008). *Astm C 31 / PDF / Hormigón / Materiales de construcción.*

<https://es.scribd.com/document/251078240/ASTM-C-31>

ASTM E8. (2015). *Ensayo de tensión de materiales metálicos.* American Society for Testing Materials.

Bonilla, J., Bezerra, L., Larrua, R., Recarey Morfa, C., & Mirambell, E. (2015). Modelación numérica con validación experimental aplicada al estudio del comportamiento de conectores tipo perno de estructuras compuestas de hormigón y acero. *Revista ingeniería de construcción*, 30, 53-68. <https://doi.org/10.4067/S0718-50732015000100005>

Braun, M., Villa, E. I., Miño, M., Rocco, C. G., & Fournier, G. (2017, mayo 12). *Simulación numérica del comportamiento de vigas de hormigón armado reforzadas a corte con láminas de fibras de carbono.* IV Jornadas de Investigación, Transferencia y Extensión de la Facultad de Ingeniería (La Plata, 2017). <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/60131>

Cubillos, A. (2003). *Introducción al método de los elementos finitos.*

ESSS. (2017, octubre 25). *Método numérico, analítico y experimental.* Engineering Simulation and Scientific Software (ESSS). <https://www.esss.co/es/blog/simulacion-numerica-metodos-analitico-experimental-concurrentes-o-complementarios-en-la-ingenieria/>

González, O., Herrera, M., Iglesias, C., & López, E. (2013). Análisis de los modelos constitutivos empleados para simular la compactación del suelo mediante el método de elementos finitos. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 22(3), 75-80.

González, V., Botero, J. C., Rochel, R., & Vidal, J. (2005). *Propiedades mecánicas del acero de refuerzo utilizado en Colombia.* 1(1).

- Hernández, E., & Gil, L. M. (2007). *Hormigón armado y pretensado. Concreto reforzado y preesforzado* (Grupo de Investigación TEP-190 Ingeniería e infraestructuras). Ingeniería e Infraestructuras. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/19708>
- INEN. (s. f.). *Servicio Ecuatoriano de Normalización INEN* [Instituto Ecuatoriano de Normalización]. Recuperado 30 de julio de 2023.
- Mander, J. B., Priestley, M. J. N., & Park, R. (1988). Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering*, 114(8), 1804-1826. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1988\)114:8\(1804\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:8(1804))
- McCormac, J. C., & Brown, R. H. (2017b). *Diseño de concreto reforzado*. Alpha Editorial.
- Mirlisenna, G. (2016, enero 22). *Método de los elementos finitos*. Engineering Simulation and Scientific Software (ESSS). <https://www.esss.co/es/blog/metodo-de-los-elementos-finitos-que-es/>
- Mora, E., & Aguiar, R. (2015). PUSHOVER MULTIMODAL EN ESTRUCTURAS CON DISIPADORES DE ENERGÍA ADAS O TADAS MULTIMODAL PUSHOVER ON STRUCTURES WITH ADAS OR TADAS ENERGY DISSIPATORS. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, 202, 157-197.
- NEC. (2015). *Guía práctica para el diseño de estructuras de hormigón armado*.
- NEC-SE-HM. (2015). *Estructuras de hormigón armado*. Norma Ecuatoriana de la Construcción.
- Novacero. (2019). *Directorio de aceros novacero* (p. 28). Novacero Ecuador. https://www.novacero.com/wp-content/uploads/2021/05/NOVACERO-BROCHURE_090719_HR.pdf
- Novacero. (2022). *Ficha técnica de varilla microaleada* (p. 1) [Ficha Técnica]. Novacero
- NTE INEN 153. (2014). *Muestreo y ensayos para el cemento hidráulico*. Norma Técnica Ecuatoriana - Instituto Ecuatoriano de Normalización.

- NTE INEN 696. (2015). *Requisitos para hormigón presmezclado*. Norma Técnica Ecuatoriana - Instituto Ecuatoriano de Normalización.
- NTE INEN 857. (2010). *Requisitos para el ensayo de densidad de la arena y grava*. Norma Técnica Ecuatoriana - Instituto Ecuatoriano de Normalización.
- NTE INEN 858. (2010). *Método para determinar la masa unitaria de la grava y arena*. Norma Técnica Ecuatoriana - Instituto Ecuatoriano de Normalización.
- NTE INEN 872. (2011). *Áridos para hormigón*. Norma Técnica Ecuatoriana - Instituto Ecuatoriano de Normalización.
- NTE INEN 1855. (2011). *Análisis granulométrico en áridos*. Norma Técnica Ecuatoriana - Instituto Ecuatoriano de Normalización.
- Rodríguez, G., Bonilla, J., & Hernández, J. (2012). Aplicación de la simulación numérica al estudio del comportamiento de vigas de gran peralte de hormigón armado. *Ingeniería Civil, ISSN 0213-8468*, 101-116.
- Sakbana, A., Mashreib, M., Sakbana, A., & Mashreib, M. (2020). Finite Element Analysis of CFRP- Reinforced Concrete Beams. *Revista ingeniería de construcción*, 35(2), 148-169. <https://doi.org/10.4067/S0718-50732020000200148>
- UNE EN. (2010). *Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón*. Norma Española.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

a	Distancia entre la aplicación de carga y el apoyo, mm.
A_s	Área del acero de refuerzo longitudinal a tracción, mm ² .
A'_s	Área del acero de refuerzo longitudinal a compresión, mm ² .
A_{s_min}	Área mínima de acero de refuerzo a flexión, mm ² .
A_{s_max}	Área máxima de acero de refuerzo a flexión, mm ² .
A_v	Área de acero de refuerzo a cortante, mm ² .
A_{v_max}	Área máxima de refuerzo de cortante, mm ² .
b	Ancho o base de la viga de hormigón armado, mm.
b_w	Ancho o base de la viga de hormigón armado, mm.
c	Distancia medida desde la fibra externa a compresión al eje neutro de la viga, mm.
rec	Recubrimiento libre del refuerzo, mm.
c_u	Distancia medida desde la fibra extrema en compresión al eje neutro de la viga en estado último, mm.
c_y	Distancia medida desde la fibra extrema en compresión al eje neutro de la viga en estado de fisuración, mm.
C	Fuerza de compresión del concreto, N.
C_{Rd_c}	Coefficiente de variabilidad recomendado por la norma UNE EN
C_s	Fuerza de compresión del acero de refuerzo, N.
d	Peralte efectivo medida desde la fibra superior hasta el centroide de acero longitudinal a tracción, mm
d'	Distancia medida desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del acero longitudinal en compresión, mm.
d_a	Tamaño del agregado grueso, mm
d_b	Diámetro del acero de refuerzo longitudinal, mm.
d_d	Diámetro interior mínimo de doblado para estribos, mm.
d_f	Abertura de los tamices empleados para ensayos granulométricos.
D	Tamaño máximo del agregado empleado en la mezcla de hormigón.
E_a	Módulo de Elasticidad de los agregados, MPa.
E_c	Módulo de elasticidad del concreto de acuerdo a la ACI, MPa.
E_s	Módulo de elasticidad del acero de refuerzo, MPa.

F	Fuerza aplicada por la prensa en la viga durante el ensayo (P+P), kN
f_{ck}	Resistencia a la compresión del hormigón según la UNE EN, MPa.
f_c	Resistencia a compresión del hormigón MPa
f'_c	Resistencia máxima a la compresión del hormigón, MPa.
f'_{co}	Resistencia a la compresión del hormigón no confinado, MPa
f''_c	Resistencia a la compresión del hormigón confiando, MPa
f_r	Módulo de ruptura del concreto, MPa.
f_s	Esfuerzo en el acero de refuerzo a tracción, MPa.
f'_s	Esfuerzo en el acero de refuerzo a compresión, MPa.
f_t	Esfuerzo en tracción del concreto, MPa.
f_y	Resistencia a la fluencia del acero de refuerzo, MPa.
h	Altura o peralte de la viga de hormigón armado, mm.
I_{cr}	Momento de inercia de la sección fisurada transformada a concreto, mm ⁴
I_e	Momento de inercia efectivo para el cálculo de las deflexiones, mm ⁴ .
I_g	Momento de inercia de la sección bruta de la viga de hormigón armado, mm ⁴ .
I_{tr}	Momento de inercia de la sección transformada sin fisurar, mm ⁴
L	Longitud de la viga medida entre los apoyos.
l_d	Longitud de desarrollo para el acero longitudinal, mm.
l_{ext}	Extensión recta en el extremo de un gancho estándar, mm.
k	Factos que considera el peralte efectivo para evaluar la resistencia a corte del hormigón
M_a	Momento máximo debido a cargas de servicio presentes en el miembro para cálculo de la deflexión, N·mm.
M_{cr}	Momento de fisuración del concreto, N·mm.
M_n	Resistencia nominal a flexión en la viga de hormigón armado, N·mm.
M_u	Momento último de la viga debido a las cargas aplicadas, N·mm.
M_y	Momento de fluencia en la sección, N·mm.
M_{yr}	Momento sin fisuración, N·mm.
n	Proporcionalidad entre el módulo elástico del acero y concreto.
N_u	Carga axial normal a la sección transversal, N.
P_u	Carga última de servicio aplicada a la viga, N.
s	Espaciamiento medido centro a centro de los estribos, mm.

s_{max}	Espaciamiento máximo entre estribos, mm.
T	Fuerza de tracción del acero, N.
V_c	Resistencia a corte del hormigón según la ACI y NEC, N.
$V_{c_{max}}$	Límite de resistencia a corte del hormigón según la ACI, N.
V_n	Resistencia nominal a corte de la viga, N.
V_s	Resistencia a corte proporcionado refuerzo transversal, N.
$V_{s_{max}}$	Resistencia máxima a corte proporcionado por el acero de refuerzo, MPa.
V_u	Cortante último en la sección, N·mm.
V_{Rd_c}	Resistencia a corte del hormigón según UNE EN, N
$V_{Rd_{min}}$	Límite mínimo de resistencia a corte del hormigón según UNE EN, N
w_c	Densidad, peso unitario, del concreto de peso normal, kg/m ³ .
x	Distancia máxima medida desde el centro de apoyo de la viga hasta el punto de aplicación de la carga, para el cálculo de las deflexiones, mm.
y_t	Distancia desde el eje que pasa por el centroide de la sección bruta a la cara en tracción, sin considerar el refuerzo, mm.
Y	Porcentaje en peso de los áridos que pasan el tamiz de abertura d, obtenido mediante ensayos granulométricos.
β_1	Factor que relaciona la profundidad de bloque rectangular equivalente de esfuerzos de compresión con la profundidad del eje neutro.
ρ	Cuantía de acero longitudinal a tracción
ϵ_c	Deformación unitaria del hormigón a compresión.
ϵ_{cc}	Deformación longitudinal del hormigón a compresión
ϵ_{co}	Deformación longitudinal del hormigón no confinado
ϵ'_c	Deformación unitaria correspondiente a f'_c .
ϵ_{cr}	Deformación de fisuración del hormigón a tracción.
ϵ_{cu}	Máxima deformación unitaria utilizable en la fibra extrema de concreto a compresión.
ϵ_{cy}	Deformación de fluencia del concreto.
ϵ_s	Deformación unitaria neta en tracción del acero de refuerzo longitudinal.
ϵ_t	Deformación unitaria del concreto a tracción.
ϵ_y	Deformación unitaria en fluencia del acero de refuerzo longitudinal.
σ_{cp}	Esfuerzo axial debido a la carga o pretensado, MPa
ϕ	Factor de reducción de resistencia.

φ	Curvatura de la sección, rad/mm.
φ_{cr}	Curvatura de fisuración, rad/mm.
φ_y	Curvatura de fluencia, rad/mm.
φ_u	Curvatura última, rad/mm.
Δ_{max}	Deflexión máxima del elemento debido a cargas de servicio, mm.
δ	Deflexión vertical del elemento estructural, mm
ψ_c	Factor de modificación para la longitud de desarrollo con base en la resistencia del concreto.
ψ_e	Factor de modificación para la longitud de desarrollo con base en el recubrimiento del refuerzo.
ψ_o	Factor utilizado para modificar la longitud de desarrollo de barras con gancho o cabeza con base en el recubrimiento lateral y el confinamiento.
ψ_r	Factor de modificación para la longitud de desarrollo con base en el refuerzo de confinamiento.
λ	Factor del hormigón que considera el peso, ya sea de peso liviano o normal
μ	Ductilidad del elemento estructural.

ANEXOS

Ensayos de los agregados



Ensayo a tracción del acero de refuerzo



Armado del acero de refuerzo



Fundición



Esclerometría



Ensayo a compresión del hormigón



Ensayo a flexión de las vigas



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA
FACULTAD CDE INGENIERÍA CIVIL

LABORATORIO DE SUELOS

ENSAYO PARA LA DETERMINACION DEL PESO UNITARIO DE LOS AGREGADOS

(Método de la ASTM - C 20)

Material _____

Procedencia _____

Fecha _____ de _____ del 20019

PESO VOLUMÉTRICO DE LA GRAVA SUELTA

D A T O S		ENSAYOS		
PESO DEL RECIPIENTE	gr	5767	5767	5767
VOLUMEN DEL RECIPIENTE	cm3	9256,12	9256,12	9256,12
RECIPIENTE + MATERIAL	gr	19319,5	19319,5	19194,5
PESO DEL MATERIAL	gr	13552,5	13552,5	13427,5
PESO VOLUMÉTRICO	gr/cm3	1,464166411	1,464166411	1,450661832
PESO VOLUMÉTRICO PROMEDIO	gr/cm4	1,459664885		

PESO VOLUMÉTRICO DE LA GRAVA COMPACTADA

D A T O S		ENSAYOS		
PESO DEL RECIPIENTE	gr	5767	5767	5767
VOLUMEN DEL RECIPIENTE	cm3	9256,12	9256,12	9256,12
RECIPIENTE + MATERIAL	gr	20279,5	20436,5	20203,5
PESO DEL MATERIAL	gr	14512,5	14669,5	14436,5
PESO VOLUMÉTRICO	gr/cm3	1,567881575	1,584843325	1,559670791
PESO VOLUMÉTRICO PROMEDIO	gr/cm4	1,570798564		

PESO VOLUMÉTRICO DE LA ARENA SUELTA

D A T O S		ENSAYOS		
PESO DEL RECIPIENTE	gr	3402	3402	3402
VOLUMEN DEL RECIPIENTE	cm3	2904,89	2904,89	2904,89
RECIPIENTE + MATERIAL	gr	8112,5	8076	8074,5
PESO DEL MATERIAL	gr	4710,5	4674	4672,5
PESO VOLUMÉTRICO	gr/cm3	1,621576032	1,609011012	1,608494642
PESO VOLUMÉTRICO PROMEDIO	gr/cm3	1,613027229		

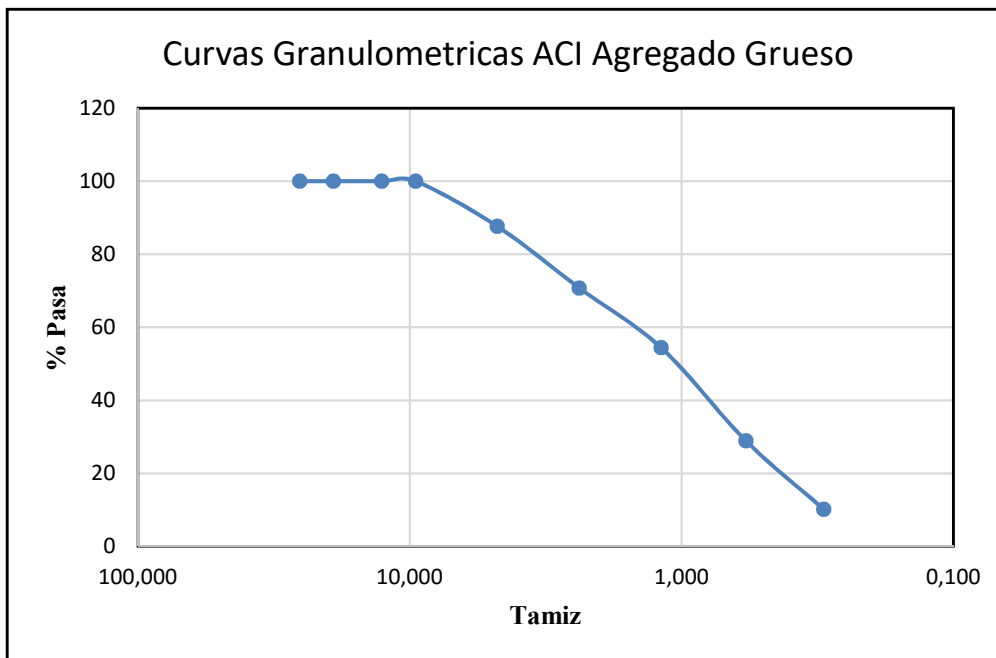
Observaciones : _____

 JEFE DEL LABORATORIO

 LABORATORISTA

GRANULOMETRIA AGREGADO FINO

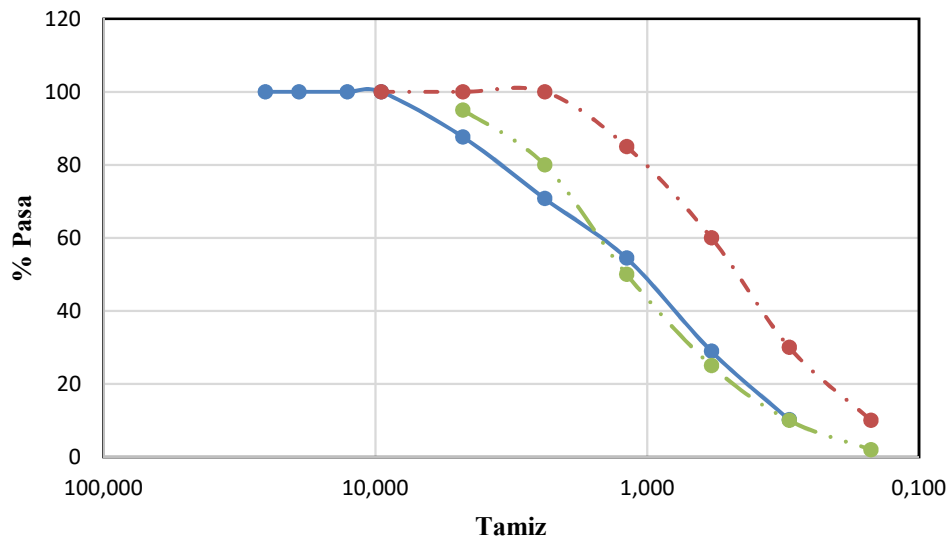
Tamaño Numero de Tamiz	Estandar (mm-µm)		Peso Retenido	Peso Ret.Acum	% Ret	% Pasa
1"	25,400	mm	0	0	0	100
3/4"	19,100	mm	0	0	0,00	100,00
1/2"	12,700	mm	0,00	0,00	0,00	100,00
3/8"	9,520	mm	0,00	0,00	0,00	100,00
N°4	4,760	mm	61,80	61,80	12,36	87,64
N°8	2,380	mm	84,50	146,30	29,26	70,74
N°16	1,190	mm	81,50	227,80	45,56	54,44
N°30	0,580	mm	127,60	355,40	71,08	28,92
N°50	0,300	mm	93,70	449,10	89,82	10,18
N°100	0,150	mm	32,80	481,90	96,38	3,62
N°200	0,075	mm	11,30	493,20	98,64	1,36
FONDO			5,30			



Tamiz		Argado Fino (ACI (ASTMC33))	
in	mm	min	max
3/8	9,52	100	100
N4	4,76	95	100
N8	2,38	80	100
N16	1,19	50	85
N30	0,58	25	60
N50	0,30	10	30
N100	0,15	2	10
N200	0,08	0	0

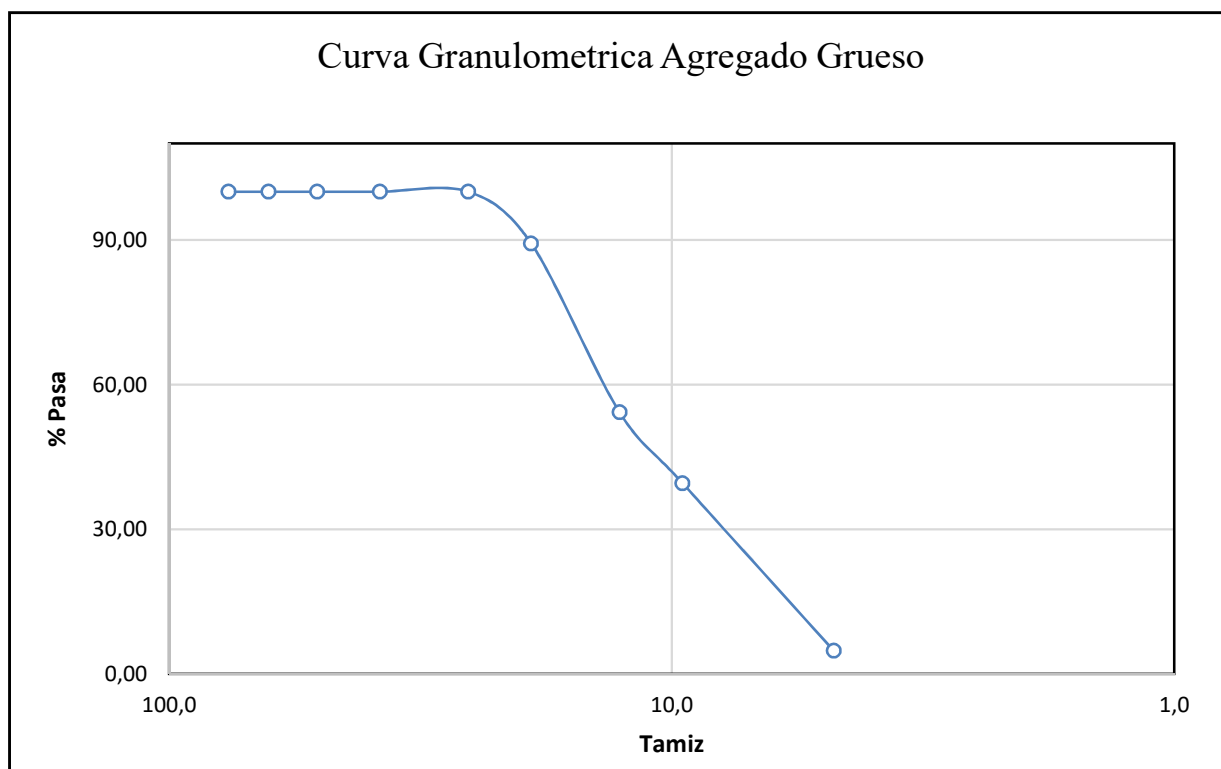
Ensayo de Agrgados	
mm	% Pasa
25,4	100
19,1	100
12,7	100
9,52	100
4,76	87,64
2,38	70,74
1,19	54,44
0,58	28,92
0,3	10,18

Curvas Granulometricas ACI Agregado Grueso



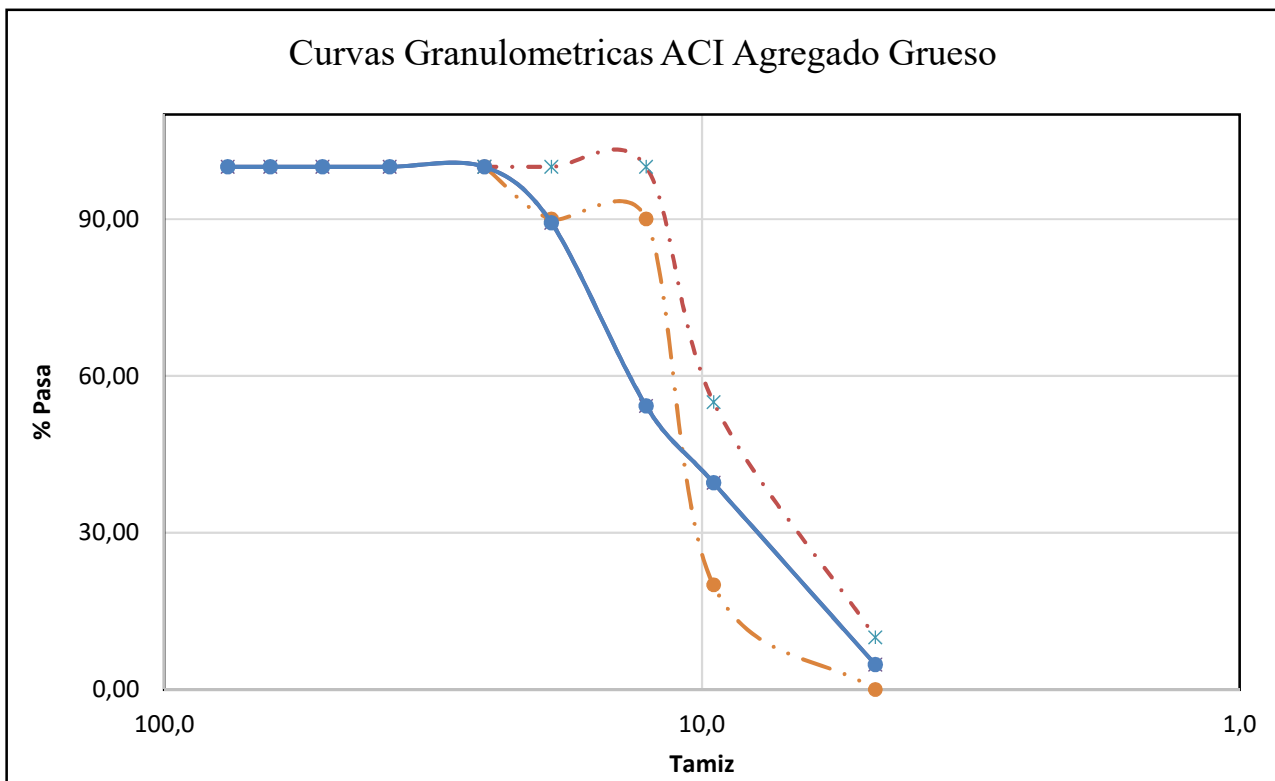
GRANULOMETRIA DEL AGREGADO GRUESO

Tamaño Numero de Tamiz	Estandar (mm- μ m)		Peso Retenido	Peso Ret.Acum	% Ret	% Pasa
3"	76,2	mm	0,00	0,00	0,00	100,00
2 1/2"	63,5	mm	0,00	0,00	0,00	100,00
2"	50,8	mm	0,00	0,00	0,00	100,00
1 1/2"	38,1	mm	0,00	0,00	0,00	100,00
1"	25,4	mm	0,00	0,00	0,00	100,00
3/4"	19,1	mm	1225,00	1225,00	10,71	89,29
1/2"	12,7	mm	4007,00	5232,00	45,75	54,25
3/8"	9,5	mm	1680,00	6912,00	60,44	39,56
Nº4	4,8	mm	3976,00	10888,00	95,20	4,80
FONDO			532,50			



Tamiz		Agregado Grueso (ACI (ASTMC33))	
in	mm	min	max
1	25,4	100	100
3/4	19,1	90	100
1/2	12,7	90	100
3/8	9,5	20	55
N4	4,8	0	10

Ensayo de Agrgados	
mm	% Pasa
76,20	100,00
63,50	100,00
50,80	100,00
38,10	100,00
25,40	100,00
19,05	89,29
12,70	54,25
9,52	39,56
4,76	4,80



GRAVEDAD ESPECÍFICA DE LOS AGREGADOS (GRUESOS Y FINOS)

GRAVEDAD ESPECÍFICA DE LA GRAVA: MÉTODO VOLUMÉTRICO

A=	767,5	g.	PESO DEL MATERIAL SUPERFICIALMENTE SECO Y SATURADO
B=	3311,5	g.	PESO DEL PICNOMETRO + AGUA + MUESTRA
C=	2847	g.	PESO DEL PICNOMETRO + AGUA
D=	741,5	g.	PESO DEL MATERIAL SECO
Gravedad Especifica Seca al Horno = $\frac{D}{A - (B - C)}$			2,45
Gravedad Especifica Saturada Superficialmente Seco = $\frac{A}{A - (B - C)}$			2,53
Gravedad Especifica Aparente = $\frac{D}{C + D - B}$			0,26
% De Absorcion = $\frac{(A - D) \times 100}{D}$			3,51

GRAVEDAD ESPECÍFICA DE LA ARENA: MÉTODO GRAVIMÉTRICO

Material Pasante en el Tamiz No. 4

A=	300	g.	PESO DEL MATERIAL SUPERFICIALMENTE SECO Y SATURADO
B=	3026	g.	PESO DEL PICNOMETRO + AGUA + MUESTRA
C=	2847	g.	PESO DEL PICNOMETRO + AGUA
D=	289,3	g.	PESO DEL MATERIAL SECO
Gravedad Especifica Seca al Horno = $\frac{D}{A - (B - C)}$			2,39
Gravedad Especifica Saturada Superficialmente Seco = $\frac{A}{A - (B - C)}$			2,48
Gravedad Especifica Aparente = $\frac{D}{C + D - B}$			0,10
% De Absorcion = $\frac{(A - D) \times 100}{D}$			3,70

Propiedades del Cemento - Atenas

$$\gamma_{cem} := 3100 \frac{kgf}{m^3}$$

$$PUC_{suelto} := 1120 \frac{kgf}{m^3}$$

Propiedades de la Arena

$$\gamma_{are} := 2479 \frac{kgf}{m^3}$$

$$PUA_{suelto} := 1613 \frac{kgf}{m^3}$$

$$Ab_{are} := 3.69$$

Propiedades de la Grava

$$\gamma_{gra} := 2533 \frac{kgf}{m^3}$$

$$PUA_{suelto} := 1460 \frac{kgf}{m^3}$$

$$Ab_{grav} := 3.51$$

Propiedades del Aguas

$$\gamma_{H_2O} := 1000 \frac{kgf}{m^3}$$

Consistencia del Hormigón

Según la tabla 16 de la guía práctica de diseño de hormigones para este diseño se considera:

TABLA 16. Selección de la consistencia del hormigón según la compactación.

Tipo Compactación	Consistencia	Utilización
Picado con barra	Blanda y fluída	Bombeo y hormigón fuertemente armado
Vibrocompactación	Seca	Prefabricados, estructuras masivas
Vibración normal	Plástica	Hormigón normal

Tipo de compactación: Vibración normal.

Consistencia: Blanda.

Utilización: Hormigón normal

Asentamiento en el cono de Abrams

Tipo de consistencia del hormigón	Asentamiento en el cono de Abrams
(1)	(cm)
Muy seca	0
Seca	0
Semiseca	1
Plástica	2 - 4
Blanda	5 - 9
Flúida	10 - 15
Líquida	> 15

$A_{sen} := 7.5 \text{ mm} = 7.5 \text{ mm}$

Tamaño máximo del agregado

Se considera como tamaño máximo al tamiz de mayor abertura que retiene al menos el 15% del peso total del agregado, es igual a método de la ACI

$TMA := 19 \text{ mm}$

Cantidad de agua en la mezcla

Se considera la cantidad de agua por metro cúbico de hormigón.

TABLA 18. Cantidad de agua en Kgf por metro cúbico de hormigón.

Tamaño Máximo del Agregado mm (pulg)	Agua en Kgf para diferentes agregados	
	Agregado Redondeado Kgf	Agregado Triturado Kgf
12,7 (1/2")	199	214
19,1 (3/4")	184	199
25,4 (1")	178	193
38,1 (3/2")	166	181
50,8 (2")	157	172
76,2 (3")	148	163
152,4 (6")	131	145

$H_2O := 199 \text{ kgf}$

TABLA 19. Corrección de Tabla 18.

Cambio en las condiciones de la Tabla 16	Modificación en la cantidad de agua
Por cada 25mm de aumento o disminución en el asentamiento	± 3%*
Arenas trituradas	+ 6,8%
Hormigones poco trabajables	- 3,6%

* El signo + indica aumento y el - disminución, del contenido de agua en la mezcla.

$$H_2O := 199 \text{ kgf} \cdot 1.1 = 218.9 \text{ kgf}$$

Factor de resistencia

$$f'c := 240 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Para el cálculo del $f'cr$: (Tabla 4)

- Si $f'c \leq 210 \text{ Kgf/cm}^2$ $f'cr = f'c + 70 \text{ Kgf/cm}^2$
- Si $210 \text{ Kgf/cm}^2 < f'c \leq 350 \text{ Kgf/cm}^2$ $f'cr = f'c + 85 \text{ Kgf/cm}^2$
- Si $f'c > 350 \text{ Kgf/cm}^2$ $f'cr = f'c + 100 \text{ Kgf/cm}^2$

$$f'cr := f'c + 85 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = 325 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Relación aguas - cemento A/C

Relación por durabilidad

TABLA 6. Relaciones A/C máximo por durabilidad. Ref. (1)

Tipo de Estructura	Continua o frecuentemente húmeda, sometida a hielo-deshielo ²	Exposición a sulfatos o al agua de mar
Secciones delgadas ¹	0,45	0,40 ³
Otras Estructuras	0,50	0,45 ³

$$AC_1 := 0.45$$

Relación por resistencia

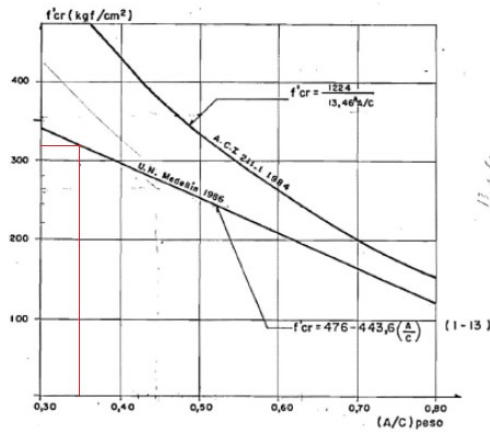


FIGURA 14. Relación entre f'_{cr} y (A/C) . Vibración normal. Mezclas sin adiciones.

$$AC_2 := 0.35$$

Según la ACI se toma el menor valor de la relación aguas / cemento

$$AC := \min(AC_1, AC_2) = 0.35$$

Contenido de cemento por metro cúbico

$$C := \frac{H_2O}{AC} = 625.429 \text{ kgf}$$

Proporciones de los agregados, método gráfico

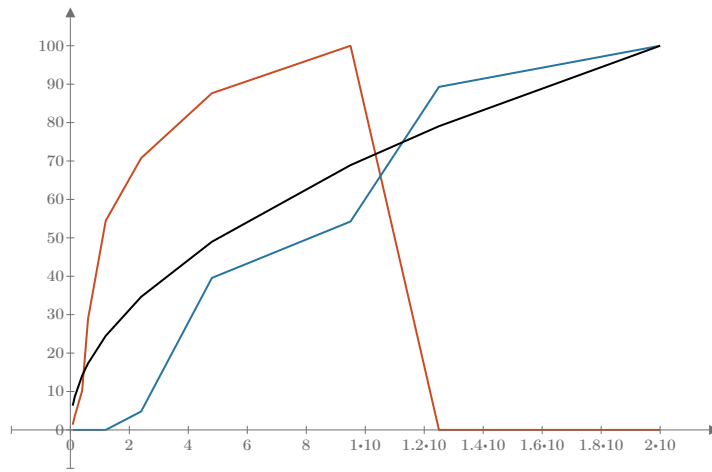
$$F := \begin{bmatrix} 100 \\ 81 \\ 71 \\ 50 \\ 35 \\ 25 \\ 18 \\ 12.5 \\ 8.8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$T := \begin{bmatrix} 20 \\ 12.5 \\ 9.5 \\ 4.8 \\ 2.4 \\ 1.2 \\ 0.6 \\ 0.4 \\ 0.15 \\ 0.08 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \\ 87.64 \\ 70.74 \\ 54.44 \\ 28.92 \\ 10.18 \\ 3.62 \\ 1.36 \end{bmatrix}$$

$$G := \begin{bmatrix} 100 \\ 89.29 \\ 54.25 \\ 39.56 \\ 4.8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F_u := \begin{bmatrix} 100 \\ 79.056 \\ 68.9202 \\ 48.98 \\ 34.64 \\ 24.49 \\ 17.32 \\ 14.14 \\ 8.66 \\ 6.32 \end{bmatrix}$$



A

G

F_u

T

ECUACIONES para dos áridos:

$$a + G = 100$$

$$MG_a \cdot a + MG_g \cdot G = MG_1 (a + G)$$

$$MG_a := 4.43 \quad MG_g := 8.12 \quad MG_{fu} := 5.98$$

$$Por_a + Por_g = 100$$

$$MG_a \cdot Por_a + MG_g \cdot Por_g = MG_{fu} \cdot (Por_a + Por_g)$$

resolviendo el sistema de ecuaciones

$$porAre := 42$$

$$porGrava := 100 - porAre = 58$$

Volumen por metro cúbico

$$VT := 1 \text{ m}^3$$

$$Vol_{cem} := \frac{C}{\gamma_{cem}} = 0.202 \text{ m}^3$$

$$Vol_{H2O} := \frac{H2O}{\gamma_{H2O}} = 0.219 \text{ m}^3$$

$$VT_{aridos} := VT - Vol_{cem} - Vol_{H2O} = 0.579 \text{ m}^3$$

$$V_{arena} := VT_{aridos} \cdot \frac{porAre}{100} = 0.243 \text{ m}^3$$

$$V_{grava} := VT_{aridos} \cdot \frac{porGrava}{100} = 0.336 \text{ m}^3$$

$$VT - Vol_{cem} - Vol_{H2O} - V_{arena} - V_{grava} = 0.00 \text{ m}^3$$

Pesos por metro cúbico en kg

$$Pe_A := \gamma_{are} \cdot V_{arena} = 603.206 \text{ kgf}$$

$$Pe_G := \gamma_{gra} \cdot V_{grava} = 851.145 \text{ kgf}$$

$$Pe_{agua} := H2O = 218.9 \text{ kgf}$$

$$Pe_{cemento} := C = 625.429 \text{ kgf}$$

$$Pe_A + Pe_G + Pe_{agua} + Pe_{cemento} = 2298.68 \text{ kgf}$$

$$\frac{Pe_{agua}}{Pe_{cemento}} = 0.35$$

Pesos para cono de Abrams en kg

$$Cili := 10 \text{ L} = 0.01 \text{ m}^3$$

$$A_7 := \frac{Pe_A \cdot Cili}{VT} = 6.032 \text{ kgf}$$

$$G_7 := \frac{Pe_G \cdot Cili}{VT} = 8.511 \text{ kgf}$$

$$H2O_7 := \frac{Pe_{agua} \cdot Cili}{VT} = 2.189 \text{ kgf}$$

$$Ce_7 := \frac{Pe_{cemento} \cdot Cili}{VT} = 6.254 \text{ kgf}$$

$$PT := A_7 + G_7 + H2O_7 + Ce_7 = 22.987 \text{ kgf}$$

Pesos para todos en kg

$$Vi := (2 \cdot (0.1 \text{ m} \cdot 0.15 \text{ m} \cdot 1.1 \text{ m})) \cdot 1.15 = 0.038 \text{ m}^3$$

$$VV := (Vi + V_C + Cili) \cdot 1.05 = 0.055 \text{ m}^3$$

$$A := \frac{Pe_A \cdot VV}{VT} = 33.23 \text{ kgf}$$

$$G := \frac{Pe_G \cdot VV}{VT} = 46.889 \text{ kgf}$$

aumentamos un 15% por desperdicio

$$V_C := \left(\frac{\pi \cdot (0.1 \text{ m})^2}{4} \cdot 0.25 \text{ m} \cdot 2 \right) \cdot 1.15 = 0.005 \text{ m}^3$$

$$H2O := \frac{Pe_{agua} \cdot VV}{VT} = 12.059 \text{ kgf}$$

$$Ce := \frac{Pe_{cemento} \cdot VV}{VT} = 34.454 \text{ kgf}$$

$$PT := A + G + H2O + Ce = 126.633 \text{ kgf}$$

Corrección de humedad

GRAVA

$$HG := 4\%$$

$$WH_G := G \cdot \left(1 + \frac{HG}{100}\right) = 46.908 \text{ kgf}$$

$$Agua_G := \frac{(HG - Ab_{grav}) \cdot WH_G}{100} = -1.628 \text{ kgf}$$

ARENA

$$HA := 9\%$$

$$WH_A := A \cdot \left(1 + \frac{HA}{100}\right) = 33.26 \text{ kgf}$$

$$Agua_A := \frac{(HA - Ab_{are}) \cdot WH_A}{100} = -1.197 \text{ kgf}$$

Agua Efectiva

$$A_{efe} := H2O - (-Agua_G - Agua_A) = 9.234 \text{ kgf}$$

RESUMEN

$$A := WH_A = 33.26 \text{ kgf}$$

$$H2O := A_{efe} = 9.234 \text{ kgf}$$

$$G := WH_G = 46.908 \text{ kgf}$$

$$Ce := \frac{P_{cemento} \cdot VV}{VT} = 34.454 \text{ kgf}$$

$$PT := A + G + H2O + Ce = 123.856 \text{ kgf}$$

DIAGRAMA MOMENTO - CURVATURA

Propiedades Geométricas

Propiedades Mecánicas

Sección Transformada sin Agrietar

$$c_{tr} := \frac{(b \cdot c_{tr}^2)}{2} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c_{tr} - d) - (n-1) \cdot A_s \cdot (d - c_{tr}) - \frac{(b \cdot (H - c_{tr})^2)}{2} \xrightarrow{\text{solve}, c_{tr}} \frac{118.49999999999999 \cdot \text{mm}^3 + 0}{\text{mm}^2 + 8.62781744}$$

$$c_{tr} = 79.518 \text{ mm}$$

$$I_{tr} := \frac{(b \cdot c_{tr}^3)}{3} + \frac{(b \cdot (H - c_{tr})^3)}{3} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c_{tr} - d)^2 + (n-1) \cdot A_s \cdot (d - c_{tr})^2 = (3.107 \cdot 10^{-5}) \text{ m}^4$$

$$I_{tr} = (3.107 \cdot 10^7) \text{ mm}^4$$

$$Mr_{T_{tr}} := \frac{(f_r \cdot I_{tr})}{(H - c_{tr})} = 1.339 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varepsilon_{c1} := \frac{f_r}{E_c} = 0.000132$$

$$Mr_{C_{tr}} := \frac{(f_c \cdot I_{tr})}{c_{tr}} = 9.378 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_{tr} := \frac{\varepsilon_{c1}}{(H - c_{tr})} = (1.8716152954 \cdot 10^{-3}) \frac{1}{\text{m}}$$

Sección Fisurada

$$c_{cr1} := \frac{(b \cdot c_{cr1}^2)}{2} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c_{cr1} - d) - n \cdot A_s \cdot (d - c_{cr1}) \xrightarrow{\text{solve}, c_{cr1}} \begin{cases} \frac{0.02 \cdot (965067.70060448223241 \cdot \text{mm}^4 + 11641}{-0.02 \cdot (965067.70060448223241 \cdot \text{mm}^4 + 11641)} \end{cases}$$

$$c_{cr1} = \begin{bmatrix} 51.363 \\ -90.658 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

$$c_{cr} := c_{cr1_0} = 51.363 \text{ mm}$$

$$I_{cr} := \frac{(b \cdot c_{cr}^3)}{3} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c_{cr} - d)^2 + n \cdot A_s \cdot (d - c_{cr})^2 = (1.337 \cdot 10^7) \text{ mm}^4$$

$$\varphi_{cr} := \frac{Mr_{T_{tr}}}{E_c \cdot I_{cr}} = 0.004 \frac{1}{\text{m}}$$

Sección Fisurada - Compresión $0.6 \cdot f'_c$

$$\varepsilon_{c45} := \frac{0.6 \cdot f_c}{E_c} = 0.000625$$

$$Mrc_{cr45} := \frac{(\varepsilon_{c45} \cdot E_c \cdot I_{cr})}{c_{cr}} = 3.749 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_{cr3} := \frac{Mrc_{cr45}}{E_c \cdot I_{cr}} = 0.012 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\varepsilon_{s45} := \varepsilon_{c45} \cdot \frac{(d - c_{cr})}{c_{cr}} = 8.175 \cdot 10^{-4}$$

$$f_{s45} := E_s \cdot \varepsilon_{s45} = 163.494 \text{ MPa}$$

Sección Fisurada - Compresión f'_c - Acero inicia a Fluir

$$\varepsilon_{cfl} := \frac{1 \cdot f_c}{E_c} = 0.001042$$

$$Mrc_{cr_fl} := \frac{(\varepsilon_{cfl} \cdot E_c \cdot I_{cr})}{c_{cr}} = 6.249 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_{cr_fl} := \frac{Mrc_{cr_fl}}{E_c \cdot I_{cr}} = 0.02 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\varepsilon_{s4} := \varepsilon_{cfl} \cdot \frac{(d - c_{cr})}{c_{cr}} = 0.001362$$

$$f_{s4} := E_s \cdot \varepsilon_{s4} = 272.489 \text{ MPa}$$

Resistencia Última ACI

$$c := A_s \cdot f_y - 0.85 \cdot f_c \cdot 0.85 \cdot c \cdot b \xrightarrow{\text{solve}, c} \frac{54.787636588555560554 \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$c = 54.788 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s := \varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(d - c)}{c} = 0.003489$$

$$c_2 := (A_s \cdot E_s) \cdot \left(\varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(d - c_2)}{c_2} \right) - 0.85 \cdot f_c \cdot 0.85 \cdot c_2 \cdot b \xrightarrow{\text{solve}, c_2} \begin{cases} -9274.7641939197619682 \cdot (0.0000178034146949384922) \\ 9274.7641939197619682 \cdot (0.0000178034146949384922) \end{cases}$$

$$c_2 = \begin{bmatrix} -143.087 \\ 64.819 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

$$c := c_{2_1} = 64.819 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s := \varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(d-c)}{c} = 0.002485$$

$$Tension := A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s = 112.396 \text{ kN}$$

$$Compression := 0.85 \cdot f_c \cdot 0.85 \cdot c \cdot b = 112.396 \text{ kN}$$

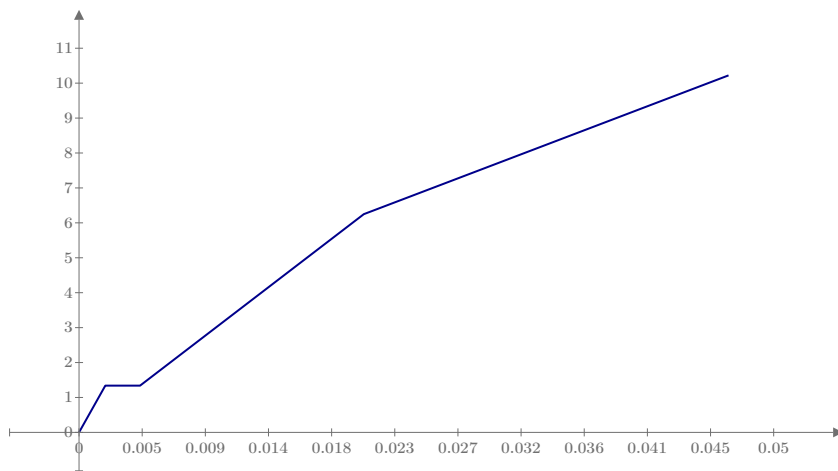
$$Mr_{ru} := Tension \cdot \left(d - 0.85 \cdot \frac{c}{2} \right) = 10.223 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_3 := \frac{\varepsilon_s}{(d-c)} = 0.0462827101 \frac{1}{\text{m}}$$

Diagrama Momento - Curvatura

$$\varphi := \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi_{tr} \\ \varphi_{cr} \\ \varphi_{cr3} \\ \varphi_{cr_fl} \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.002 \\ 0.004 \\ 0.012 \\ 0.02 \\ 0.046 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{m}}$$

$$M := \begin{bmatrix} 0 \\ Mr_{T_tr} \\ Mr_{T_tr} \\ Mrc_{cr45} \\ Mrc_{cr_fl} \\ Mr_{ru} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.339 \\ 1.339 \\ 3.749 \\ 6.249 \\ 10.223 \end{bmatrix} \text{ m} \cdot \text{kN}$$



M (kN·m)

φ $\left(\frac{1}{\text{m}}\right)$

Sección Transformada

$$I_g := \frac{b \cdot h^3}{12} = (2.813 \cdot 10^7) \text{ mm}^4$$

$$c_{tr} := \frac{(b \cdot c_{tr}^2)}{2} - (n-1) \cdot A_s \cdot (d - c_{tr}) - \frac{(b \cdot (h - c_{tr})^2)}{2} \xrightarrow{\text{solve, } c_{tr}} \frac{118.49999999999999 \cdot \text{mm}^3 + 647.08630832844047189 \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}^2 + 8.6278174443792062919 \cdot \text{mm}^2}$$

$$c_{tr} = 79.518 \text{ mm}$$

$$I_{tr} := \frac{(b \cdot c_{tr}^3)}{3} + \frac{(b \cdot (h - c_{tr})^3)}{3} + (n-1) \cdot A_s \cdot (d - c_{tr})^2 = (3.107 \cdot 10^7) \text{ mm}^4$$

Sección Agrietada

$$c_{cr} := \frac{(b \cdot c_{cr}^2)}{2} - n \cdot A_s \cdot (d - c_{cr}) \xrightarrow{\text{solve, } c_{cr}} \begin{cases} \frac{0.02 \cdot (965067.70060448223241 \cdot \text{mm}^4 + 11641186.33078832234 \cdot \text{mm} \cdot \text{mm})}{\text{mm}} \\ -0.02 \cdot (965067.70060448223241 \cdot \text{mm}^4 + 11641186.33078832234 \cdot \text{mm} \cdot \text{mm}) \\ \text{mm} \end{cases}$$

$$c_{cr} := c_{cr_0} = 51.363 \text{ mm}$$

$$I_{cr} := \frac{(b \cdot c_{cr}^3)}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - c_{cr})^2 = (1.337 \cdot 10^7) \text{ mm}^4$$

Determinación de la flecha

$$I_g = (2.813 \cdot 10^7) \text{ mm}^4$$

$$E := E_c = 23025.204 \text{ MPa}$$

$$I_{tr} = (3.107 \cdot 10^7) \text{ mm}^4$$

$$I_{cr} = (1.337 \cdot 10^7) \text{ mm}^4$$

$$P_1 = 3.433 \text{ kN}$$

$$\Delta_1 := \frac{P_1 \cdot a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{24 \cdot E \cdot I_{tr}} = 0.186 \text{ mm}$$

$$P_2 = 3.433 \text{ kN}$$

$$\Delta_2 := \frac{P_2 \cdot a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{24 \cdot E \cdot I_{tr}} = 0.186 \text{ mm}$$

$$P_3 = 9.613 \text{ kN}$$

$$\Delta_3 := \frac{P_3 \cdot a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{24 \cdot E \cdot I_{cr}} = 1.213 \text{ mm}$$

$$P_4 = 16.023 \text{ kN}$$

$$\Delta_4 := \frac{P_4 \cdot a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{24 \cdot E \cdot I_{cr}} = 2.022 \text{ mm}$$

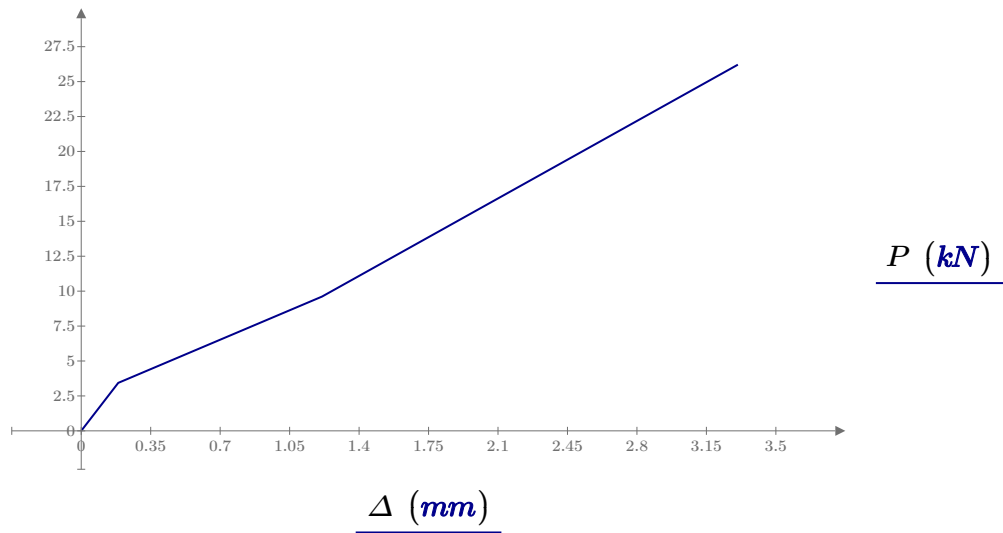
$$P_5 = 26.213 \text{ kN}$$

$$\Delta_5 := \frac{P_5 \cdot a \cdot (3 \cdot L^2 - 4 \cdot a^2)}{24 \cdot E \cdot I_{cr}} = 3.309 \text{ mm}$$

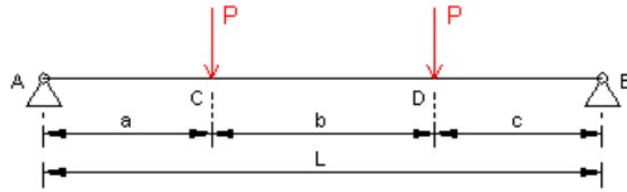
Diagrama Fuerza-Deflexión

$$P := \begin{bmatrix} 0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.433 \\ 3.433 \\ 9.613 \\ 16.023 \\ 26.213 \end{bmatrix} \text{ kN}$$

$$\Delta := \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \\ \Delta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.186 \\ 0.186 \\ 1.213 \\ 2.022 \\ 3.309 \end{bmatrix} \text{ mm}$$



MODELOS PROPUESTO PARA DETERMINAR V_c



Propiedades Geométricas

$$b := 100 \text{ mm}$$

$$\phi := 12 \text{ mm}$$

$$h := 150 \text{ mm}$$

$$\phi_{est} := 5.5 \text{ mm}$$

$$rec := 20 \text{ mm}$$

$$\phi' := 8 \text{ mm}$$

$$a := 390 \text{ mm}$$

$$d := h - rec - \phi_{est} - \frac{\phi}{2} = 118.5 \text{ mm}$$

$$A_s := 2 \left(\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \right) = 226.195 \text{ mm}^2$$

$$d' := h - d = 31.5 \text{ mm}$$

$$A'_s := 2 \left(\frac{\pi \cdot \phi'^2}{4} \right) = 100.531 \text{ mm}^2$$

Propiedades Mecánicas

Acero

Hormigón

$$f_y := 420 \text{ MPa}$$

$$f_c := 24 \text{ MPa}$$

$$E_c := 200 \text{ GPa}$$

$$E_c := 4700 \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} = 23.025 \text{ GPa}$$

$$\varepsilon_y := 0.002$$

$$\varepsilon_c := 0.003$$

$$L := 1 \text{ m}$$

$$f_r := 0.62 \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} = 3.037 \text{ MPa}$$

$$a := 0.39 \text{ m}$$

$$\lambda := 1$$

Carga última (P_u) a cortante

$$F_1 := 54.239 \text{ kN} - 13.569 \text{ kN} = 40.67 \text{ kN}$$

Ensayo 1

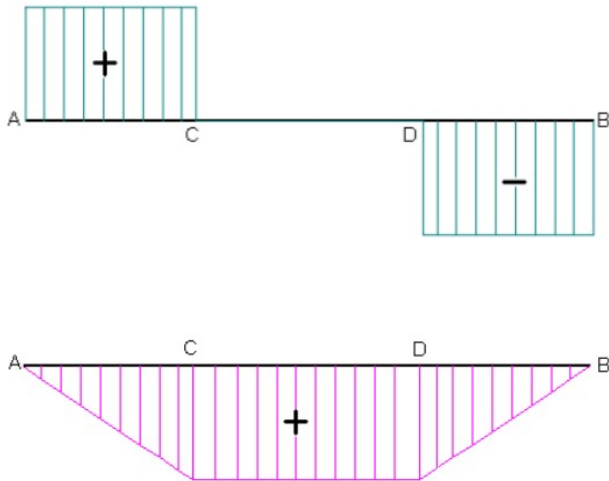
$$F_2 := 53.071 \text{ kN} - 13.569 \text{ kN} = 39.502 \text{ kN}$$

Ensayo 2

$$F := \frac{F_1 + F_2}{2} = 40.086 \text{ kN}$$

$$P_u := \frac{F}{2} = 20.043 \text{ kN}$$

Cargas Solicitantes



$$V_{AC} := P_u = 20.043 \text{ kN}$$

$$V_{DB} := -P_u = -20.043 \text{ kN}$$

$$V_u := P_u = 20.043 \text{ kN}$$

$$a := 39 \text{ cm}$$

$$M_{CD} := P_u \cdot a = 7.817 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_u := M_{CD} = 7.817 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Modelo Propuesto por ACI 318-19 (22.5.5.1 a)

$$V_c := 0.17 \lambda \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} \cdot b \cdot d$$

$$V_c = 9.869 \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por ACI 318-19 (22.5.5.1 b)

$$\rho := \frac{A_s}{b \cdot d} = 0.019$$

$$V_c := 0.66 \lambda \cdot \rho^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} \cdot b \cdot d$$

$$V_c = 10.24 \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por ACI 318-19 (22.5.5.1.1)

$$V_{c_{max}} := 0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} \cdot b \cdot d$$

$$V_{c_{max}} = 24.382 \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por ACI 318-14 (22.5.5.1 a)

$$V_c := \left(0.16 \lambda \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} + 17 \cdot \rho \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u} \cdot \text{MPa} \right) \cdot b \cdot d$$

$$V_c = 10.457 \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por ACI 318-14 (22.5.5.1 b)

$$V_c := \left(0.16 \lambda \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} + 17 \cdot \rho \cdot \text{MPa} \right) \cdot b \cdot d$$

$$V_c = 13.134 \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por ACI 318-14 (22.5.5.1 c)

$$V_{c_max} := 0.29 \lambda \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} \cdot b \cdot d$$

$$V_{c_max} = 16.835 \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por ACI 318-05 (11.3.1.1)

$$V_c := \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} \cdot b \cdot d$$

$$V_c = 9.675 \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por ACI 318-05 (11.3.2.1)

$$V_c := \frac{1}{7} \left(\sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} + 120 \rho \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u} \cdot \text{MPa} \right) \cdot b \cdot d$$

$$V_c = 9.471 \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por ACI 318-05 (11.3.2.1)

$$V_c \leq V_{c_max}$$

$$V_{c_max} := 0.3 \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} \cdot b \cdot h$$

$$V_{c_max} = 22.045 \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por la UNE EN

$$f_{ck} := f_c = 24 \text{ MPa}$$

$$k := 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} = 2.299$$

$$k_1 := 0.15$$

$$C_{Rd_c} := 0.18$$

$$\sigma_{cp} := 0$$

$$V_{Rd_c} := \left[C_{Rd_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot \frac{b \cdot d}{\text{mm}^2} \cdot N$$

$$V_{Rd_c} = [17.547] \text{ kN}$$

Modelo Propuesto por la UNE EN (mínimo)

$$\nu_{min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\mathbf{MPa}} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.598$$

$$V_{Rd_c_min} := (\nu_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \frac{b \cdot d}{\mathbf{mm}^2} \cdot N$$

$$V_{Rd_c_min} = 7.083 \mathbf{kN}$$

Modelo Propuesto por Bazant y Kim.

$$V_c := \left(0.56 + \frac{4}{\left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{3}{2}}} \right) \cdot \left(\sqrt[3]{f_c \cdot \mathbf{MPa}^2} \cdot \sqrt{\rho} \cdot \left(\frac{d}{\mathbf{m}} \right)^{\frac{-1}{4}} \right) (b \cdot d)$$

$$V_c = 9.9 \mathbf{kN}$$

Modelo Propuesto Appa Roa G. e Injagneri S.

$$d_a := 0.75 \mathbf{in} = 19.05 \mathbf{mm}$$

$$V_c := \frac{10 \cdot \sqrt[3]{\rho}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25 \cdot d_a}}} \left(0.083 \cdot \sqrt{f_c \cdot \mathbf{MPa}} + 20.69 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\left(\frac{a}{d} \right)^5} \cdot \mathbf{MPa}} \right) (b \cdot d)$$

$$V_c = 15.646 \mathbf{kN}$$

AUTORIZACION DE PUBLICACION EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Nosotros(a)s, Darwin Israel Cabrera Ordóñez y Bryan Steven Suquilanda Minga portadore(a)s de las cédulas de ciudadanía N.º 1150329280 y 1106068826. En calidad de autore(a)s y titulares de los derechos patrimoniales del trabajo de titulación “Calibración del modelo numérico de una viga de hormigón armado definida para falla por corte” de conformidad a lo establecido en el artículo 114 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, reconocemos a favor de la Universidad Católica de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos, Así mismo; autorizamos a la Universidad para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el Repositorio Institucional de conformidad a lo dispuesto en el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, 12 de octubre de 2023


F:
Darwin Israel Cabrera Ordóñez
1150329280


F:
Bryan Steven Suquilanda Minga
1106068826