



UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CUENCA

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA

Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo

**UNIDAD ACADÉMICA DE INGENIERÍA, INDUSTRIA
Y CONSTRUCCIÓN**

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

**CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE UNA VIGA
DE HORMIGÓN ARMADO DEFINIDA PARA FALLA POR
COMPRESIÓN**

**PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

AUTOR: ARIEL SEBASTIAN MORALES PACHECO

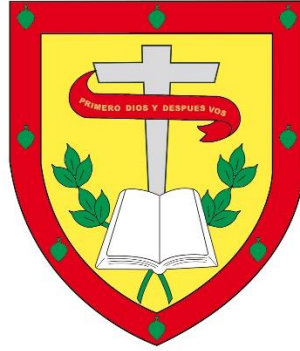
DAVID HERNÁN MONTENEGRO PALACIOS

DIRECTOR: ING. JUAN GABRIEL BARBECHO CHUISACA. MSC.

CUENCA - ECUADOR

2023

DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA

Comunidad Educativa al Servicio del Pueblo

**UNIDAD ACADÉMICA INGENIERÍA, INDUSTRIA Y
CONSTRUCCIÓN**

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

**CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE UNA VIGA DE
HORMIGÓN ARMADO DEFINIDA PARA FALLA POR COMPRESIÓN**

**PROYECTO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

AUTOR: ARIEL SEBASTIAN MORALES PACHECO

DAVID HERNÁN MONTENEGRO PALACIOS

DIRECTOR: ING. JUAN GABRIEL BARBECHO CHUISACA. MSC.

CUENCA - ECUADOR


2023

DIOS, PATRIA, CULTURA Y DESARROLLO

DECLARATORIA DE AUTORÍA Y RESPONSABILIDAD

Ariel Sebastian Morales Pacheco y David Hernán Montenegro Palacios portadores de las cédulas de ciudadanía N° 0107153926 y 0107138786. Declaramos ser autores de la obra: **“Calibración del modelo numérico de una viga de hormigón armado definida para falla por compresión”**, sobre la cual nos hacemos responsables sobre las opiniones, versiones e ideas expresadas. Declaramos que la misma ha sido elaborada respetando los derechos de propiedad intelectual de terceros y eximimos a la Universidad Católica de Cuenca sobre cualquier reclamación que pudiera existir al respecto. Declaramos finalmente que nuestra obra ha sido realizada cumpliendo con todos los requisitos legales, éticos y bioéticos de investigación, que la misma no incumple con la normativa nacional e internacional en el área específica de investigación, sobre la que también nos responsabilizamos y eximimos a la Universidad Católica de Cuenca de toda reclamación al respecto.

Cuenca, **12 de octubre de 2023**

F: 
Ariel Sebastian Morales Pacheco
0107153926

F: 
David Hernán Montenegro Palacios
0107138786

CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR DE TESIS

Yo, Juan Gabriel Barbecho Chuisaca, certifico que el presente trabajo de titulación fue ejecutado por los estudiantes Morales Pacheco Ariel Sebastian y Montenegro Palacios David Hernán bajo mi dirección.



Firmado electrónicamente por:
JUAN GABRIEL
BARBECHO CHUISACA

F:

Juan Gabriel Barbecho Chuisaca
0104445929

DEDICATORIA

La finalización de este proyecto de Titulación se la dedico con profundo cariño y gratitud a mis padres, Ana Pacheco y Sergio Morales por su amor incondicional, apoyo inquebrantable y los sacrificios que han hecho a lo largo de mi vida y de esta travesía académica han sido el principal motivo de mi inspiración para seguir adelante y nunca rendirme ante las adversidades que se me han presentado a lo largo de la carrera. A mis queridos hermanos Ronny Morales y Rita Bermeo, familiares y amigos, quiero expresarles mi sincero agradecimiento por su aliento constante y su amistad leal. Este logro no habría sido posible sin la confianza que han depositado en mí y sin el respaldo que siempre me han brindado. Esta dedicación no solo es un reconocimiento a quienes han estado a mi lado, sino también un tributo a la creencia en el poder de la determinación y el esfuerzo, que me han permitido alcanzar las metas más ambiciosas.

Att: Ariel Sebastian Morales Pacheco

DEDICATORIA

A mis amados padres, Hernán Montenegro y Marlene Palacios, y a mis queridos hermanos Samantha y Mateo:

Este proyecto de titulación representa no solo el resultado de mi esfuerzo, sino también la culminación de su amor, apoyo y sacrificio a lo largo de mi trayecto académico. Gracias por ser mi fuente inagotable de inspiración y por estar a mi lado en cada paso del camino. Este logro es tan suyo como mío.

A mis queridos amigos y conocidos, quienes han compartido conmigo momentos de alegría, apoyo y aliento a lo largo de esta travesía académica

Att: David Hernán Montenegro Palacios

AGRADECIMIENTO

En este momento de culminación, deseo expresar mi sincero agradecimiento a todas las personas que han desempeñado un papel fundamental en mi trayecto académico y que han contribuido significativamente a mi crecimiento y éxito.

En primer lugar, agradezco a Dios por brindarme la fortaleza y la determinación necesarias para superar los desafíos que encontré en este camino. Su guía y bendiciones han sido fundamentales en cada paso que he dado.

A mi abuelita, quien, desde el cielo, seguramente ha estado velando por mí y bendiciendo mi recorrido, le dedico un agradecimiento especial.

A mis padres, hermanos, familiares y amigos, les agradezco por su amor incondicional, apoyo constante y sacrificio. Han sido mi fuente de inspiración a lo largo de esta travesía. Sin su confianza, este logro no habría sido posible.

A mi compañero de proyecto final de titulación, David Montenegro, mi gratitud es profunda. Juntos superamos obstáculos, aprendimos de nuestras diferencias y alcanzamos metas que parecían inalcanzables. Tu compromiso y trabajo en equipo fueron esenciales para el éxito de este proyecto.

Quiero expresar mi sincero agradecimiento a la Universidad Católica de Cuenca por brindarme la oportunidad de adquirir conocimiento, crecer como persona y desarrollarme profesionalmente.

A todos los profesores y mentores que me han guiado y enseñado a lo largo de estos años, les agradezco por su sabiduría y dedicación. Un agradecimiento especial lo reservo para nuestro tutor, el Ingeniero Juan Barbecho. Su orientación, conocimiento y apoyo constante fueron fundamentales en el desarrollo de este trabajo. Su dedicación a nuestra formación académica ha dejado una huella profunda y duradera en nuestros caminos profesionales.

Att: Ariel Sebastian Morales Pacheco

AGRADECIMIENTO

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a quienes han tenido un papel crucial en mi vida y mi formación académica.

A mis padres y hermanos, les agradezco profundamente por ser mi fortaleza, por brindarme amor y protección, y por hacer sacrificios para que pudiera completar mis estudios universitarios.

A mis abuelos, incluido mi abuelito que ahora descansa en el cielo, les agradezco por su apoyo inquebrantable y por proporcionarme un lugar seguro para avanzar en mis estudios.

Sus consejos, paciencia y apoyo incansable han sido pilares fundamentales en mi camino hacia este logro.

A Sebastián Morales, mi compañero en este viaje, quiero expresar mi agradecimiento por su colaboración constante desde el inicio de nuestra carrera juntos.

A la Universidad Católica de Cuenca, por brindarme la oportunidad de formarme en una institución de alta excelencia académica.

A mis profesores, quienes generosamente compartieron su conocimiento, experiencia y orientación. Quiero destacar mi gratitud hacia mi tutor, el ingeniero Juan Barbecho, por su constante guía y apoyo.

Este logro no habría sido posible sin el respaldo y la orientación de todas estas personas. Les estoy profundamente agradecido por su contribución a mi desarrollo personal y profesional.

Att: David Hernán Montenegro Palacios

RESUMEN

Este trabajo de titulación se enfoca en la calibración de un modelo numérico de una viga de hormigón armado diseñada para experimentar una falla bajo condiciones de flexión controlada a compresión. La necesidad de este estudio radica en la importancia de comprender y predecir el comportamiento de estructuras de hormigón armado, especialmente en situaciones de máxima carga. Se empleó el software Abaqus como herramienta principal para llevar a cabo el estudio. El objetivo principal fue comparar los resultados obtenidos del modelo físico con el modelo numérico, utilizando dos enfoques fundamentales: la capacidad máxima de carga y el concepto de energía de desplazamiento.

La calibración del modelo numérico se basó en la implementación de modelos constitutivos que representan el comportamiento de los materiales que constituyen la viga de hormigón armado. La comparación se basó en las curvas de capacidad, que representan la relación entre la fuerza aplicada y el desplazamiento resultante en ambos modelos, tanto el físico como el numérico. Se evaluaron patrones de fisuración y comportamiento estructural en cada uno de los casos. Los resultados revelaron un análisis detallado de la variación del comportamiento entre los modelos en términos de energía de desplazamiento (4.66 %) y en términos de capacidad de carga (6.34 %). Este enfoque proporcionó información crucial sobre cómo el modelo numérico se aproximaba al comportamiento real del modelo físico.

Palabras clave: modelo numérico, Abaqus, modelos constitutivos, hormigón armado, flexión controlada por compresión.

ABSTRACT

This degree work focuses on calibrating a numerical model of a reinforced concrete beam designed to experience failure under controlled compressive bending conditions. The need for this study lies in the importance of understanding and predicting the behavior of reinforced concrete structures, especially in maximum load situations. Abaqus software was employed as the primary tool to conduct the study. The aim was to compare the results obtained from the physical model with the numerical model, using two fundamental approaches: the maximum load capacity and the displacement energy concept.

The calibration of the numerical model was based on the implementation of constitutive models representing the behavior of the materials constituting the reinforced concrete beam. The comparison was founded on capacity curves representing the relationship between the applied force and the resulting displacement in physical and numerical models. Cracking patterns and structural behavior were assessed in each case. The results revealed a detailed analysis of the variation in behavior between the models regarding displacement energy (4.66 %) and load-carrying capacity (6.34 %). This approach provided crucial information on how the numerical model approximated the actual behavior of the physical model.

Keywords: numerical model, Abaqus, constitutive models, reinforced concrete, compression-controlled bending

INDICE DE CONTENIDOS

1. CAPÍTULO I: GENERALIDADES	1
1.1. Introducción.....	1
1.2. Antecedentes.....	1
1.2.1. Estado del arte	1
1.2.2. Formulación del problema	2
1.2.3. Delimitación del problema	3
1.3. Objetivos.....	4
1.3.1. Objetivo general	4
1.3.2. Objetivos específicos.....	4
1.4. Justificación	4
2. CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	6
2.1. Materiales y modelos constitutivos	6
2.1.1. Acero de refuerzo	6
2.1.2. Hormigón	9
2.2. Comportamiento a flexión de vigas de hormigón armado	20
2.2.1. Reseña histórica de supuestos de diseño	20
2.2.2. Distribución de tensiones y deformaciones unitarias en la zona de compresión	21
2.3. Corte	25
2.4. Modelos físicos.....	26
2.5. Modelos numéricos.....	27

2.5.1.	Método de elementos finitos	28
2.6.	Marco normativo	31
2.6.1.	Factores de reducción de capacidad	32
2.6.2.	Detallado del refuerzo estructural	32
3.	CAPÍTULO III: METODOLOGÍA.	35
3.1.	Modelo analítico	35
3.2.	Modelo físico	36
3.2.1.	Disposiciones generales	36
3.2.2.	Prueba de materiales.....	37
3.2.4.	Encofrado, disposición y colocación del acero.	39
3.2.5.	Fundición.....	40
3.3.	Modelo numérico.....	41
3.3.1.	Disposiciones generales	41
3.3.2.	Modelos constitutivos de los materiales	41
3.3.3.	Modelación de la geometría	44
3.3.4.	Interacción de los elementos	46
3.3.5.	Condiciones de contorno.....	47
3.3.6.	Discretización de elementos finitos.....	48
3.4.	Validación del estudio	50
4.	CAPÍTULO IV: RESULTADOS	51
4.1.	Configuración y diseño de la viga.	51
4.1.1.	Propiedades mecánicas.....	52

4.1.2.	Análisis de resultados del modelo analítico y físico.	57
4.2.	Análisis de resultados del modelo numérico	63
4.3.	Concurrencia de resultados.....	68
5.	CAPÍTULO V: CONCLUSIONES	76
6.	BIBLIOGRAFÍA	79

Lista de figuras

Figura 1 Gráfico característico de la relación entre esfuerzo y deformación en el acero de refuerzo.	6
Figura 2 Modelo bilineal del acero de refuerzo.	8
Figura 3 Representación trilineal del acero de refuerzo.	9
Figura 4 Gráfica representativa de la relación esfuerzo-deformación característica del concreto.	11
Figura 5 Esquema constitutivo de Mander para hormigón sin restricción.	12
Figura 6 Relación entre tensión y deformación en el concreto.	15
Figura 7 Relación parábola rectángulo en hormigón en compresión.	17
Figura 8 Diagrama bilineal de tensiones y deformaciones.	18
Figura 9 Relación en hormigón confinado de tensión - deformación.	19
Figura 10 Repartición esfuerzos en secciones transversales de la viga.	21
Figura 11 Avances en la formulación de teorías de resistencia ultima por flexión.	22
Figura 12 Condiciones reales de tensión-deformación para resistencia nominal en elementos solicitados a flexión	23
Figura 13 Parámetros de bloque de tensiones.	23
Figura 14 Relación tensión-deformación adoptada por la PCA.	24
Figura 15 Relación tensión- deformación distribución rectangular.	25
Figura 16 Fisuración por corte de una viga de hormigón armado.	25
Figura 17 Representación física de una viga reforzada con hormigón.	27
Figura 18 Representación mediante elementos finitos C3D8R en la discretización de vigas.	30
Figura 19 Hallazgos derivados del análisis de un elemento empleando el método de elementos finitos.	31

Figura 20 Fotografía de la disposición para la realización de la prueba de flexión en una viga.	36
Figura 21 Disposición utilizada en la prueba de barras acero.	38
Figura 22 Principales elementos constituyentes del concreto.....	39
Figura 23 Encontrado y la armadura de acero con su distribución.....	40
Figura 24 Disposición para la prueba de compresión de los cilindros.	40
Figura 25 Interfaz de opciones de material.....	42
Figura 26 Interfaz de la herramienta "crear partes".	45
Figura 27 Montaje preciso de la viga.....	46
Figura 28 Herramienta de edición de las limitaciones de frontera	47
Figura 29 Subdivisión en intervalos de 10mm.	48
Figura 30 Plano detalle de la viga.....	51
Figura 31 Comportamiento del hormigón: curvas esfuerzo-deformación.	52
Figura 32 Curva esfuerzo vs deformación del modelo de Mander.....	53
Figura 33 Comportamiento del acero de refuerzo $d=6\text{mm}$: curvas esfuerzo-deformación e idealización.	55
Figura 34 Comportamiento del acero de refuerzo $d=12\text{mm}$: curvas esfuerzo-deformación e idealización.	56
Figura 35 Representación gráfica simplificada de la relación momento-curvatura para la viga diseñada.....	58
Figura 36 Representación gráfica de la relación momento-curvatura con parámetros en SAP.	59
Figura 37 Gráfico de la relación entre fuerza y desplazamiento de las vigas sometidas a ensayo.	63
Figura 38 Deterioro bajo carga de compresión evaluado mediante ABAQUS.	65

Figura 39 Deterioro bajo carga de compresión observado en la prueba del modelo físico	66
Figura 40 Deterioro bajo carga de tracción observado en la prueba del modelo en Abaqus...	66
Figura 41 Modelo de discretización de 10mm de mallado.	67
Figura 42 Gráficas de relación entre fuerza y desplazamiento para los modelos numéricos con una discretización de elementos de 50 mm, 20mm, 10mm y 5mm y el modelo físico.	69

Lista de tablas

Tabla 1 Características mecánicas convencionales del acero de refuerzo.	7
Tabla 2 Directrices técnicas para la realización de pruebas en los elementos del concreto. ...	10
Tabla 3 Características de rendimiento mecánico del concreto.	11
Tabla 4 Dimensiones para barras de refuerzo.	32
Tabla 5 Ecuaciones normativa ACI.	33
Tabla 6 Valores distintivos del modelo constitutivo propuesto por Mander.	53
Tabla 7 características de resistencia del acero de refuerzo $d=6\text{mm}$	54
Tabla 8 Correspondencias entre las energías de deformación.	55
Tabla 9 Características de resistencia del acero de refuerzo $d=12\text{mm}$	55
Tabla 10 Correspondencias entre las energías de deformación.	56
Tabla 11 Parámetros de momento y curvatura calculados mediante análisis.	57
Tabla 12 Valores particulares del gráfico momento-curvatura de SAP adaptados y calibrados.	59
Tabla 13 Gráfico de la relación entre fuerza y desplazamiento obtenido a través del análisis experimental.	60
Tabla 14 Desempeño y deterioro bajo carga de compresión del concreto.	64
Tabla 15 Desempeño y deterioro bajo carga de tracción del concreto.	65
Tabla 16 Análisis de tiempo de ejecución en función del mallado de la cuadrícula	67
Tabla 17 Validación del modelo numérico.	70
Tabla 18 Se exhiben los patrones de fisuración del ensayo de la viga 1.	70
Tabla 19 Se exhiben los patrones de fisuración del ensayo de la viga 2.	71
Tabla 20 Análisis comparativo de los modelos de formación de fisuras de los modelos numéricos y físicos.	73

CAPÍTULO I: GENERALIDADES

1.1. Introducción

La creciente necesidad de soluciones tecnológicas ha llevado a la adopción de la modelación numérica en el diseño de estructuras. Esta técnica aprovecha herramientas computacionales para un análisis eficiente y optimización, reduciendo tiempos y costos de diseño. A pesar de su potencial, la industria de la construcción local no ha adoptado ampliamente esta metodología.

Investigaciones previas han validado estructuras mediante modelación numérica, aunque se han observado diferencias en los resultados, atribuibles a factores internos y externos. Para mejorar la coherencia, proponemos un modelo numérico minuciosamente calibrado, enfocado en vigas de hormigón reforzado.

Este enfoque busca corregir inconsistencias y aumentar la confiabilidad de las simulaciones. Fundamentado en elementos finitos y utilizando el software Abaqus, ajustamos el modelo considerando el comportamiento de materiales y condiciones límite. Validamos el modelo mediante comparación con datos físicos de referencia, centrándonos en la capacidad de carga y patrones de fisuración.

1.2. Antecedentes

1.2.1. Estado del arte

El diseño y análisis de vigas de hormigón armado desempeñan un papel esencial en la ingeniería civil. En este contexto, se han llevado a cabo investigaciones significativas acerca de la precisión de los modelos constitutivos y las simulaciones numéricas empleadas en este ámbito.

Uno de los estudios más destacados se centró en la comparación entre modelos físicos y numéricos mediante un modelo plástico perfecto en el análisis del hormigón armado. Los resultados de este estudio revelaron una sorprendente correlación entre los resultados obtenidos

en ensayos físicos y simulaciones numéricas, con una diferencia inferior al 5%. Estos hallazgos subrayan la eficacia de los enfoques numéricos en la precisa predicción del comportamiento estructural del hormigón armado. (Douglas, 2005)

Por otro lado, el análisis del comportamiento del concreto ha experimentado avances notables en los modelos constitutivos utilizados. Inicialmente, estos modelos se basaban en conceptos de elasticidad, pero han evolucionado hacia teorías que incorporan aspectos como la plasticidad, el daño y la fractura. Se ha resaltado la introducción de conceptos clave como la deformación efectiva, el esfuerzo efectivo y las variables de daño en la descripción del comportamiento no lineal del concreto. (Kachanov, 1999)

Además, se ha enfatizado la importancia de la simulación numérica en la investigación, utilizando el programa computacional ABAQUS, basado en el Método de los Elementos Finitos (MEF), para analizar el comportamiento del acero. En este contexto, se ha aplicado un modelo bilineal con criterio de rotura de Von Mises y un modelo de daño plástico para el hormigón. (Hernández et al., 2014)

La investigación sobre modelos de daño del concreto y su simulación numérica ha sido un tema ampliamente explorado. Donde, se destaca la no linealidad del material. En dicho estudio, se presenta la implementación de un modelo constitutivo de daño isotrópico que incorpora un punto crítico tanto en tracción como en compresión, ofreciendo así una descripción precisa del comportamiento del concreto. (Herrera, 2011)

1.2.2. Formulación del problema

Esta investigación se centra en comparar los modelos numéricos, físicos y teóricos de una viga de hormigón armado para una falla a flexión controlada por compresión. Los modelos numéricos, aunque útiles para verificar el comportamiento de elementos estructurales, pueden no ser tan precisos como los físicos debido a las variaciones en los materiales utilizados.

Para abordar estos desafíos, se empleará el método de elementos finitos tridimensionales, de manera que se ajustará el modelo numérico considerando variables clave en el comportamiento de las vigas, como los esfuerzos y deformaciones máximas permisibles. Esto permitirá establecer el modelo más preciso para simular el comportamiento de una viga de hormigón armado bajo flexión controlada por compresión.

Desde una perspectiva económica, la utilización de modelos numéricos en el diseño de vigas de hormigón armado puede ser más rentable que la construcción de modelos físicos a escala real, ya que implica menores costos de materiales y mano de obra. Además, estos modelos pueden acelerar el proceso de diseño y construcción, proporcionando resultados más precisos y rápidos. Sin embargo, es importante recalcar que la calidad de los materiales utilizados puede afectar la precisión de los modelos numéricos, por lo que se requiere una calibración adecuada para obtener resultados confiables.

1.2.3. Delimitación del problema

La investigación tiene como objetivo la validación de un modelo de viga de hormigón armado en condiciones de flexión controlada por compresión. Esto se llevará a cabo mediante la comparación de un modelo numérico con el modelo físico y el teórico. Para ello, se analizarán los resultados y las variables que generen discrepancias entre ellos.

El modelo teórico tendrá en consideración el bloque rectangular equivalente de Whitney, y se tomará en cuenta la normativa ACI 318-19. Este modelo estará destinado a representar una viga con apoyo simple en sus puntos finales y con una sección rectangular. El modelo físico se construirá con base en el diseño obtenido del modelo teórico y será sometido a una carga puntual en un entorno de laboratorio utilizando una máquina de ensayo hidráulica. Por otro lado, el modelo computacional será desarrollado en el software Abaqus, utilizando los datos obtenidos del primer y segundo modelo.

La investigación concluirá con la aprobación del modelo numérico, la calibración de las variables identificadas y los resultados de análisis, utilizando la metodología de elementos finitos en el programa Abaqus. Este modelo simulará a respuesta de la viga reforzada de hormigón a una falla a flexión controlada por compresión y se ajustará adecuadamente con las tres configuraciones anteriores.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

- Calibrar un modelo numérico respecto a los modelos físicos y teóricos de una viga de hormigón armado definida para falla por flexión controlada por compresión.

1.3.2. Objetivos específicos

- Desarrollar un modelo numérico de elementos finitos eficiente y preciso utilizando el software Abaqus para simular la falla por flexión controlada por compresión en una viga de hormigón armado.
- Comparar los resultados derivados de la simulación numérica mediante el método de elementos finitos con los resultados obtenidos mediante modelos físicos y teóricos de flexión controlada por compresión en vigas de hormigón armado, para validar la precisión y confiabilidad del modelo numérico.
- Contribuir al desarrollo de nuevos métodos de análisis y diseño de estructuras de hormigón armado utilizando herramientas informáticas y análisis numérico, como los elementos finitos, para mejorar la eficiencia y la optimización en el diseño de estructuras de hormigón armado.

1.4. Justificación

Este estudio se enfoca en la necesidad de desarrollar métodos de análisis y diseño de estructuras utilizando herramientas informáticas y programación, específicamente el análisis numérico mediante elementos finitos. Aunque este enfoque ha demostrado ser eficiente en

términos de costos y rapidez, aún existe un margen de error considerable que ha limitado la sustitución total de modelos físicos.

La creación y prueba de modelos físicos para evaluar el comportamiento de estructuras es costosa y consume tiempo. La utilización de modelos numéricos precisos y confiables, capaces de simular el comportamiento de estructuras antes de la construcción, se presenta como una alternativa atractiva para optimizar recursos materiales y humanos.

El objetivo final del uso de modelos numéricos es posibilitar el diseño eficiente de estructuras, que puedan ser comprobadas conforme a diversas normativas y herramientas, asegurando así su seguridad y eficacia. Una metodología eficaz para identificar deficiencias y mejorar el diseño de estructuras podría generar ahorros significativos de tiempo y recursos en la construcción de edificios y otras estructuras.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Materiales y modelos constitutivos

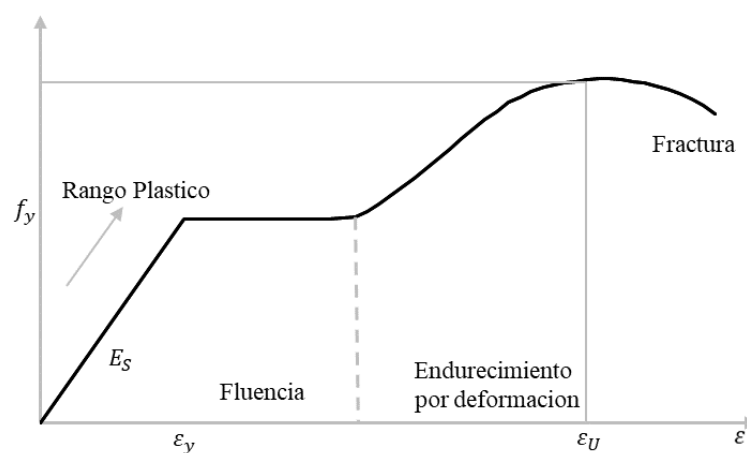
2.1.1. Acero de refuerzo

La armadura metálica consiste en una combinación de carbono e hierro en una mezcla metálica donde el contenido proporcional de carbono es la variable con la resistencia del mismo. Su característica sobresaliente radica en su notoria capacidad para resistir la tensión, siendo aproximadamente 100 veces más resistente que el hormigón. (González et al., 2004)

2.1.1.1. Propiedades mecánicas

Se llevan a cabo pruebas de laboratorio siguiendo las pautas técnicas establecidas por la norma ASTM E8 para evaluar experimentalmente las características mecánicas del material. La Figura 1 ilustra la manera en que se desenvuelve o actúa el acero. (González et al., 2004)

Figura 1 Gráfico característico de la relación entre esfuerzo y deformación en el acero de refuerzo.



Nota: Tomado de (González et al., 2004)

Al comienzo de la etapa, el material muestra una respuesta elástica que perdura hasta que se llega al punto de cedencia o fluencia f_y . Durante esta etapa, el material experimenta deformación plástica, lo que resulta en un alargamiento significativo sin un aumento en la carga. A medida que el material se deforma y experimenta grandes deformaciones, su resistencia aumenta y generan alteraciones en su disposición cristalina. Finalmente, la carga

alcanza su nivel máximo de resistencia f_u , donde ocurre una elongación extra hasta que finalmente ocurre la falla. (González et al., 2004)

Tabla 1 Características mecánicas convencionales del acero de refuerzo.

Descripción	Cantidad	Unidad
Esfuerzo de fluencia (f_y)	420	MPa
Módulo de elasticidad (E_s)	200000	MPa
Deformación unitaria (ϵ_y)	0.002	
Módulo de Poisson (μ_p)	0.3	

Nota: Tomado del código ACI 318-19, apartado 20 y 21.

2.1.1.2. Modelos constitutivos del acero de refuerzo

Existen varios modelos constitutivos utilizados para explorar la conducta exhibida por el acero de refuerzo en el análisis de estructuras entre ellos:

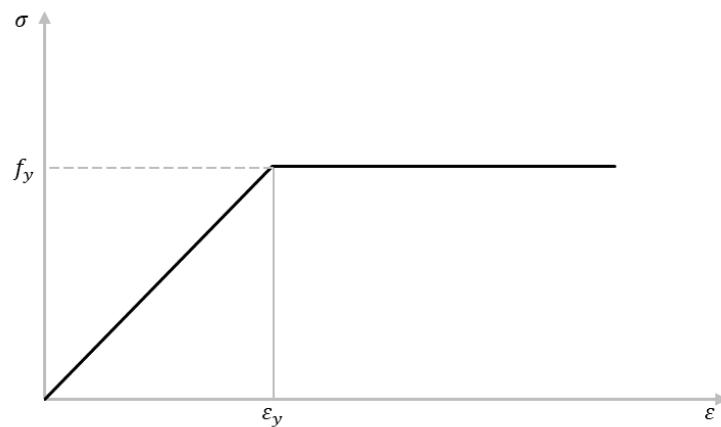
2.1.1.2.1. Modelo bilineal

El modelo bilineal del acero de refuerzo es un enfoque constitutivo que describe su comportamiento mediante dos segmentos de curva: el segmento elástico y el segmento plástico como se puede ver en la Figura 2.

En el segmento elástico, el acero de refuerzo exhibe un comportamiento lineal y elástica, siguiendo la ley de Hooke. Esto significa que la distorsión guarda una relación directa a la carga aplicada, y al liberar la carga, el material regresa a su forma original sin deformaciones permanentes.

Cuando se supera el límite elástico, el acero de refuerzo entra en la fase plástica. En esta etapa, el material se deforma significativamente sin que la carga aumente de manera proporcional. La resistencia y la rigidez del acero pueden cambiar debido a esta deformación plástica y al endurecimiento, lo que significa que su capacidad aumenta a medida que se deforma. (Castellanos & Camacho, 2018)

Figura 2 Modelo bilineal del acero de refuerzo.

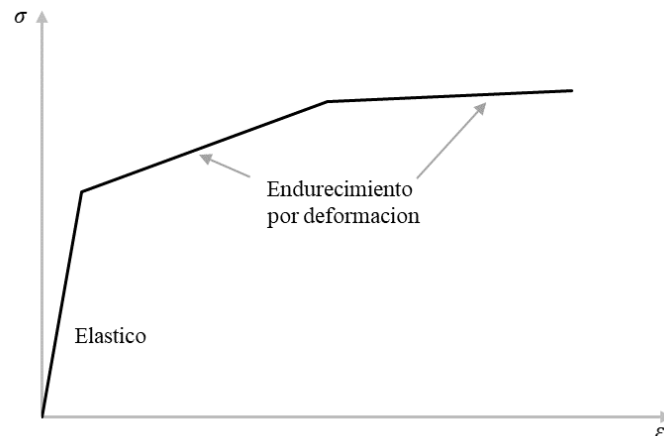


Nota: Tomado de (Castellanos & Camacho, 2018)

2.1.1.2.2. Modelo trilineal

El enfoque utilizando el modelo trilineal en este estudio concreto proporciona una descripción detallada de la respuesta del acero de refuerzo en tres etapas bien definidas. En contraste con el enfoque bilineal, este enfoque se distingue por caracterizar la deformación plástica del material en un proceso dividido en dos etapas discernibles como se muestra en la Figura 3. En su inicio, se establece una relación proporcional entre la magnitud de la deformación y la fuerza ejercida sobre el material. Posteriormente, se inicia el proceso de endurecimiento debido a la deformación, el cual prosigue hasta que el material alcanza su punto máximo de endurecimiento. Finalmente, se llega al punto de fallo del material tras estos acontecimientos sucesivos.

Figura 3 Representación trilineal del acero de refuerzo.



Nota: Tomado de (Poma de la Cruz, 2018).

2.1.2. Hormigón

El concreto se forma mediante la combinación de áridos finos y gruesos, cemento y agua, dando como resultado un material sólido de apariencia pétreo. La interacción química que ocurre entre el cemento y el agua provoca la unión de las partículas de los agregados, formando una estructura sólida. Es importante que las cantidades de estos elementos sean cuidadosamente proporcionadas para obtener la mezcla adecuada y el resultado deseado. (Nilson & Darwin, 1997a)

2.1.2.1. Dosificación del hormigón

Es un proceso fundamental donde se establece los criterios y parámetros específicos para determinar la proporción adecuada de los materiales constituyentes del hormigón mediante ensayos de laboratorio, se debe asegurar que cumpla con los requisitos de resistencia, durabilidad y trabajabilidad. A continuación, se presenta la Tabla 2 que sintetiza las pruebas realizadas y normativas utilizadas para la determinación de los componentes del hormigón, de acuerdo con la normativa NTE INEN ecuatoriana. (Norma Ecuatoriana de la Construcción, 2014)

Tabla 2 Directrices técnicas para la realización de pruebas en los elementos del concreto.

Norma técnica	Descripción
NTE INEN 696	Método para determinar la granulometría del árido fino y grueso
NTE INEN 857	Método para determinar la densidad (gravedad específica) de los áridos
NTE INEN 858	Método de ensayo para determinar el peso volumétrico de los áridos
NTE INEN 1855	Condiciones para el uso del agua en la elaboración del hormigón

Nota: tomado del instituto ecuatoriano de normalización (INEN).

La utilización del método de Fuller en la proporción de agregados nos brinda la capacidad de combinar varios tipos de áridos con el objetivo de obtener una granulometría que se ajuste de manera óptima a las necesidades. Este enfoque considera factores cruciales, como el tamaño máximo de los áridos y la cantidad mínima de cemento necesaria. A través de la utilización de la "parábola de Gessner" como referencia, se determina la distribución adecuada de los tamaños de los áridos. Esta curva asegura una interacción efectiva y una perfecta cohesión entre las partículas en la mezcla, lo que contribuye a lograr la consistencia y la densidad adecuadas en el producto final. La forma característica de esta curva se expresa mediante la ecuación (1).

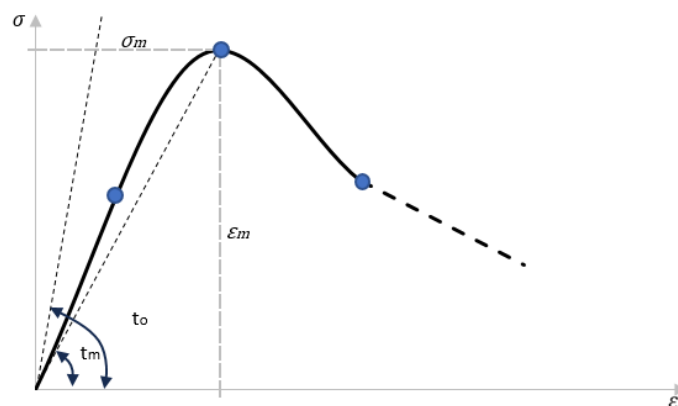
$$Y = 100 \sqrt{\frac{d}{D}} \quad (1)$$

Donde Y representa el porcentaje en peso de los agregados que atraviesan un tamiz de abertura d, mientras que D corresponde al tamaño máximo de los áridos. (Fuller Thompson., 1897)

2.1.2.2. Propiedades mecánicas del hormigón

La obtención de las características de desempeño mecánico del concreto, de acuerdo con la normativa ecuatoriana, implica seguir los procedimientos y métodos establecidos en la norma técnica correspondiente. Los requisitos de resistencia del hormigón, representados por el parámetro f_c , deben ser determinados mediante ensayos realizados en cilindros en laboratorios, de acuerdo con lo establecido en la sección 9 (NEC-SE-HM) de la normativa. (Norma Ecuatoriana de la Construcción, 2014)

Figura 4 Gráfica representativa de la relación esfuerzo-deformación característica del concreto.



Nota: Tomado de (Zabaleta, 1988).

La curva esfuerzo-deformación del concreto que se ilustra en la Figura 4, muestra su comportamiento mecánico en tres etapas. La primera etapa es el comportamiento elástico, donde hay una relación lineal entre la fuerza aplicada y la deformación. En la segunda etapa, la curva se eleva debido a la formación de micro fisuras, lo que aumenta la capacidad de deformación del concreto. En la tercera etapa, el concreto alcanza su punto de ruptura, fracturándose y perdiendo su capacidad de soportar más cargas. A pesar de esto, el concreto continúa deformándose hasta colapsar por completo. (Zabaleta, 1988)

Tabla 3 Características de rendimiento mecánico del concreto.

Descripción	Cantidad	Unidad
Módulo de elasticidad (E_c)	$E_c = 4700\sqrt{f'_c}$	MPa
Módulo de elasticidad (E_{cn})	$E_{cn} = 1150^3\sqrt{E_a}\sqrt{f'_c}$	
Módulo de ruptura (f_r)	$f_r = 0.62\lambda\sqrt{f'_c}$	MPa
λ hormigón peso normal	1	

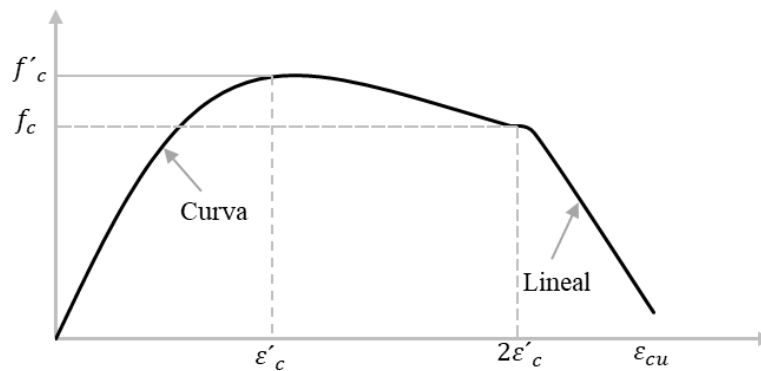
Nota: Tomado de: ACI 318-19 capítulo 19, NEC-SE-HM capítulo 3.

2.1.2.3. Modelo constitutivo de Mander

El modelo constitutivo desarrollado por Mander aborda el comportamiento no elástico del hormigón y tiene en cuenta la fisuración y el endurecimiento del material. El modelo propuesto por Mander en 1988 para el hormigón normal calcula el esfuerzo de compresión y

la deformación última en función del refuerzo transversal de acero. Esta ley que contempla el impacto positivo del confinamiento a través de un aumento en la capacidad de soportar compresión y en la distorsión del concreto. La Figura 5 ilustra este modelo de comportamiento. Sin embargo, cuando el estribo colapsa y cesa su capacidad de contener adecuadamente el núcleo de concreto, se produce una falla, lo que resulta en deformaciones mayores a las admitidas por otros modelos. Este enfoque proporciona una representación precisa del comportamiento del hormigón confinado y es utilizado en este estudio de análisis. (Castadeña, 2016)

Figura 5 Esquema constitutivo de Mander para hormigón sin restricción.



Nota: Tomado de (Mander et al., 1988)

La base de este modelo que relaciona la tensión y la deformación, representado en la Figura 5, se apoya en una ecuación desarrollada previamente por Popovics en 1973. Desde esta perspectiva, la tensión de compresión en el hormigón, referida como '\$f'_c\$', se define de la siguiente manera:" (2)

$$f_c = \frac{f'_c \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} r}{r - 1 + \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c}^2} \quad (2)$$

Donde '\$f'_c\$' representa la resistencia a la compresión del hormigón confinado, como se define en la ecuación (3)

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (3)$$

Donde ε_c es igual a la deformación longitudinal del hormigón bajo compresión.

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (4)$$

Se establece que f'_{co} y ε_{co} representan, respectivamente, la fuerza del hormigón no confinado y su deformación correspondiente (por lo general, se puede suponer que $\varepsilon_c = 0.002$).

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (5)$$

Donde,

$$E_c = 5000 \sqrt{f'_{co}} \quad (6)$$

E_c el módulo de elasticidad tangente del hormigón y E_{sec} se expresa en la ecuación (7) se establece como supuesto que la sección descendente en la región donde $E_c > E_{sec}$ es una línea recta que llega a una tensión nula en la deformación de desprendimiento, conocida como E_{sec} . (Chambi, 2010)

$$E_{sec} = \frac{f'_{co}}{E_{cc}} \quad (7)$$

2.1.2.4. Relación tensión-deformación para cálculo estructural no lineal

La ecuación (8) que se presenta describe la relación entre la tensión de compresión σ_c y la deformación unitaria de acortamiento ε_c en un material cuando está sometido a cargas de compresión en un análisis estructural de carácter no lineal. Esta ecuación es específica para el material en uso y se deriva a partir de su comportamiento real bajo condiciones de carga. Para comprender mejor esta ecuación, es importante tener en cuenta los siguientes conceptos clave:

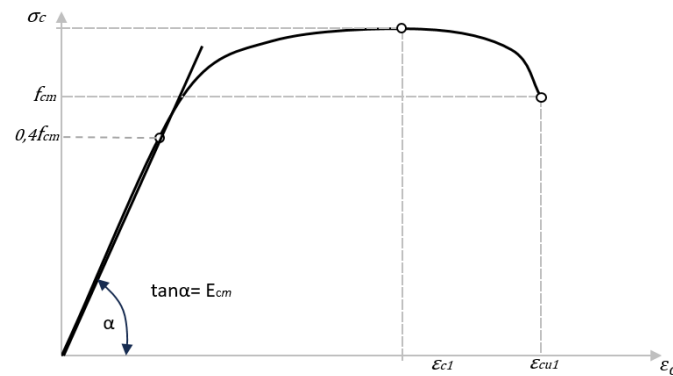
$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (8)$$

- σ_c es la tensión de compresión en el material.
- ε_c es la deformación unitaria de acortamiento en el material.
- ε_{c1} es la deformación unitaria a la que el material alcanza su máxima resistencia.
- f_{cm} es la resistencia a la compresión del concreto.
- E_{cm} es el módulo de elasticidad del concreto.
- η es un parámetro adimensional que representa la relación entre la deformación actual y la deformación unitaria a la máxima resistencia.
- k es otro parámetro que depende de las propiedades del material y se calcula utilizando las expresiones proporcionadas $1,05E_{cm} \times |\varepsilon_{c1}|/f_{cm}$.

Es relevante destacar que esta ecuación es válida dentro de un rango de deformaciones en el que $0 < |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c1}|$, donde ε_{c1} representa la deformación unitaria nominal máxima antes de que el material falle. En este intervalo, la ecuación permite modelar con precisión el comportamiento no lineal del material bajo cargas de compresión en un análisis estructural. Este conocimiento es esencial para comprender cómo el material responde a las cargas de compresión y para diseñar estructuras seguras y eficientes.

Se evidencia el comportamiento del material bajo cargas de compresión en la Figura 6, para la definición de E_{cm} se tiene $0.4f_{cm}$. (AENOR, 2010)

Figura 6 Relación entre tensión y deformación en el concreto.



Nota: Tomado de (AENOR, 2010).

2.1.2.5. Resistencia de cálculo a compresión y a tracción

El valor del cálculo de la resistencia a compresión se define como

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_C \quad (9)$$

El valor del cálculo de la resistencia a tracción se define como

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} f_{ctk} / \gamma_C \quad (10)$$

Donde

- γ_C es el coeficiente parcial de seguridad para hormigones para estados límites últimos si en las situaciones del proyecto son persistentes $\gamma_C = 1.5$ y si es accidental $\gamma_C = 1.2$.
- α_{cc} Es el coeficiente que tiene en cuenta los efectos a largo plazo en la resistencia a compresión y los efectos desfavorables que resultan de la manera en que se aplica la carga.
- α_{ct} Es el coeficiente que tiene en cuenta los efectos a largo plazo en la resistencia a tracción y los efectos desfavorables que resultan de la manera en que se aplica la carga.

Es esencial que estos coeficientes α_{cc} y α_{ct} estén en el rango de 0.8 a 1, y se recomienda utilizar el valor 1 como medida segura. (AENOR, 2010)

2.1.2.6. Relación entre tensión-deformación para el cálculo de secciones transversales

Es esencial comprender y aplicar una relación específica entre la tensión y la deformación en el hormigón sometido a compresión. Esta relación se encuentra representada en la figura 3.3, donde se asume que las deformaciones unitarias debidas a la compresión son positivas (cuando se está comprimiendo el hormigón cualquier cambio de longitud o deformación se registra como un valor positivo).

El cálculo de la tensión (σ_c) se lleva a cabo mediante las ecuaciones (8) y (12) que incorpora parámetros claves

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{para } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (11)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{para } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \quad (12)$$

Donde

n esfuerzo axial

f_{cd} Resistencia de cálculo del hormigón a compresión

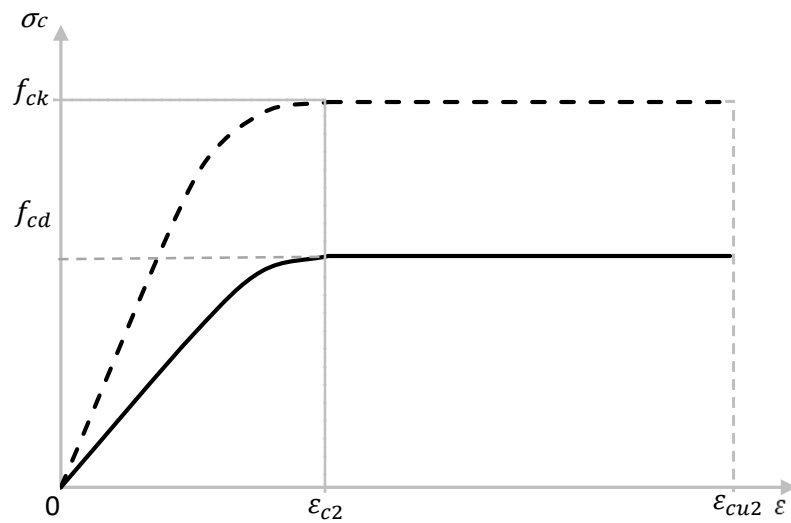
ε_c Deformación unitaria del hormigón en compresión

ε_{c2} Deformación unitaria por compresión en el hormigón a la tensión máxima f

ε_{cu2} Deformación unitaria última de compresión del hormigón

La ecuación (8) y (12) proporciona una manera de calcular la tensión de compresión en el hormigón en función de la deformación unitaria en dos rangos diferentes de deformación: uno no lineal y otro constante como se presenta en la Figura 7.

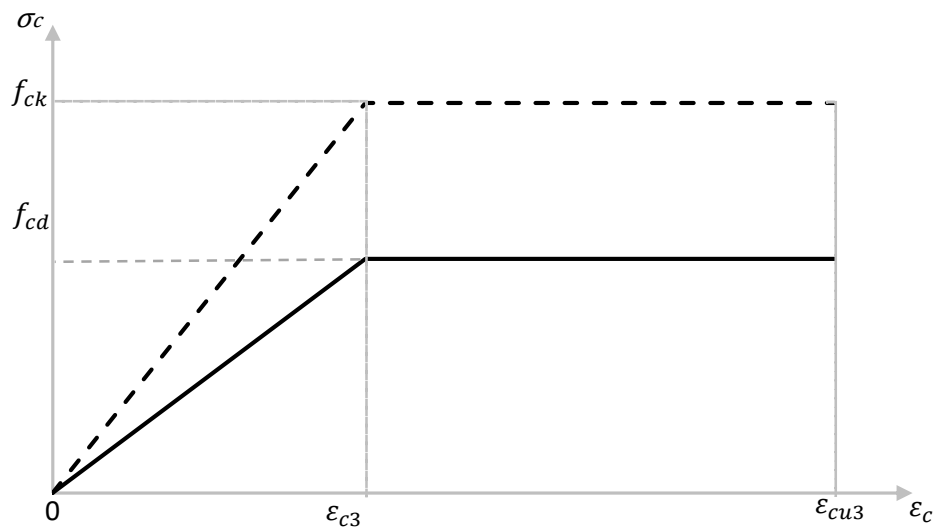
Figura 7 Relación parábola rectángulo en hormigón en compresión.



Nota: Tomado de (AENOR, 2010)

Es importante destacar que existen alternativas simplificadas en la relación tensión-deformación que pueden ser utilizadas, siempre y cuando sean equivalentes a la ecuación 1 y 2 que se mencionaron anteriormente. En particular, se hace referencia a una relación bilineal, cuya representación gráfica se muestra en la Figura 8, y se menciona la posibilidad de emplear valores específicos de deformación unitaria por compresión en el hormigón a la tensión máxima (ϵ_{c3}) y la deformación unitaria última de compresión del hormigón (ϵ_{cu}). (AENOR, 2010)

Figura 8 Diagrama bilineal de tensiones y deformaciones.



Nota: Tomado de (AENOR, 2010)

2.1.2.7. Hormigón confinado

Cuando el hormigón está confinado, su comportamiento bajo carga cambia significativamente en comparación con el hormigón no confinado. En particular, la relación entre la tensión y la deformación del hormigón es diferente. Aquí se describen algunas de las principales modificaciones en esta relación:

Mayor resistencia: El hormigón confinado puede soportar mayores fuerzas antes de romperse en comparación con el hormigón no confinado.

Mayores deformaciones críticas: El hormigón confinado puede deformarse más antes de que falle.

Para calcular cómo estas propiedades cambian con el confinamiento, se utilizan las siguientes fórmulas:

$$f_{ck,c} = f_{ck}(1,000 + 5,0\sigma_2/f_{ck}) \text{ para } \sigma_2 \leq 0,05f_{ck} \quad (13)$$

$$f_{ck,c} = f_{ck}(1,125 + 2,50\sigma_2/f_{ck}) \text{ para } \sigma_2 > 0,05f_{ck} \quad (14)$$

$$\varepsilon_{c2,e} = \varepsilon_{c2} \left(f_{ck,c} / f_{ck} \right)^2 \quad (15)$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2\sigma_2 / f_{ck} \quad (16)$$

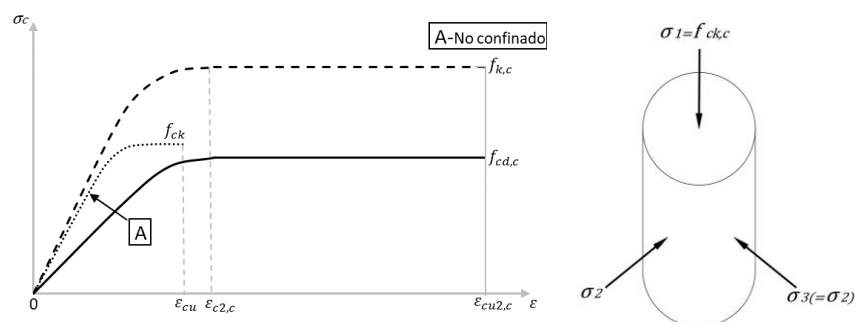
A continuación, se presenta el significado de cada ecuación:

Resistencia a compresión confinada $f_{ck,c}$: La resistencia a la compresión del hormigón confinado se calcula en función de la resistencia a la compresión original f_{ck} y la tensión eficaz transversal de compresión σ_2 debida al confinamiento. Si σ_2 es menor o igual al 5% de f_{ck} , se utiliza una fórmula, y si σ_2 es mayor al 5% de f_{ck} , se utiliza otra fórmula.

Deformación unitaria de compresión confinada $\varepsilon_{c2,e}$: La deformación unitaria de compresión confinada se calcula en función de la deformación unitaria de compresión original ε_{c2} y la relación entre la resistencia a compresión confinada y la resistencia a compresión original $f_{ck,c}/f_{ck}$.

Deformación crítica de compresión confinada $\varepsilon_{cu2,c}$: La deformación crítica de compresión confinada se calcula en función de la deformación crítica de compresión original ε_{cu2} y la tensión eficaz transversal de compresión σ_2 debida al confinamiento. (AENOR, 2010)

Figura 9 Relación en hormigón confinado de tensión - deformación.



Nota: Tomado de (AENOR, 2010.)

2.2. Comportamiento a flexión de vigas de hormigón armado

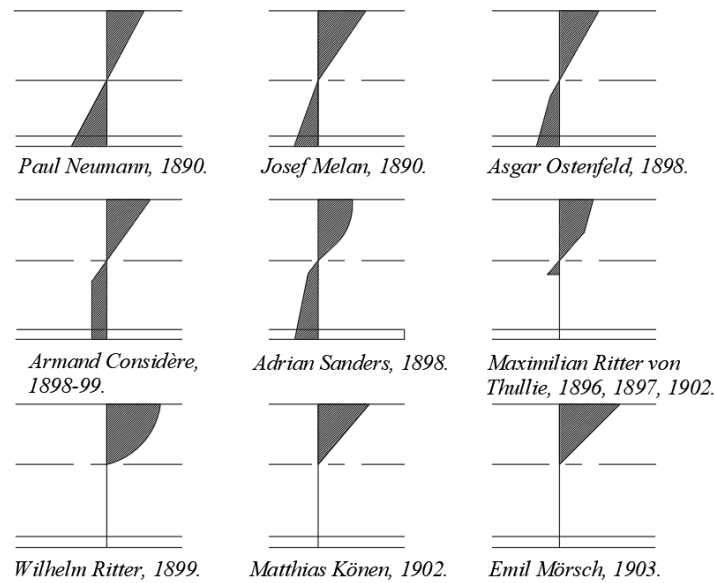
2.2.1. *Reseña histórica de supuestos de diseño*

En las investigaciones iniciales sobre la fibra neutra, se produjeron avances significativos y se adquirió un mayor conocimiento sobre este tema. A continuación, se presentan las contribuciones clave de los autores más destacados:

Entre los años 1638 al 1824 se propusieron algunas situaciones de la fibra neutra las cuales fueron:

- En 1638, Galileo postuló que la fibra neutra se ubicaría en la parte inferior de la sección.
- En 1680, Mariotte sugirió que el eje neutro estaría en la mitad de la sección.
- En 1684, Leibniz planteó que el eje neutro se encontraría en la parte inferior de la sección.
- En 1820, Tregold propuso que el eje neutro se ubicaría en la mitad de la sección.
- En 1824, Navier propuso que el eje neutro también estaría en la mitad de la sección.
- En 1890, el profesor Paul Neumann realizó una corrección significativa a la posición de la fibra neutra previamente propuesta por Konen y Wayss. Esta corrección se estableció como la base del cálculo estructural hasta aproximadamente la mitad del siglo xx.
- En 1899, Wilhelm Ritter realizó importantes contribuciones al desarrollo de los diagramas de tensión-deformación del hormigón.
- En 1902, Emil Mörsch desarrolló nuevas fórmulas empíricas y llevó a cabo experimentos que arrojaron resultados significativos en cuanto a la diferencia entre la resistencia a flexotracción y tracción en materiales. (Pamies, 2015)

Figura 10 Repartición esfuerzos en secciones transversales de la viga.

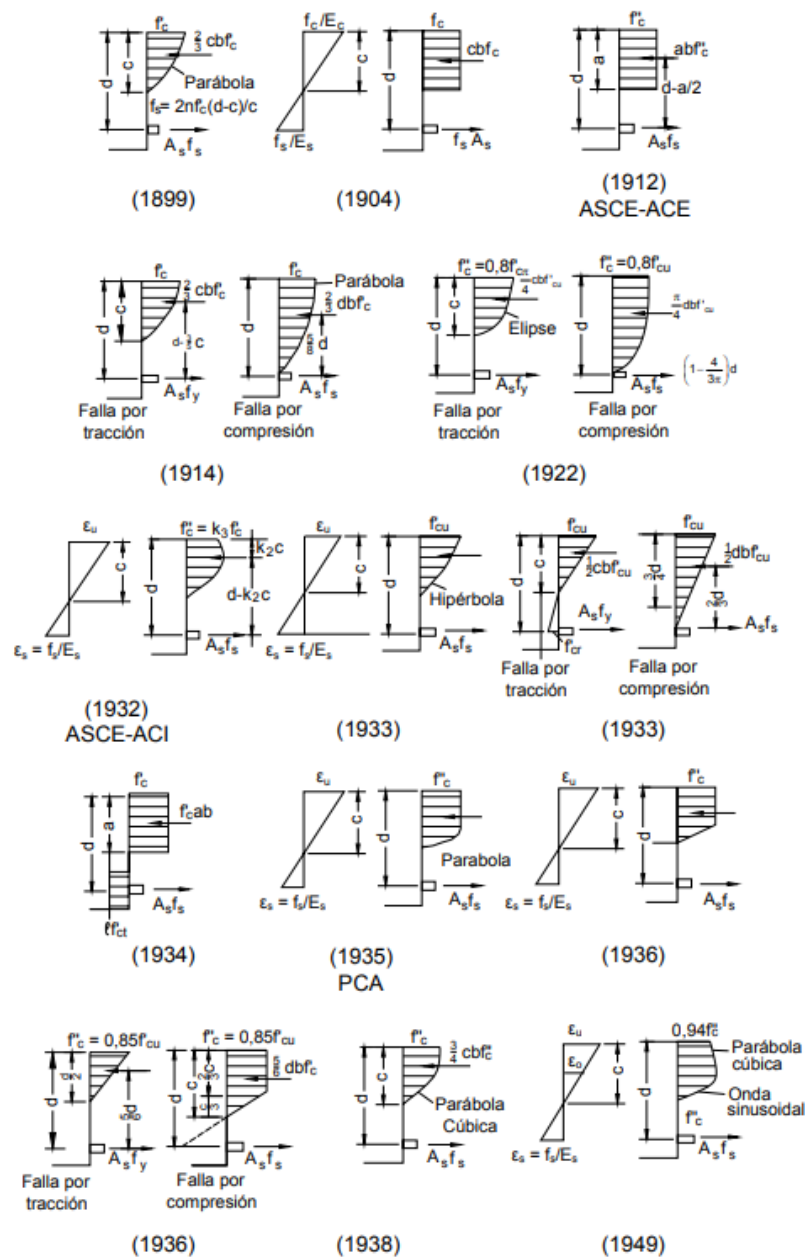


Nota: Tania (Pamies, 2015)

2.2.2. Distribución de tensiones y deformaciones unitarias en la zona de compresión

En aplicaciones prácticas, la distribución real de las tensiones de compresión en el hormigón tiende a ser bastante complicada. No obstante, investigaciones han demostrado que es posible aproximar eficazmente las propiedades más críticas del hormigón relacionadas con la distribución de tensiones mediante el uso de diversas distribuciones de tensiones propuestas (ver Figura 11).

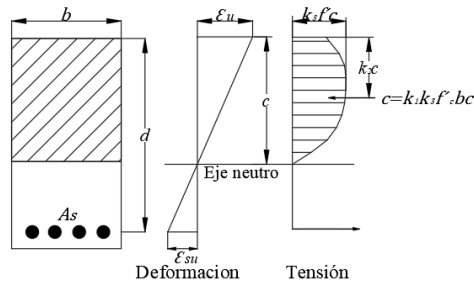
Figura 11 Avances en la formulación de teorías de resistencia última por flexión.



Nota: Tomado de (PCA- Asociacion., 2016).

Entre las tres distribuciones de tensiones más comunes se encuentran la parabólica, la trapezoidal y la rectangular, y cualquiera de ellas proporciona resultados coherentes. Para alcanzar la resistencia última teórica de un elemento sometido a flexión, es fundamental que la distribución de las tensiones de compresión se ajuste adecuadamente a la variación real de estas tensiones, tal como se ilustra en la Figura 12.

Figura 12 Condiciones reales de tensión-deformación para resistencia nominal en elementos solicitados a flexión

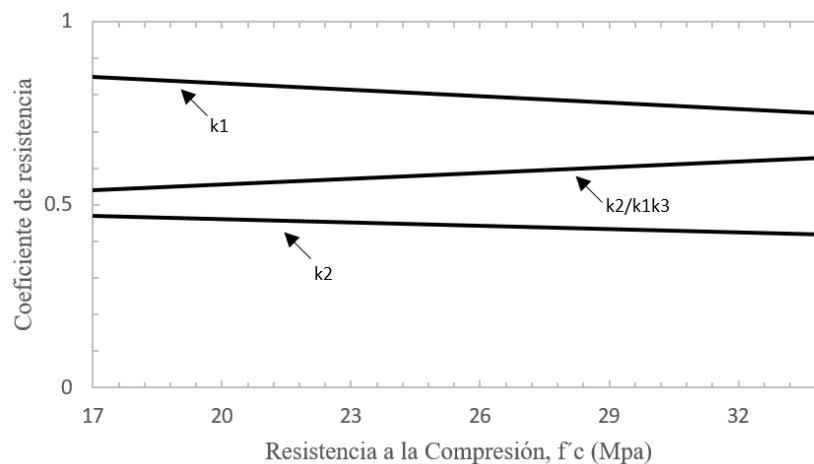


Nota: Tomado de (PCA- Asociacion., 2016).

En esta representación, la tensión máxima se identifica como $k_3 f'c$, la tensión promedio como $k_1 k_3 f'c$ y la distancia desde el baricentro de la distribución parabólica aproximada hasta la fibra comprimida extrema se expresa como $k_2 c$, donde c representa la profundidad del eje neutro.

En la Figura 13 se proporcionan los valores tanto para los términos combinados como para los valores individuales de k_1 y k_2 .

Figura 13 Parámetros de bloque de tensiones

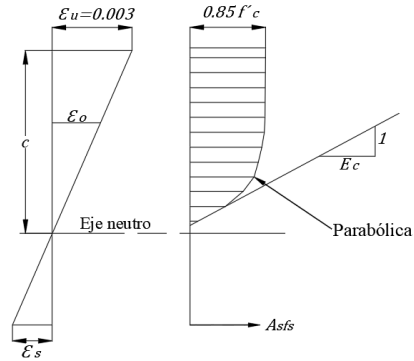


Nota: Tomado de (PCA- Asociacion., 2016).

Las distribuciones parabólicas de tensiones que podrían considerarse "más precisas", como se muestra en la Figura 14, son más adecuadas cuando se utilizan herramientas computacionales para los cálculos, y no se aconsejan para cálculos manuales. La mayoría de las publicaciones sobre el diseño de hormigón estructural se centran principalmente en el bloque rectangular de

tensiones o en la distribución parabólica. Donde además se adopta como valor de deformación unitaria máxima por compresión del hormigón en torno a 0.003.

Figura 14 Relación tensión-deformación adoptada por la PCA.



Nota: Tomado de (PCA- Asociacion., 2016).

Las fórmulas que generan esta distribución de tensiones son:

$$\varepsilon_o = \frac{2(0,85f'_c)}{E_c} \quad (17)$$

$$E_c = 57.000\sqrt{f'_c} \quad (18)$$

Hormigón

$$\begin{aligned} 0 < \varepsilon_c < \varepsilon_o: f_c &= 0,85f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_c \geq \varepsilon_o: f_c &= 0,85f'_c \end{aligned} \quad (19)$$

Acero

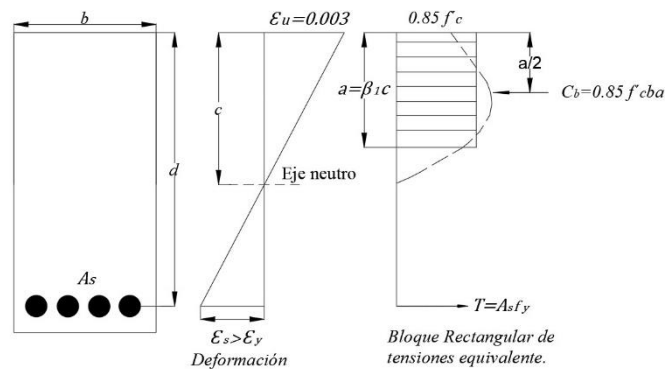
$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_y: f_s = \varepsilon_s E_s \quad (20)$$

$$\varepsilon_s > \varepsilon_y: f_s = f_y \quad (21)$$

$$E_s = 200\,000 \quad (22)$$

El código permite el uso de la distribución rectangular de tensiones de compresión como alternativa a otras distribuciones más precisas. En el bloque rectangular de tensiones equivalentes, se supone que existe una tensión uniforme de $0,85f_c$ en una profundidad $a = \beta_1 c$. Esta aproximación se ajusta razonablemente a la geometría y al baricentro del diagrama real de tensiones en el hormigón, donde β_1 se mantiene en 0,85. Figura 15.

Figura 15 Relación tensión- deformación distribución rectangular.

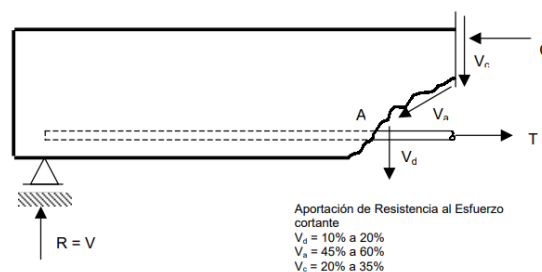


Nota: Tomado (PCA- Asociacion., 2016).

2.3. Corte

La falla por cortante en una viga de hormigón se produce debido a las fuerzas verticales cerca de los apoyos Figura 16, formando grietas diagonales a un ángulo de 45 grados con respecto al eje de la viga. Esto se debe a momentos pequeños y altos esfuerzos cortantes en esa zona. (Jack McCormac, 2011)

Figura 16 Fisuración por corte de una viga de hormigón armado.



Nota: Diseño de concreto reforzado Jack c. McCormac

2.3.1.1. Requisitos mínimos para el diseño

La capacidad de resistencia al corte se determina calculando la fuerza de corte promedio en toda la sección efectiva de la viga. Para asegurar la seguridad, esta fuerza de corte V_u no debe exceder la capacidad de esfuerzo cortante de diseño V_n . (Jack McCormac, 2011)

Tal como se expresa en la ecuación (23) y (24).

$$V_u \leq \phi V_n \quad (23)$$

$$V_u \leq \phi V_c + \phi V_s \quad (24)$$

Cuando se usa acero de refuerzo para resistir el corte en una viga, se calcula V_s de la siguiente manera:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (25)$$

Donde V_s es la fuerza de corte resistida por el refuerzo, A_v es el área del acero, f_y la resistencia del acero, d es la profundidad de la viga y s el espaciado entre barras.

$$s = \frac{a_v f_y d}{v_s} \quad (26)$$

2.4. Modelos físicos

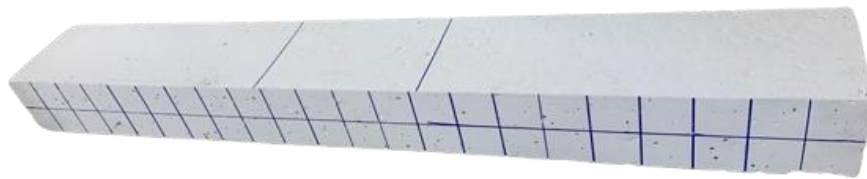
Los modelos físicos son vitales en la investigación estructural ya que permiten estudiar el comportamiento de elementos estructurales mediante ensayos experimentales. Estos modelos validan metodologías de diseño al replicar el comportamiento de estructuras de manera precisa. Para ello, se determinan cuidadosamente los parámetros geométricos, las condiciones de contorno, las cargas y las respuestas de los materiales involucrados.

En el caso de las vigas de hormigón, se crean modelos físicos a escala reducida utilizando materiales similares. Estos modelos son sometidos a diversas cargas para analizar su resistencia, deformación y comportamiento estructural. Los resultados obtenidos ayudan a

predecir el comportamiento de vigas a escala real, lo que guía decisiones en diseño y construcción, reduciendo riesgos de fallos estructurales.

Los ensayos a flexión en vigas de hormigón armado proporcionan datos fundamentales sobre su comportamiento y resistencia. Estos datos se emplean para calibrar y mejorar modelos matemáticos y de simulación, lo que garantiza un diseño más preciso y seguro. (Gustavo & Semanate, 2014)

Figura 17 Representación física de una viga reforzada con hormigón.



Nota: Creado por los investigadores.

2.5. Modelos numéricos

El modelo numérico utilizado en este estudio se emplea para comparar sus resultados con datos experimentales y verificar su adecuación, así como para obtener valores de variables que no pueden medirse de manera experimental. Además, se aplica en estudios paramétricos que se derivan del análisis de los resultados experimentales, lo que permite reproducir sistemáticamente los experimentos con una amplia gama de parámetros relevantes. (Torres Vela, 2011)

Para este propósito, se utiliza un modelo numérico fundamentado en el enfoque del método de elementos finitos, denominado Abaqus. Dicho modelo toma en consideración los efectos de la falta de linealidad del material, incorporando la ecuación constitutiva real del acero. Asimismo, se toman en cuenta los efectos de la no linealidad geométrica, que resultan de la influencia de los grandes desplazamientos en el equilibrio de la estructura. (Torres Vela, 2011)

2.5.1. Método de elementos finitos

El método basado en elementos finitos (MEF) es ampliamente utilizada en ingeniería para el análisis de estructuras complejas. Su fundamentación se basa en la discretización del sistema continuo en elementos discretos, denominados "elementos". Estos elementos son resueltos individualmente y luego combinados para obtener el comportamiento global del sistema. (Pereiro, 2006)

El sistema se rige mediante las ecuaciones representadas de la siguiente manera:

$$[\bar{F}] = [\bar{K}] * [\bar{d}] \quad (27)$$

En estas ecuaciones, los desplazamientos desconocidos $[\bar{d}]$ en los nodos se calculan a partir de las fuerzas o solicitaciones en los nodos $[\bar{F}]$ y la rigidez de las barras $[\bar{K}]$. Una vez que se conocen estos desplazamientos, es posible determinar los esfuerzos en las barras. Es importante destacar que esta solución es precisa y fundamental para el análisis estructural.

En el transcurso de la elaboración del modelo numérico a través del MEF, se definen nodos, que constituyen un conjunto finito de puntos que representan la geometría del sistema bajo estudio. Estos nodos se interconectan mediante elementos generados a partir de la discretización, asegurando así la continuidad del sistema. Para aproximarse a las ecuaciones diferenciales que rigen el desempeño del sistema, se emplean ecuaciones de discretización haciendo uso de diversas técnicas matemáticas. Estas técnicas transforman las ecuaciones diferenciales en un sistema algebraico de ecuaciones simultáneas, que contiene un número limitado de incógnitas. (Guerrero et al., 1999)

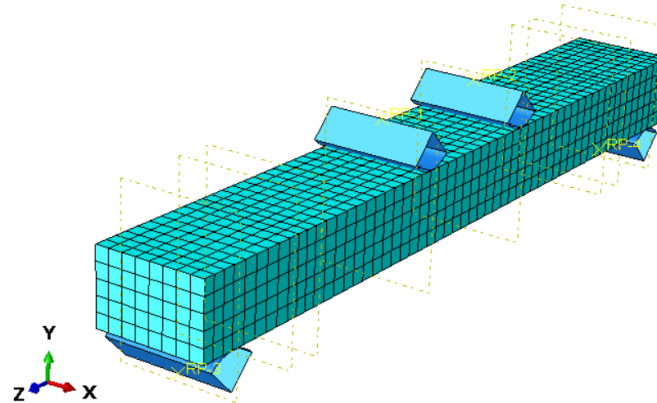
El MEF abarca aspectos como la creación de la configuración geométrica, la partición del sistema, elección del tipo de elemento, atribución de propiedades materiales y especificación de cargas actuantes, condiciones de contorno, y finalmente, la resolución del sistema de ecuaciones en su totalidad. Demostrando un valor significativo en el diseño y análisis de estructuras de hormigón armado, especialmente cuando se enfrenta a estructuras estáticamente

indeterminadas y de gran tamaño. En contraste con los métodos analíticos tradicionales, el MEF tiene la ventaja de ser aplicable tanto a estructuras determinadas como indeterminadas, proporcionando una aproximación útil del comportamiento estructural, incluyendo las deflexiones en los nodos. (Robert Cook, 1989)

2.5.1.1. Preprocesamiento

Para modelar la viga de hormigón armado en Abaqus, esto implica realizar la configuración y preparación de los datos necesarios para el análisis estructural. Este proceso abarca la asignación de propiedades de los materiales, la creación de la geometría, la definición de cargas y las condiciones de contorno, así como la creación de una malla de elementos finitos, dicha malla incluye un tipo de elemento finito tridimensional con 8 nodos denominado “C3D8R” el cual se utiliza para modelar sólidos en tres dimensiones (3D). Dicho proceso se inicia definiendo la geometría de la viga y generando una malla que discretiza la estructura en elementos finitos. Luego, se asignan los materiales y se establecen las restricciones y cargas que afectarán el modelo. El objetivo principal del preprocesamiento es configurar y estructurar el modelo con todas las condiciones esenciales para llevar a cabo una simulación precisa del comportamiento físico del sistema estructural. Los resultados obtenidos durante esta fase tienen un efecto directo en la calidad de los análisis. (Martínez et al., 2015)

Figura 18 Representación mediante elementos finitos C3D8R en la discretización de vigas



Nota: capturado por los autores del modelo de Abaqus

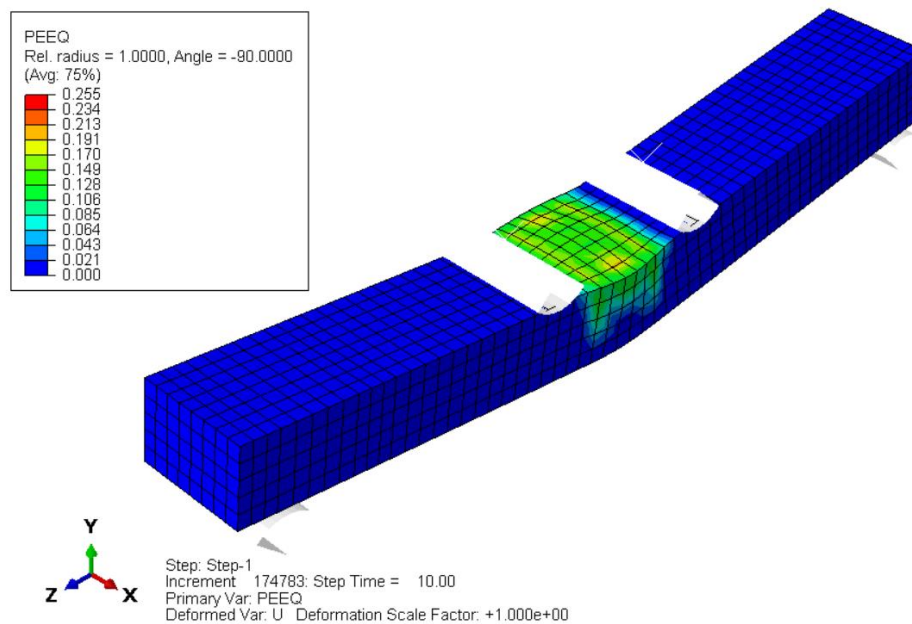
2.5.1.2. Posprocesamiento

El análisis del elemento finito es una etapa crítica para comprender el comportamiento estructural de la viga en un modelo matemático, resuelto mediante la construcción del modelo de elementos finitos. Para ello, se ejecutará una simulación utilizando un modelo CAD que representa la geometría de la viga. Esta geometría se mallará adecuadamente, garantizando la calidad de los datos de interés, como desplazamientos y tensiones. Luego, se procede a discretizar el modelo CAD mediante el mallado de elementos finitos, definiendo los elementos que compondrán la viga. La geometría mallada debe cumplir con requisitos de calidad y eficiencia para el análisis, lo que a veces requiere modificaciones geométricas como reducciones, simplificaciones e idealizaciones para obtener una malla adecuada y tiempos de cálculo razonables. (González Woge et al., 2022)

Se completará la creación del modelo matemático al definir cada propiedad de los materiales ensayados en laboratorio, las cargas aplicadas, los apoyos y restricciones de manera que nos permita lograr una simulación precisa del comportamiento real de la viga. Finalmente, en la etapa de posproceso, se analizarán los hallazgos resultantes del análisis mediante el modelo de elementos finitos, lo que permitirá comprender detalladamente cómo la viga responde a las

cargas y cómo se distribuyen las tensiones en la estructura. Esta información adquiere un alto valor al momento de analizar la integridad y el desempeño exhibido por el elemento modelado bajo diversas condiciones de carga, contribuyendo así a la toma de decisiones y mejoras en el diseño de la estructura. (González Woge et al., 2022)

Figura 19 Hallazgos derivados del análisis de un elemento empleando el método de elementos finitos.



Nota: Extraído del análisis efectuado por los investigadores.

2.6. Marco normativo

El procedimiento de concepción de componentes estructurales involucra comúnmente dentro de un contexto que implica códigos normativos. Estos códigos establecen criterios específicos para el análisis y la dimensión de tales elementos. A lo largo del tiempo, las directrices para la construcción ofrecidas por el instituto norteamericano del concreto (ACI) y la norma ecuatoriana de la construcción (NEC) han ido incrementando su enfoque en el análisis detallado de vigas de hormigón reforzado. Este análisis se centra en la resistencia estructural y abarca la evaluación de su comportamiento en condiciones de servicio. Estos códigos contienen disposiciones y orientaciones que han demostrado su eficacia en la práctica de los diseños estructurales. (ACI 318-19, 2019)

2.6.1. Factores de reducción de capacidad

Según el código ACI 318-19 “los factores de reducción de capacidad se emplean para considerar las incertidumbres relacionadas con imprecisiones en las ecuaciones de diseño, aproximaciones en el análisis y variaciones en las dimensiones”. La tabla 21.2.1 y 21.2.2 de la normativa ACI 318-19 establece un coeficiente $\phi = 0.75$ para elementos sujetos a esfuerzos cortantes, y un coeficiente de resistencia $\phi = 0.90$ para elementos bajo control de tracción. (ACI 318-19, 2019)

En el caso en que la deformación unitaria neta por tracción en la zona extrema del refuerzo es mínima, podría manifestar un requisito de falla a compresión, sin que se detecten indicios claros antes de un posible colapso inminente en el ACI 318-19 el límite de deformación unitaria controlada por compresión se establecía como 0.002 para refuerzo grado 420 y todas las armaduras preesforzadas, sin embargo, no se encontraba claramente especificado para diferentes formas de refuerzo. (ACI 318-19, 2019)

2.6.2. Detallado del refuerzo estructural

2.6.2.1. Dimensiones de las barras de refuerzo

Según lo establecido en la norma ecuatoriana de la construcción - NEC, para la edificación de sistemas de hormigón reforzado, los diámetros del acero de refuerzo deben cumplir con los diámetros nominales (db) especificados en la tabla correspondiente, de acuerdo con las especificaciones del código. (ACI 318-19, 2019)

Tabla 4 Dimensiones para barras de refuerzo

<i>Categoría</i>	<i>Valor mínimo de diámetro de varilla, db</i>	<i>Valor máximo de diámetro de varilla, db</i>
Varillas corrugadas	8 mm	36mm
Estribos	10mm	16mm

Nota: Tomado del ACI 318-19

2.6.2.2. Requisitos de diseño

Esta tabla describe varios requisitos de diseño descritos en la normativa. (ACI 318-19, 2019)

Tabla 5 Ecuaciones normativa ACI

<i>Descripción</i>	<i>Fórmula</i>
Requisitos de la cantidad mínima de acero apartado 9.6.1.2.	$\frac{0.25\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d$ (28)
	$\frac{1.4}{f_y} b_w d$ (29)
Requisitos de la cantidad mínima de acero para fuerzas cortantes apartado 9.6.1.4.	$0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_y}$ (30)
	$0.35 \frac{b_w}{f_y}$ (31)
Requisitos de la cantidad máxima de acero para fuerzas cortantes apartado 9.3.3.1.	$A_{vmax} = \frac{V_{smax}}{f_y d}$ (32)
Recubrimiento del refuerzo apartado 20.5.1.3.1	Recubrimiento mínimo de 20 mm para barras de refuerzo no. 36 y más pequeñas.
Espaciamiento mínimo entre barras de refuerzo longitudinales apartado 25.2.1	La distancia más corta permitida es la dimensión mayor entre 25 mm o el diámetro db de la varilla.
Espaciamiento mínimo entre barras de refuerzo longitudinales contenida en la tabla 24.3.2	$380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2.5c_c$ (33)
	$300 \left(\frac{280}{f_s} \right)$ (34)

Espaciamiento máximo entre estribos apartado 9.7.6.2.2	$V_{sreq} \leq 0.33\sqrt{f'_c}b_wd \quad \frac{D}{2} \text{ o } 600 \text{ mm} \quad (35)$
	$V_{sreq} > 0.33\sqrt{f'_c}b_wd \quad \frac{D}{4} \text{ o } 300 \text{ mm} \quad (36)$
Longitud de desarrollo del refuerzo, tabla 25.4.2.3	$\left(\frac{f_y\psi_e\psi_r\psi_o\psi_c}{23\lambda\sqrt{f'_c}} \right) \quad (37)$
Longitud de desarrollo para barras corrugadas a compresión apartado 25.4.9.2	$\left(\frac{0.24f_y\psi_r}{\lambda\sqrt{f'_c}} \right) d_b \quad (38)$ $0.043f_y\psi_r d_b \quad (39)$

Nota: Tomado del ACI 318-19

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA.

En el tercer capítulo de la tesis se expone en detalle la metodología que se puso en práctica en cada una de las etapas llevadas a cabo con el fin de alcanzar los objetivos previamente establecidos. En esta sección, se proporciona una descripción exhaustiva de los enfoques adoptados en los aspectos físicos, analíticos y numéricos de la investigación. Se presenta una visión completa y detallada de los modelos utilizados en el desarrollo del estudio, abarcando desde su fundamentación teórica hasta su aplicación práctica en la resolución de problemas específicos.

3.1. Modelo analítico

Se utilizarán modelos analíticos de vigas de hormigón para el diseño y análisis de estructuras, asegurando su resistencia y seguridad. Estos modelos se basarán en la normativa ACI 318-19, reconocida internacionalmente por su rigurosidad en ingeniería estructural. Además de seguir esta normativa, se considerarán las disposiciones específicas de la normativa local en Ecuador, como la NEC-SE-DS, que establece requisitos para el diseño. Siguiendo la filosofía LRFD dentro del proceso de concepción estructural de vigas fabricadas en hormigón reforzado según la normativa ACI 318-19 implica considerar adecuadamente las cargas actuantes, propiedades mecánicas, geometría de la viga, diseño a flexión y corte, y el detallado del refuerzo. Teniendo en cuenta requisitos de carga, resistencia del hormigón y acero, verificación de criterios de resistencia y deformación.

El estudio de materiales implicará la determinación de las características físicas y propiedades mecánicas. Tanto del hormigón y del acero de refuerzo mediante ensayos en laboratorio. Obteniendo los estos datos serán fundamentales para realizar los cálculos y análisis necesarios en los modelos analíticos.

El diseño se realizará en una hoja de cálculo, donde se registrarán los pasos y consideraciones aplicadas. Se tomará una sección transversal de referencia de 100mm x 150mm, con una luz

de 1000mm. La resistencia a la compresión ' f_c ' se establecerá en 24mpa, y se aplicarán cargas en dos ubicaciones distintas separadas por 220 mm, a una longitud de 390mm medida desde los puntos de apoyo.

La planificación se basará en el uso de una viga doblemente armada, cuyos detalles se describirán en el anexo 1. Luego de diseñar, se creará un dibujo detallado para guiar la construcción del modelo físico, siguiendo la filosofía de diseño LRFD. Los materiales se obtendrán localmente según los valores de proveedores comerciales.

3.2. Modelo físico

3.2.1. Disposiciones generales

Para crear un modelo de análisis, es fundamental entender bien los materiales a usar y lograr una mezcla de hormigón que cumpla con los estándares de resistencia. (Javier García Ruiz, 2019)

El modelo físico se construye con materiales probados y se ensambla con precisión el acero de refuerzo y el encofrado necesario. Luego, se somete a pruebas de flexión controladas por compresión y se registra cómo se deforma con la carga, tal como se muestra en la Figura 20.

Figura 20 Fotografía de la disposición para la realización de la prueba de flexión en una viga.



Nota: Viga edificada y dispuesta para el ensayo de flexión, según el experimento llevado a cabo por los investigadores.

Mientras se aplican cargas, se observa cómo se fractura y se compara con modelos numéricos. Los modelos numéricos proporcionan representaciones precisas de la fractura, validando su utilidad en futuros proyectos.

3.2.2. Prueba de materiales

Para la obtención de las características mecánicas de los aceros se llevó a cabo un ensayo empleando dos varillas de muestra de 500 mm de extensión según la norma técnica ASTM E8, con diámetros de 6 mm y 12 mm, cada una de ellas. Estas muestras, adquiridas técnica y directamente de Andec y seleccionadas de acuerdo al planteamiento del diseño, son sometidas al análisis. Este ensayo se lleva a cabo cumpliendo con las normas técnicas de la ASTM E8 y se adoptan arreglos especiales, como el uso de mordazas adecuadas para sujetar las barras de acero, evitando así cedencias excesivas o fracturas prematuras. Como producto de esta prueba, se generan las gráficas de esfuerzo-deformación, las cuales revisten una importancia fundamental para la realización de un examen exhaustivo y la optimización de los resultados.

Figura 21 Disposición utilizada en la prueba de barras acero.



Nota. Observación extraída del experimento efectuado por los investigadores.

Los análisis de los agregados finos y gruesos serán realizados en concordancia con las directrices establecidas por las normativas NTE INEN 696, 857 y 858, cuyas especificaciones se presentan en el segundo capítulo en la Tabla 2. Estas pruebas tienen un papel esencial en la evaluación de variadas propiedades mecánicas y atributos de los materiales, lo que viabiliza una configuración adecuada de la composición del hormigón.

Los agregados serán adquiridos en una ferretería donde se confirma que su origen es la cantera ubicada en el cantón Santa Isabel, dentro de la provincia del Azuay. En consonancia con el diseño estructural de la viga, se utilizará material de naturaleza gruesa con una dimensión máxima de hasta medio pulgada, así como arena caracterizada por su granulometría de tipo grueso.

Se utiliza cemento portland de variedad GU proporcionado por la compañía local Atenas, el cual prescinde de requisitos adicionales de pruebas antes de su aplicación y muestra cualidades beneficiosas en cuanto a su proceso de fraguado.

Figura 22 Principales elementos constituyentes del concreto.



Nota. Especímenes de sustancia recolectados por los investigadores.

3.2.3. Elaboración de la composición del hormigón

Se ha empleado el método de Fuller-Thompson, respaldado por la normativa ACI 211, con el fin de diseñar una mezcla de hormigón que alcance una resistencia a la compresión de 24MPa. Este método se seleccionó debido a su conformidad con las especificaciones de la ACI 211 en cuanto a la distribución granulométrica de los áridos. El enfoque implica la combinación de áridos gruesos y finos para determinar la proporción adecuada de cada componente del hormigón. Además, el método de Fuller-Thompson incorpora consideraciones que permiten gestionar eficazmente las incertidumbres en el proceso.

3.2.4. Encofrado, disposición y colocación del acero.

Durante el ensamblaje de la estructura, se utilizará barras de refuerzo corrugadas con diámetros y formas específicas según el modelo analítico. Las barras de refuerzo longitudinal tendrán ganchos de 90° debido a la falta de una columna para su extensión.

Los estribos se colocarán en dirección longitudinal con una configuración de ganchos sísmicos a un ángulo de 135° y un espacio de recubrimiento de 20 mm en todas las superficies, siguiendo las pautas de la normativa ACI 318-19.

Figura 23 Encontrado y la armadura de acero con su distribución.



Nota. Extraído del experimento conducido por los investigadores.

La formación de las barras se realizará utilizando una matriz adecuada para su diámetro, según las especificaciones de la normativa ACI. Para las barras de calibre 12 mm y 6 mm, se empleará una matriz preparada en el taller. La disposición y colocación del acero se realizará siguiendo todas las indicaciones previas.

3.2.5. Fundición

En el periodo de fundición, se produce el hormigón de 24 MPa, que se vierte en dos encofrados y dos testigos. Luego, se procede a su curado durante 28 días. Posteriormente, se realizan los ensayos, como se muestra en la Figura 24, para obtener datos de gran relevancia en la validación del modelo.

Figura 24 Disposición para la prueba de compresión de los cilindros.



Nota. Extraído del experimento conducido por los investigadores.

3.3. Modelo numérico

3.3.1. Disposiciones generales

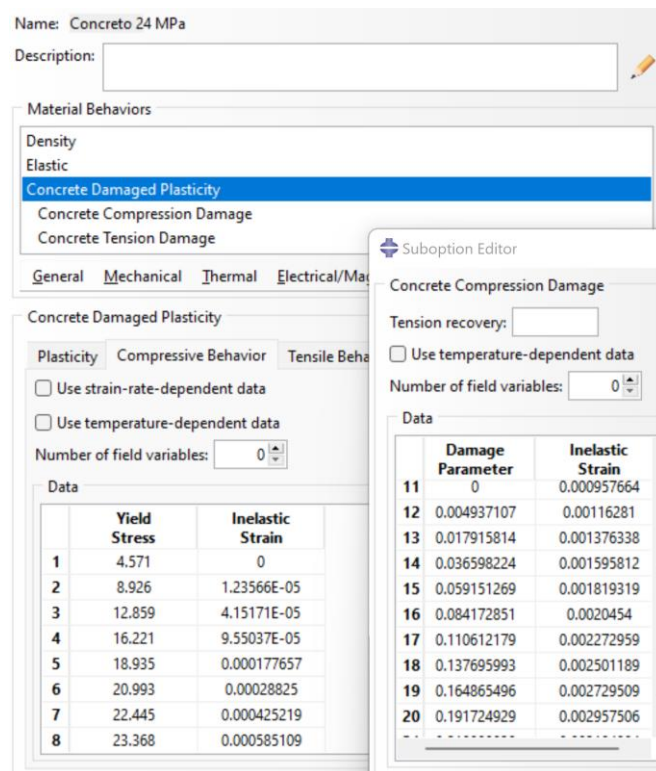
Se empleará el programa "Abaqus" para la modelación y simulación mediante el método de elementos finitos, un software ampliamente validado y utilizado en ingeniería para examinar el comportamiento de materiales y estructuras. Valiéndose de las ventajas otorgadas por esta herramienta, se procederá a diseñar y adaptar geometrías, definir propiedades mecánicas de los materiales, establecer condiciones de frontera y cargas, y administrar las interacciones entre las distintas componentes del modelo. Además, se posibilitará la visualización de los resultados obtenidos y, de manera crucial, la discretización del método de elementos finitos para realizar el análisis. (Torres Vela, 2011)

Es de relevancia subrayar que las características de desempeño mecánico de las sustancias se cimentarán en los resultados adquiridos a partir de pruebas anteriores, en igual medida para el concreto como en el ámbito del acero que lo refuerza. Para asegurar un análisis de calidad, se considerarán distintos aspectos, como la magnitud del desplazamiento, la configuración del ensamblaje y la duración de las iteraciones. Estos parámetros serán ajustados de manera adecuada para implementar el modelo diseñado y obtener resultados precisos en la simulación. (Torres Vela, 2011)

3.3.2. Modelos constitutivos de los materiales

En el ámbito de las propiedades de cada material son detalladas a través de la funcionalidad "material" presente en el apartado de "Property", así como se visualiza a continuación en la Figura 25 donde se ingresan sus atributos, incluyendo la densidad, elasticidad y comportamiento.

Figura 25 Interfaz de opciones de material.



Nota. Ejemplo de la disposición establecida por los investigadores en Abaqus.

3.3.2.1. Modelación del hormigón

El desempeño mecánico del concreto presenta una interesante complejidad, ya que su respuesta varía significativamente según las sollicitaciones a las que se encuentre sometido, ya sean de tracción o compresión. Para una caracterización precisa del material, resulta crucial obtener curvas esfuerzo-deformación que abarquen ambas condiciones. No obstante, la obtención experimental de estas propiedades puede ser un desafío, lo que ha motivado la adopción frecuente del modelo constitutivo de Mander para describir el comportamiento del hormigón en situaciones de carga.

Dentro del entorno del software Abaqus, se ha optado por implementar el modelo CDP (daño plástico del concreto) para representar el comportamiento del hormigón. Este modelo ofrece una representación integral al considerar tanto los daños en condiciones de compresión como de tracción, y se sustenta en la hipótesis de daño escalar isotrópico. Su idoneidad se manifiesta

especialmente en escenarios complejos donde el hormigón enfrenta cargas diversas, inclusive aquellas de naturaleza cíclica. La elección de este modelo CDP se basa en trabajos de investigación anteriores, que han validado el potencial del enfoque para replicar con gran exactitud la reacción mecánica del material, en consonancia con los resultados empíricos obtenidos durante los experimentos llevados a cabo en el entorno de laboratorio. De esta manera, se fundamenta la pertinencia y confiabilidad de la aplicación del enfoque de diseño centrado en el rendimiento (CDP) en la simulación del desempeño del concreto. (Aguilar et al., 2015; Rodríguez & Linero, 2012)

3.3.2.2. Modelación del acero

Dentro del campo de la ingeniería estructural, la curva esfuerzo-deformación se emplea para representar el comportamiento del acero. Esta representación gráfica puede asumir la forma de una configuración bilineal o trilineal, adaptándose en función de las necesidades de precisión y la realidad que se esté abordando. Estos modelos demuestran ser sumamente confiables para describir la conducta no lineal de los componentes de acero expuestos a cargas de tracción. Estos enfoques basados en que el acero se comporta de manera elástica hasta que alcanza un nivel crítico de tensión, momento que inicia su deformación plástica.

En la simulación numérica, para incorporar este comportamiento al acero, se hace uso del comando "Plastic" dentro del código de Abaqus. Cada sección definida se configura con esta opción, permitiendo que el modelo numérico reproduzca de forma precisa la respuesta mecánica del acero ante cargas de tracción. Esta aproximación logra una simulación precisa del comportamiento no lineal del acero bajo condiciones de tracción en el análisis estructural. Esta elección está sustentada en investigaciones a nivel mundial de la simulación del análisis numérico de sistemas estructurales que combinan elementos de hormigón y acero, en investigaciones como las realizadas por (Jorge Bonilla et al., 2015) en concordancia con estos estudios, se ha implementado un enfoque de comportamiento bilineal para el acero, utilizando

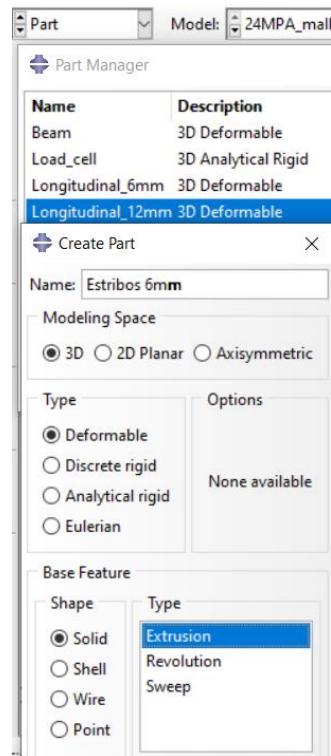
la normativa de fallo de von mises. Con el propósito de caracterizar las propiedades intrínsecas de este material, se hace uso del comando "plastic" en el código de Abaqus. Cabe destacar que los resultados obtenidos en las investigaciones previamente mencionadas concuerdan de manera exitosa mediante pruebas a tamaño real, lo cual respalda la idoneidad de este modelo simplificado para representar el comportamiento del acero en simulaciones estructurales.

3.3.3. Modelación de la geometría

Reviste una importancia de alta relevancia considerar que, en el transcurso de proceso de modelado de componentes de la estructura, se emplean dos enfoques distintos: el tridimensional y el plano. En el caso de los elementos exteriores, se opta por el enfoque en tres dimensiones para definir sus medidas, al mismo tiempo que, para los componentes internos, un caso ilustrativo de esta situación se encuentra en el acero utilizado para fortalecer las estructuras., se emplea el método bidimensional. Se hace un uso apropiado del apartado "parts" donde se crea todas las geometrías individuales de los componentes de la viga, en el cual se especifica la tipología del componente y sus atributos esenciales según su finalidad particular dentro de la viga. (Hildemar Hernández et al., 2014)

La Figura 26 provee una representación visual clara de la interfaz utilizada para la modelar cada parte de la misma.

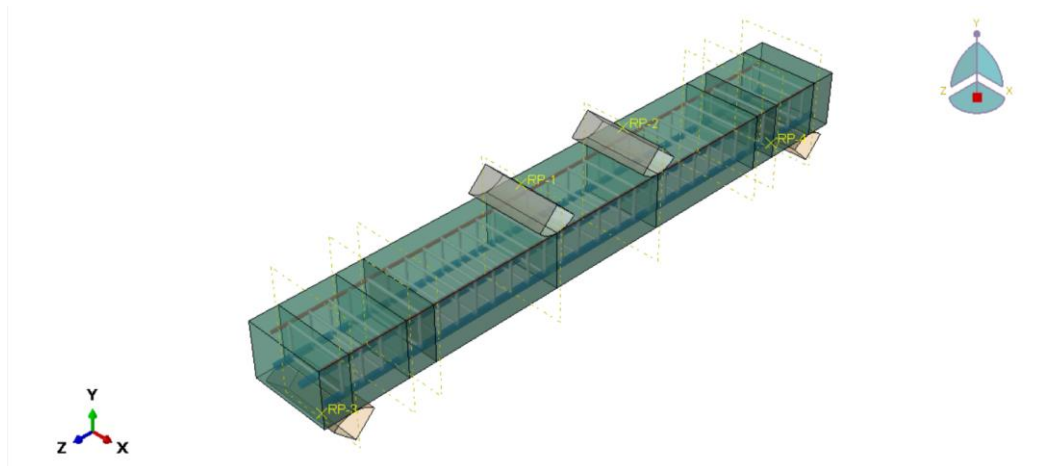
Figura 26 Interfaz de la herramienta "crear partes".



Nota. Ejemplo de la configuración llevada a cabo por los investigadores en Abaqus.

Una vez que las distintas piezas que constituyen la viga han sido generadas, se procede al ensamblaje. Esta fase implica la disposición de los componentes en congruencia con el diseño predefinido, considerando tanto los puntos de apoyo como las cargas aplicadas. En resumen, consiste en materializar el modelo tridimensional de acuerdo a la concepción previa. Para llevar a cabo esta etapa, se recurre al gráfico del corte de la sección previamente establecido. La siguiente imagen (Figura 27) ilustra el desenlace definitivo obtenido al culminar el proceso de ensamble de la viga de concreto reforzado.

Figura 27 Montaje preciso de la viga.



Nota. Ejemplo de la disposición implementada por los investigadores en Abaqus.

3.3.4. Interacción de los elementos

A través de la aplicación del módulo de interacción en el software de modelado basado en elementos finitos, se instaure la conexión esencial entre cada componente, garantizando que no operen de manera aislada en el análisis. En este sentido, cobra un papel fundamental la definición de la forma en que el acero incorporado interactúa con otros elementos, así como la manera en que se establece el contacto entre la viga en cuestión, los distintos componentes de carga y los puntos de apoyo.

Esta etapa de interacción no solo permite una representación más realista del comportamiento estructural, sino que también impacta en la exactitud y validez de los resultados. La correcta configuración de las interacciones y el establecimiento de los vínculos entre los diferentes elementos aseguran que el modelo estructural simule de manera precisa cómo las fuerzas y las cargas se distribuyen y transmiten a través de la viga y sus componentes.

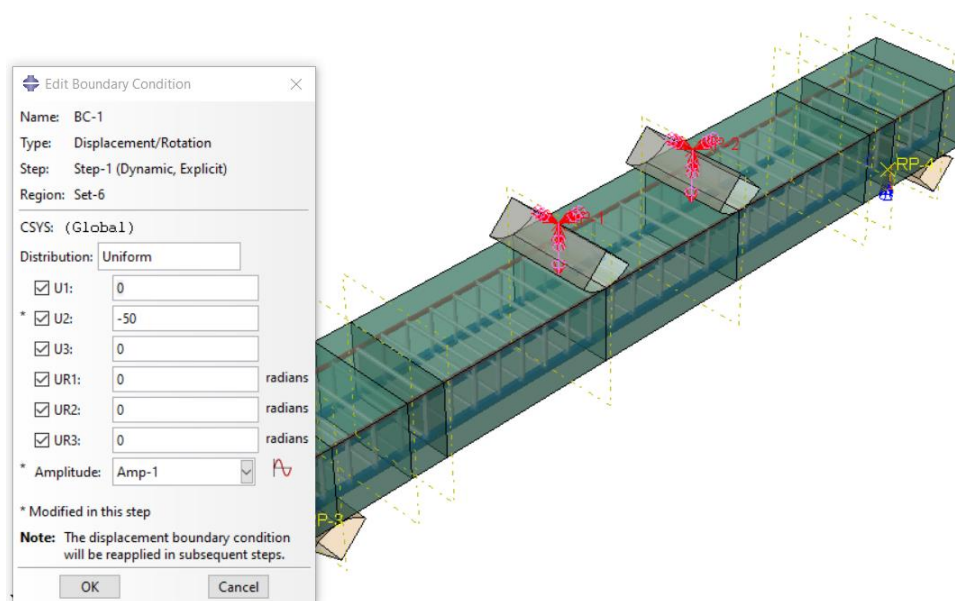
Así, el módulo de interacción desempeña un papel crucial en la simulación numérica, contribuyendo a un análisis más completo y representativo del comportamiento de la viga de hormigón reforzado bajo distintas condiciones y cargas.

3.3.5. Condiciones de contorno

Primero se establece un orden de trabajo para generar el análisis utilizando la herramienta Step. Posteriormente, en el apartado de cargas, se definen las cargas aplicadas o los desplazamientos establecidos, así como las restricciones de soporte. El objetivo es generar el mismo comportamiento y las mismas condiciones límite presentes en el modelo físico. En este sentido, se modelan dos puntos de apoyo localizados a 50 mm desde el costado exterior de la viga, creando un espacio libre de 1000 mm entre ellos. Estos puntos de apoyo imponen restricciones en los desplazamientos horizontales (U1), frontales (U2) y verticales (U3), así como en las posibles rotaciones en cada dirección. Además, se limita el movimiento de los componentes que son de carga, permitiéndoles únicamente un movimiento vertical en U3 de 50 mm.

Es relevante resaltar el grado en que los componentes donde se aplica la carga como los puntos de apoyo corresponden a comportarse como cuerpos rígidos e invariables bajo deformación.

Figura 28 Herramienta de edición de las limitaciones de frontera

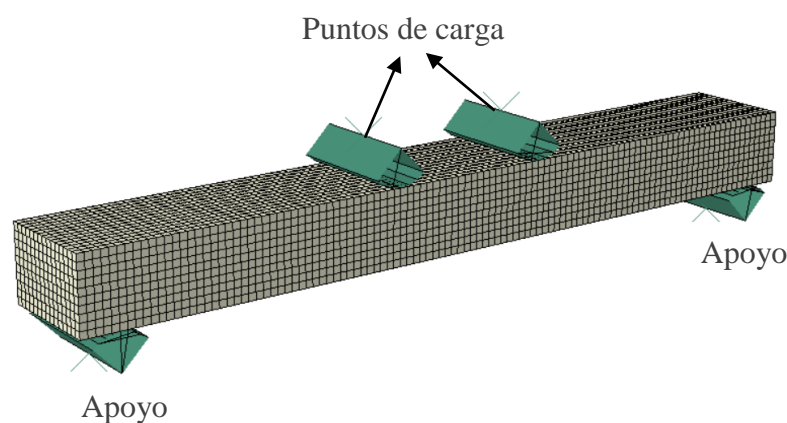


Nota. Ejemplo de la disposición establecida por los investigadores en Abaqus.

3.3.6. Discretización de elementos finitos

Cuando se trata de los componentes tridimensionales, se recurre a la utilización de elementos finitos cúbicos de tipo C3D8R. Que son elementos finitos tridimensionales de forma cúbica con 8 nodos y una técnica de integración numérica reducida, utilizado en análisis de elementos finitos para modelar estructuras y comportamientos en tres dimensiones. De otra manera, cuando se trata de elementos planos, se utilizan elementos finitos de tipo barra con la forma T3D2 que es un elemento finito de forma triangular con 2 nodos es de naturaleza bidimensional y se emplea en análisis de elementos finitos para representar el comportamiento en un entorno de dos dimensiones dentro de un espacio tridimensional. Con el objetivo de determinar la consistencia de malla más adecuada, se considera como punto de referencia la correlación entre los resultados obtenidos en la simulación y aquellos derivados de experimentos prácticos. En este enfoque, se procede a la discretización mediante mallas de diferentes niveles de detalle: 5 mm, 10mm, 20mm y 50mm aplicadas a cada componente estructural entre más pequeño el mallado más exacto el comportamiento

Figura 29 Subdivisión en intervalos de 10mm.



Nota. Ejemplo de la disposición establecida por los investigadores en Abaqus.

3.3.7. Recursos, resoluciones y parámetros de resultados en los modelos numéricos

Abaqus es un software que proporciona una amplia gama de indicadores de resultado que permiten realizar un análisis detallado del comportamiento de un sistema durante la

ejecución de una simulación computacional. En este contexto, es de vital importancia enfocarse principalmente en la representación visual de los resultados que involucran tensiones de aplastamiento y tensión en el concreto, además de los esfuerzos, cargas, movimientos y distorsiones que se manifiestan en los puntos de interés conocidos como nodos. Estos resultados se presentan mediante formatos tabulares y gráficos, así como también a través de la representación directa en la representación gráfica del modelo mismo.

Para la interpretación visual de los resultados, se emplea una técnica de representación de colores, donde los tonos azules indican valores más bajos y los tonos rojos indican valores más altos. Es importante notar que estos valores no necesariamente tienen que partir desde cero, ya que valores negativos también pueden ser considerados en el análisis.

Los parámetros críticos en el proceso de evaluación engloban los siguientes aspectos:

- Desplazamientos y deformaciones: se realiza un análisis exhaustivo de cómo el modelo estructural responde ante diversas condiciones, examinando cómo los componentes se deforman y cambian de posición.
- Esfuerzos: se efectúa un estudio detallado de la resistencia y fatiga de los componentes que integran la configuración estructural, identificando cómo responden ante las cargas aplicadas.
- Fuerzas y momentos: se verifica la dinámica del comportamiento de la estructura bajo diferentes condiciones de carga, y se evalúa la estabilidad general.
- Estado: se detectan y evalúan potenciales modos de colapso y comportamiento plástico en los componentes estructurales, con el propósito de determinar la aptitud del modelo para soportar cargas severas y de larga duración en el tiempo.

3.4. Validación del estudio

Para llevar a cabo la validación de este estudio, se realizó una comparación entre el modelo físico y el modelo numérico, centrándonos en la evaluación de las fuerzas máximas resistentes y la energía de deformación.

Para garantizar una validación sólida, se generaron al menos 4 mallados de comparación que nos permitieron establecer un porcentaje o margen de error. El objetivo ideal es alcanzar una precisión del 100% en la calibración, lo que implica que los resultados del modelo numérico se ajusten de manera cercana a los obtenidos en el modelo físico.

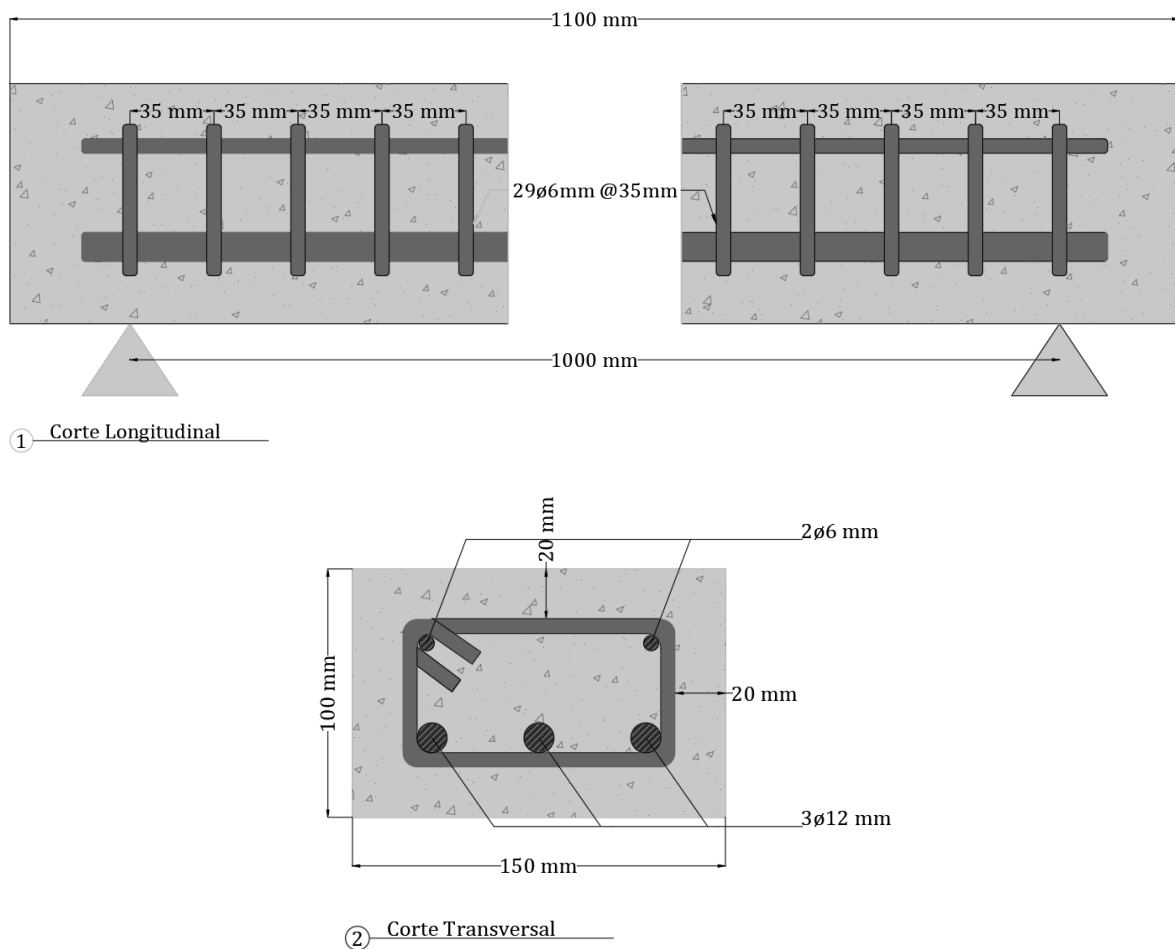
Dado que en todos los ensayos de flexión se producen fisuras a su vez, se generó un patrón de fisuración representativo. Este patrón de fisuración se comparó minuciosamente con el patrón obtenido en el software ABAQUS. Esta comparación nos brindara una convergencia de los resultados entre ambos modelos.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS

4.1. Configuración y diseño de la viga.

En la siguiente Figura 30 se establece la configuración a seguir, la cual fue diseñada para una falla frágil la misma que nos sirvió para generar dos vigas de hormigón armado. El diseño se encuentra detallado en el anexo 1. Los dos modelos que se han utilizado tienen la misma configuración respetando los distanciamientos y los aceros.

Figura 30 Plano detalle de la viga.



Nota: realizado por los autores.

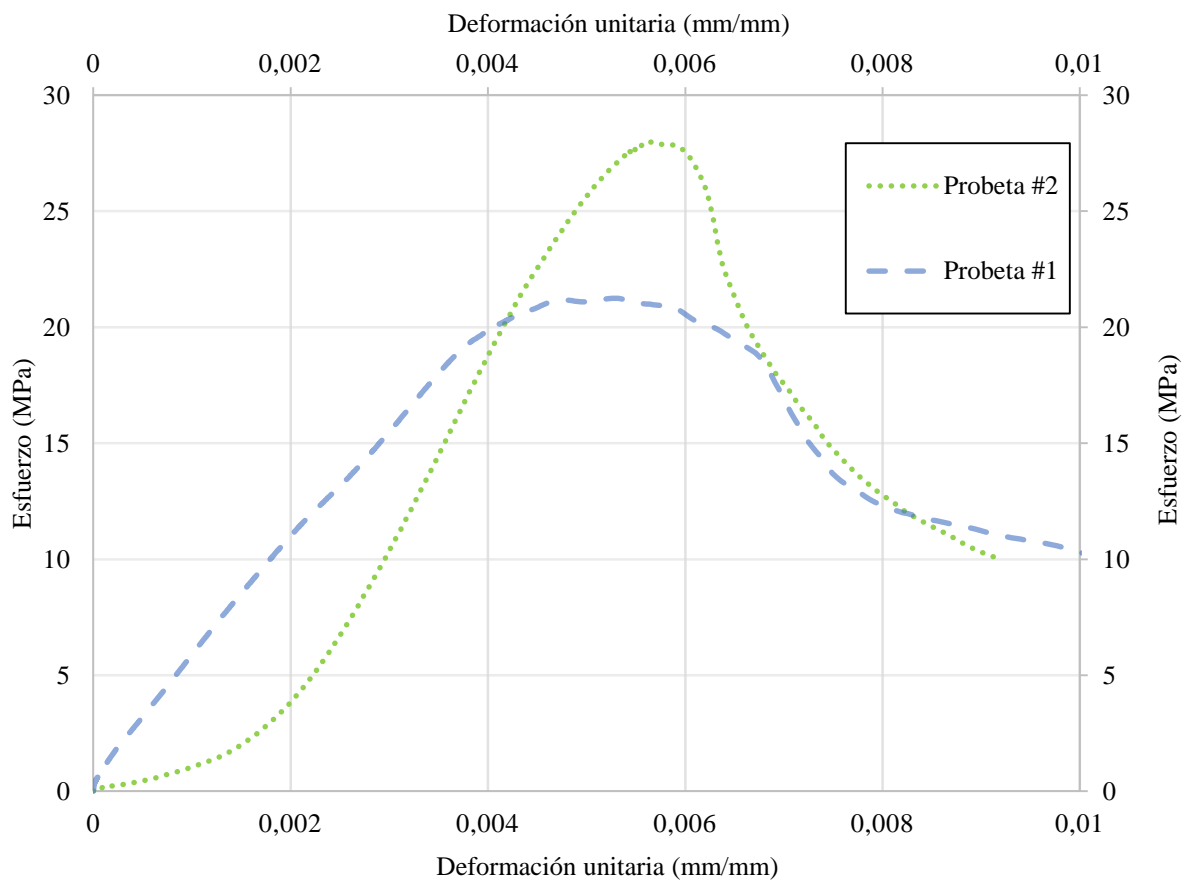
Se observa en la Figura 30 configuración de la viga con 2 barras longitudinales en la parte superior de 6mm de diámetro cada una, y en la parte inferior 3 barras longitudinales de 12mm de diámetro con un área de acero colocado de 339.292 mm^2 y en el refuerzo se han colocado estribos de 6mm de diámetro con un área de acero colocado 56.549 mm^2 de y constan de 29

estribos en total a lo largo de toda la viga, todos separados cada 35 mm a excepción del punto medio que hay dos separaciones de 45mm.

4.1.1. Propiedades mecánicas

El en caso del hormigón se realizó 2 ensayos de compresión en dos probetas cilíndricas según la ASTM C31 para poder realizar un promedio y obtener la resistencia real. En la Figura 31 se destaca como se comportaron a la compresión y las gráficas expresan el esfuerzo vs la deformación, de este ensayo se destaca la gran disparidad de los dos modelos y alcanzando una media de 24 MPa, la resistencia idónea que se buscaba alcanzar para provocar la falla frágil, se ha obviado los factores de mayoración y seguridad propuesto por Fuller Thompson para acercarnos más a la resistencia deseada.

Figura 31 Comportamiento del hormigón: curvas esfuerzo-deformación.

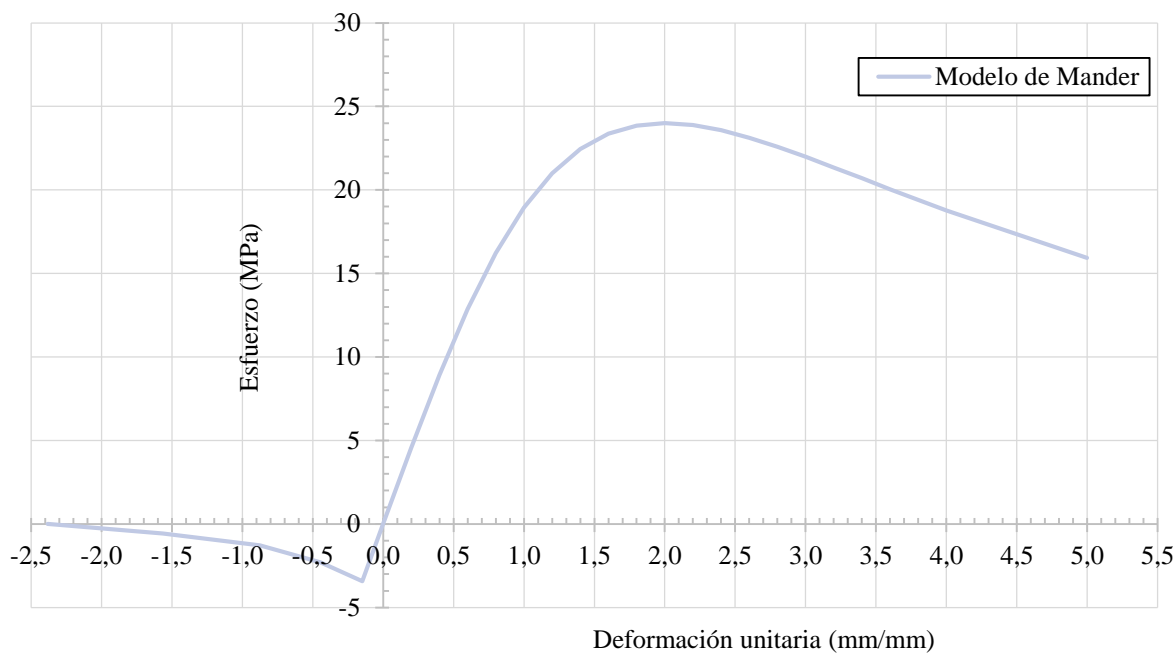


Nota: Se evidencia los esfuerzos de los cilindros ensayados, correspondientes al diseño. Realizado por los autores.

Dentro del entorno del programa (Abaqus, 2014), el modelo que mejor se ajustaba a él era el modelo propuesto por Mander, el cual posibilita una exploración más exhaustiva del comportamiento y la degradación del hormigón. La Figura 32 presentada exhibe un comportamiento de segundo orden, mientras que en la Tabla 6 se han recopilado los valores representativos de la relación esfuerzo vs deformación.

El esfuerzo alcanza el 90% en el modelo de Mander por el motivo de aplastamiento esto se visualiza en el daño a compresión en la Tabla 14.

Figura 32 Curva esfuerzo vs deformación del modelo de Mander.



Nota: Se presenta el modelo constitutivo propuesto por Mander para el comportamiento del hormigón. Grafico obtenido de recursos de clases.

Tabla 6 Valores distintivos del modelo constitutivo propuesto por Mander.

Esfuerzos			Deformación unitaria		
F' _c (MPa)	F _r (MPa)	F' _{cu} (MPa)	$\epsilon_{cy}(\text{mm/mm}) e^{-3}$	$\epsilon_{cr}(\text{mm/mm}) e^{-3}$	$\epsilon_{cu}(\text{mm/mm}) e^{-3}$
24.0	3.4	18.8	2.0	0.15	4

Nota: se exhiben las propiedades de resistencia del hormigón proporcionadas por el enfoque metodológico de Mander.

Por otra parte, la Tabla 7 muestra las propiedades del acero de refuerzo que ha sido adquirido en las casas comerciales estos valores son los reales al obtenerlos de los ensayos de fluencia estos aceros son utilizados para el refuerzo transversal. La mayor observación es que los límites de fluencia de las barras no alcanzan los 420 MPa ni 450 MPa que nos asegura la casa comercial. De igual forma las deformaciones unitarias las cuales hemos utilizado la idealización de la bilineal teniendo en cuenta que el límite de fluencia y último son el mismo.

Tabla 7 características de resistencia del acero de refuerzo $d=6\text{mm}$

Muestra	Esfuerzos		Deformación unitaria	
	Fy (MPa)	Fu (MPa)	$\epsilon_y(\text{mm/mm}) \cdot 10^{-3}$	$\epsilon_u(\text{mm/mm}) \cdot 10^{-3}$
Ensayo muestra 1	137.93	173.3	0.004857	0.022
Ensayo muestra 2	166.228	201.59	0.003685	0.01074
Idealización bilineal	180	180	0.002	0.02

Nota: la tabla muestra los máximos valores de la curva esfuerzo y deformación, realizada por los autores.

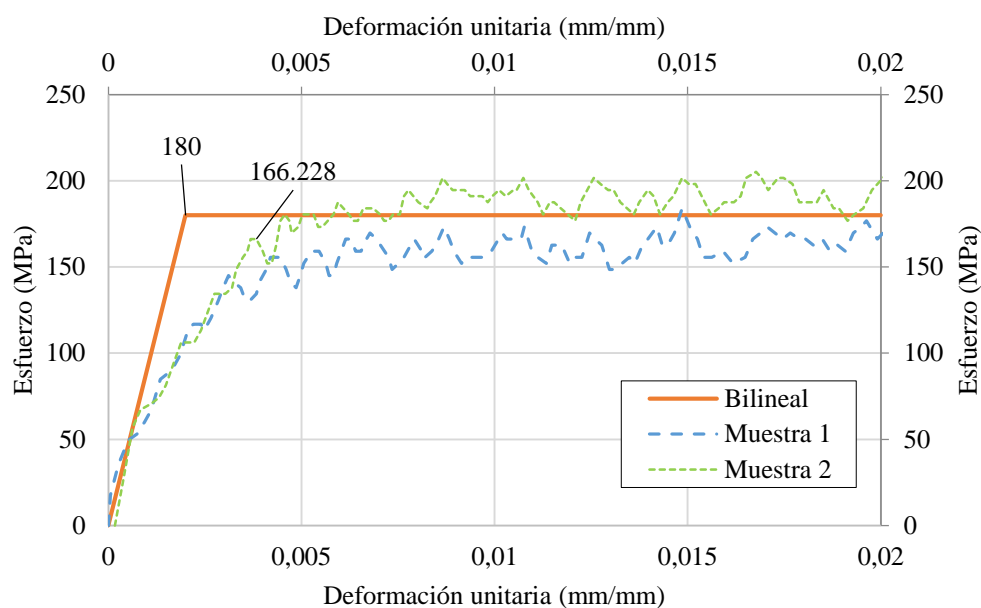
Con los datos de la tabla se procedió a realizar el gráfico de las curvas de esfuerzo vs deformación de los dos ensayos y de la idealización bilineal, para las dos gráficas de los ensayos se utilizó los valores dados en laboratorio, como se observa en la Figura 33. Además, se encuentra la gráfica de la bilineal que se construyó con equivalencias de energías de deformación. Es así que se asume que la gráfica del acero de 6mm se comporta de manera elástico-plástico con el endurecimiento lineal.

En la Tabla 8 se puede ver las energías de deformación las cuales se promedian para generar una idealización. Obteniendo un error de 1.639% en la idealización de la bilineal.

Este error se define al comparar las energías de deformación obtenidas a través del área bajo la curva de la media de las dos barras de acero con respecto al área bajo la curva idealizada.

La barra de 6 mm es utilizada para los estribos y para los longitudinales superiores.

Figura 33 Comportamiento del acero de refuerzo $d=6\text{mm}$: curvas esfuerzo-deformación e idealización.



Nota: Presentación de la comparativa entre las curvas de esfuerzo-deformación unitaria del acero de 6mm y la aproximación bilineal idealizada. Estos datos fueron obtenidos a través de ensayos llevados a cabo por los autores.

Tabla 8 Correspondencias entre las energías de deformación.

Ensayo muestra 1	Ensayo muestra 2	Idealización bilineal	Error
3.0345	4.0721	4.14	1.639%

Nota: Energías de deformación empleadas en la construcción del esquema bilineal idealizado, desarrollado por los autores.

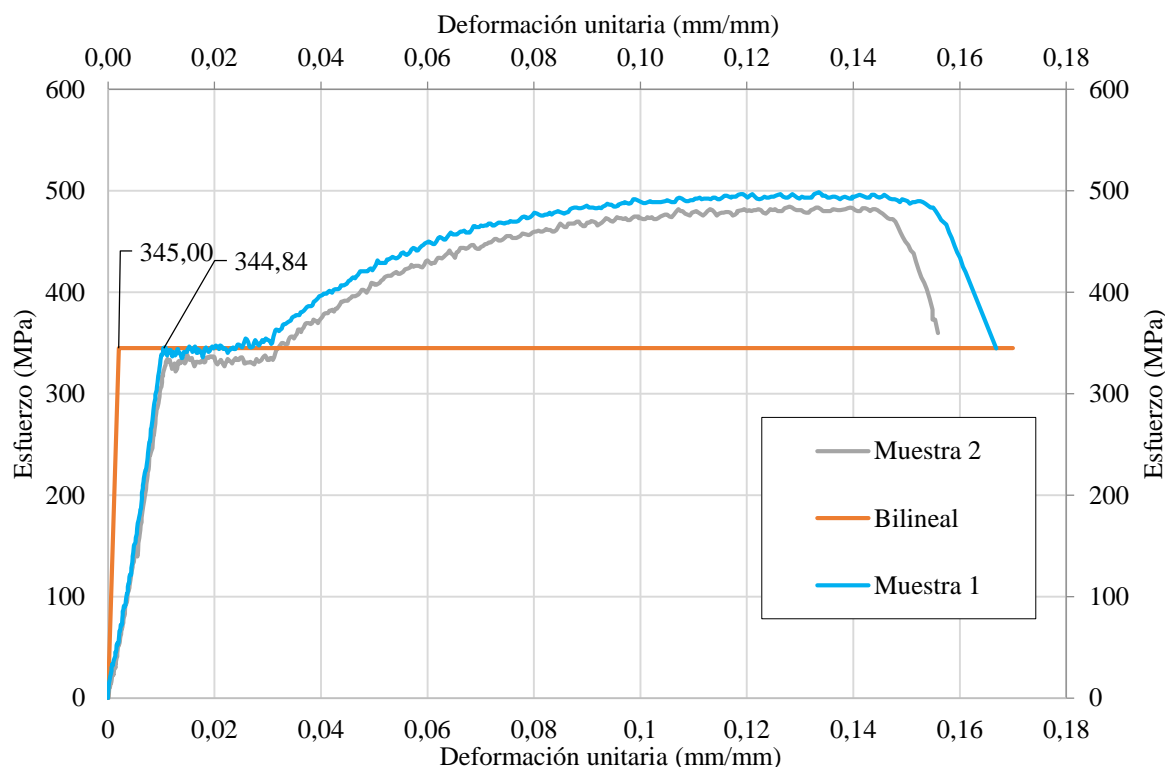
A su vez, para controlar la fluencia se obtuvieron los resultados de las barras de 12mm de diámetro que se observan en la Tabla 9 de igual forma que en la tabla anterior los aceros no llegan al límite de fluencia que proporciona el fabricante.

Tabla 9 Características de resistencia del acero de refuerzo $d=12\text{mm}$

Ensayo	Esfuerzos		Deformación unitaria	
	F_y (MPa)	F_u (MPa)	ϵ_y (mm/mm) e^{-3}	ϵ_u (mm/mm) e^{-3}
Ensayo muestra 1	344.84	478.35	0.010457	0.08602
Ensayo muestra 2	330.688	484.538	0.01374	0.0912
Idealización trilineal	345	345	0.002	0.17

Nota: La tabla muestra los máximos valores de la curva esfuerzo y deformación, realizada por los autores.

Figura 34 Comportamiento del acero de refuerzo $d=12\text{mm}$: curvas esfuerzo-deformación e idealización.



Nota: Presentación de la comparativa entre las curvas de esfuerzo-deformación unitaria del acero de 12mm y la aproximación bilineal idealizada. Estos datos fueron obtenidos a través de ensayos llevados a cabo por los autores.

En la Figura 34 se visualiza la curva de esfuerzo deformación de los 2 ensayos hechos a las barras de 12 mm y de una idealización bilineal que se ajusta de la mejor forma al comportamiento del acero, esto controlado con las equivalencias de energía de deformación donde se ajustó hasta un error de 3.694% este valor se obtuvo siguiendo el mismo procedimiento que se aplicó para las barras de 6 mm.

Tabla 10 Correspondencias entre las energías de deformación.

Ensayo muestra 1	Ensayo muestra 2	Idealización trilineal	Error
62.4583	58.4589	58.305	3.694%

Nota: Energías de deformación empleadas en la construcción del esquema bilineal idealizado, desarrollado por los autores.

4.1.2. Análisis de resultados del modelo analítico y físico.

La conducta del modelo analítico se lo representa con diferentes comportamientos a través de graficas de momento-curvatura, las mismas que exhiben los tres comportamientos que experimenta el modelo al enfrentar las cargas.

La Figura 35 visualiza de manera evidente la correlación entre el momento y la curvatura. Esta gráfica nos proporciona la oportunidad de llevar a cabo una comparación analítica en etapas posteriores. Las cantidades límite de cada uno de los estados están detallados en la Tabla 11.

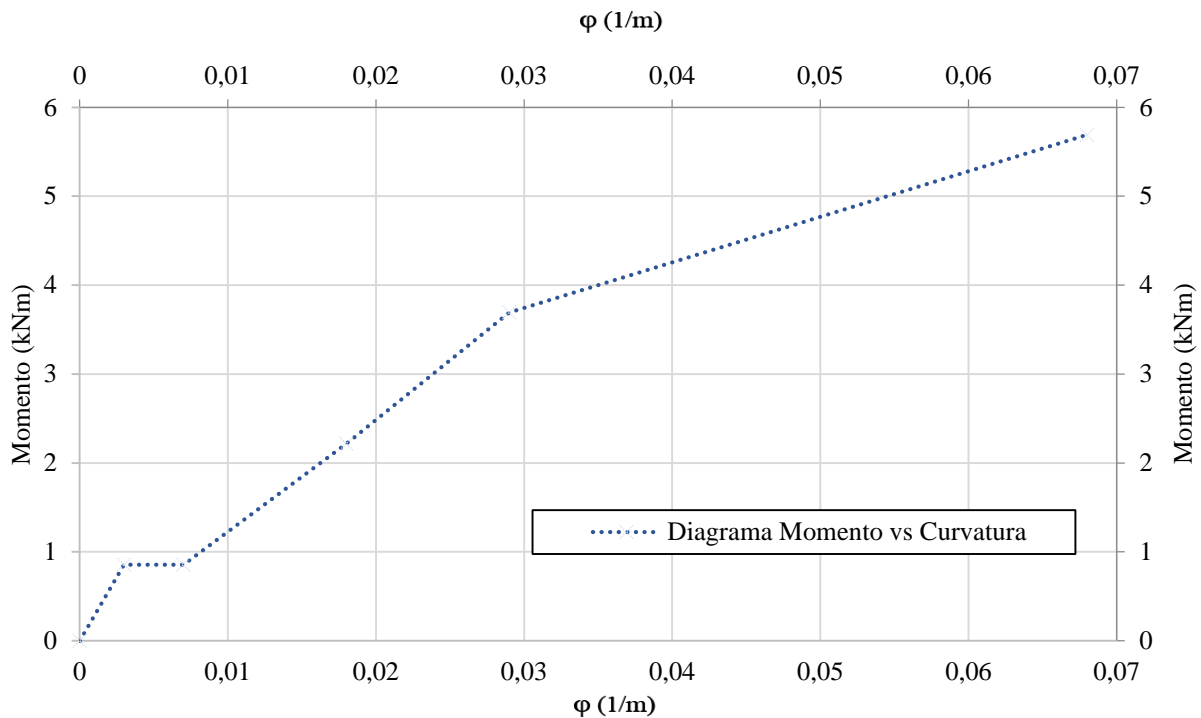
Tabla 11 Parámetros de momento y curvatura calculados mediante análisis.

Curvatura, ϕ ,(1/m)			Momento, M, (knm)		
Φ_{tr}	Φ_y	Φ_u	M_{yr}	M_y	M_u
0.003	0.029	0.068	0.857	3.694	5.69

Nota: Del diseño desarrollado por los autores.

En la Figura 35, es evidente la conducta del acero mencionada previamente, que se distingue por su aumento en la dureza a medida que se deforma hasta alcanzar la máxima resistencia. Además, en este caso particular, se logró una capacidad carga alta pero frágil al llegar a 5.69. En este punto se sugiere que el diseño para la falla frágil está en funcionamiento correcto.

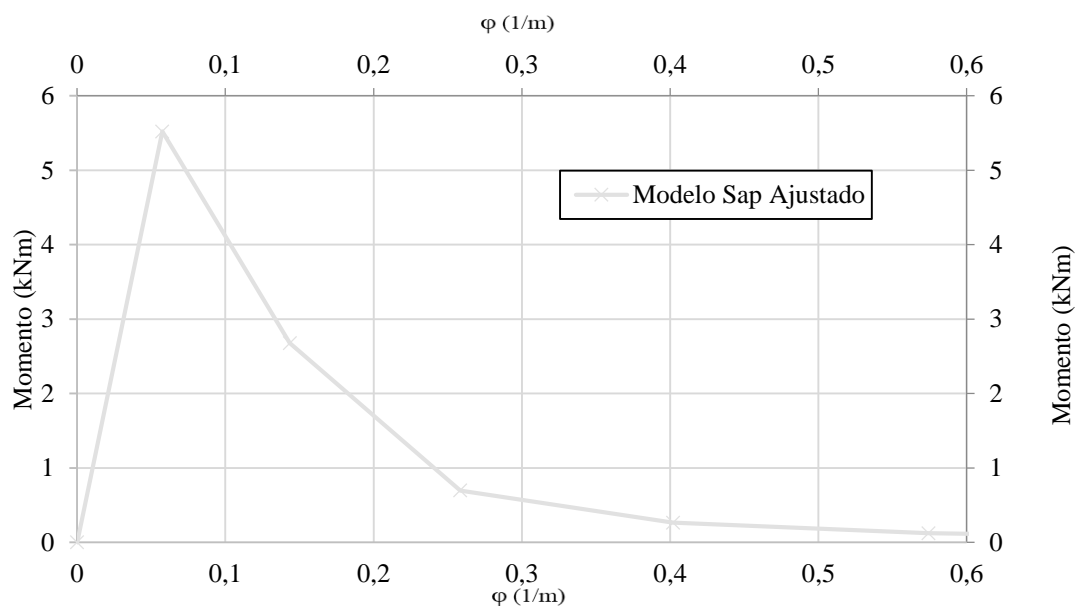
Figura 35 Representación gráfica simplificada de la relación momento-curvatura para la viga diseñada.



Nota: Representación gráfica construida considerando las características predefinidas de los materiales y el diseño específico de la viga, incorporando las directrices de la normativa ACI 318-19. Elaborado por los autores.

Se emplea el programa SAP para poder efectuar el análisis de la viga al incorporar los parámetros de entrada de los materiales. El modelo físico es analizado y su comportamiento se define con los gráficos de esfuerzo-deformación de cada material el expuesto en la Figura 36.

Figura 36 Representación gráfica de la relación momento-curvatura con parámetros en SAP.



Nota: Se exhibe el gráfico de momento-curvatura correspondiente a la viga diseñada, el cual ha sido adaptado según las propiedades reales de los materiales involucrados. Este ajuste ha sido realizado por los autores del estudio.

Tabla 12 Valores particulares del gráfico momento-curvatura de SAP adaptados y calibrados.

Curvatura, ϕ ,(1/m)	Momento, M, (kNm)
Φ_u	M_u
0.05742	5.5208

Nota: Los datos de la tabla se originan de la figura 36 donde se interpreta las fisuras. Realizado por los autores.

Contrarrestando el diseño y el modelo en SAP apenas varía el momento último, en el caso del diseño alcanzo 5.69 kNm y en el caso del SAP llego hasta 5.52 kNm.

Posteriormente se realizó los ensayos de las dos vigas ante las dos cargas puntuales, los resultados de los ensayos son expuestos en la Tabla 13 y la Figura 37.

Se han examinado un conjunto de 61 y 78 valores respectivamente que exhiben la reacción de la viga frente a cargas aplicadas. Es relevante notar que la primera viga tiene la capacidad de soportar una carga máxima de 45.461 kN, en contraste con la segunda viga que es capaz de mantener una carga máxima de 43.98 kN. Debido a la disponibilidad de un mayor conjunto de

datos para la viga 2, se ha optado por emplear estos mismos datos para llevar a cabo un análisis comparativo utilizando modelos numéricos.

Tabla 13 Gráfico de la relación entre fuerza y desplazamiento obtenido a través del análisis experimental.

Viga 1			Viga 2		
#	Carga KN	Desplazamiento Mm	#	Carga KN	Desplazamiento Mm
0	0	0	0	0	0
1	1.04	0.0635	1	1.24	0.0635
2	1.9	0.127	2	2.25	0.127
3	2.54	0.1905	3	2.82	0.1905
4	3.14	0.254	4	3.52	0.254
5	3.64	0.3175	5	4.3	0.3175
6	4.44	0.381	6	4.83	0.381
7	4.94	0.4445	7	5.41	0.4445
8	5.64	0.508	8	5.97	0.508
9	6.3	0.5715	9	6.5	0.5715
10	6.88	0.635	10	7.08	0.635
11	7.41	0.6985	11	7.61	0.6985
12	8.08	0.762	12	7.67	0.762
13	8.67	0.8255	13	8.71	0.8255
14	9.14	0.889	14	9.17	0.889
15	9.95	0.9525	15	9.64	0.9525
16	10.47	1.016	16	10.17	1.016
17	11.11	1.0795	17	11.25	1.0795
18	11.73	1.143	18	11.87	1.143
19	12.45	1.2065	19	12.34	1.2065
20	13.04	1.27	20	12.9	1.27
21	13.59	1.3335	21	13.48	1.3335
22	14.29	1.397	22	13.98	1.397
23	14.9	1.524	23	14.57	1.524

24	15.6	1.5875	24	15.21	1.651
25	16.15	1.651	25	16.91	1.778
26	16.87	1.7145	26	17.99	1.905
27	18.24	1.778	27	19.15	2.032
28	19.43	1.905	28	20.26	2.159
29	20.62	2.032	29	21.37	2.286
30	21.99	2.159	30	22.54	2.413
31	23.21	2.286	31	23.71	2.54
32	24.54	2.413	32	24.87	2.667
33	25.71	2.54	33	25.93	2.794
34	26.31	2.667	34	27.04	2.921
35	28.12	2.794	35	28.07	3.048
36	29.29	2.921	36	29.12	3.175
37	30.4	3.048	37	30.1	3.302
38	31.49	3.175	38	31.07	3.429
39	32.4	3.302	39	32.07	3.556
40	33.55	3.429	40	33.19	3.683
41	34.52	3.556	41	33.93	3.81
42	35.49	3.683	42	35	3.937
43	36.5	3.81	43	35.6	4.064
44	37.44	3.937	44	36.44	4.191
45	38.67	4.064	45	37.22	4.318
46	39.366	4.1275	46	38.03	4.445
47	39.978	4.191	47	38.72	4.572
48	40.785	4.2545	48	39.42	4.699
49	41.342	4.318	49	39.97	4.826
50	41.509	4.3815	50	40.63	4.953
51	43.763	4.445	51	40.56	5.08
52	44.542	4.5085	52	41.53	5.207
53	44.988	4.572	53	42.06	5.334
54	45.461	4.6355	54	42.4	5.461
55	45.043	4.699	55	42.67	5.588

56	43.93	4.7625	56	43.01	5.715
57	43.8	4.826	57	43.21	5.842
58	42.9	4.8895	58	43.45	5.969
59	42.51	4.953	59	43.56	6.096
60	42.19	5.0165	60	43.76	6.223
61	41.92	5.08	61	43.84	6.35
			62	43.93	6.477
			63	43.95	6.604
			64	43.98	6.731
			65	43.9	6.858
			67	43.84	6.985
			68	43.65	7.112
			69	43.34	7.239
			70	42.43	7.3025
			71	42.04	7.366
			72	41.77	7.4295
			73	41.45	7.493
			74	40.66	7.5565
			75	40.44	7.62
			76	40.12	7.6835
			77	39.73	7.747
			78	39.46	7.8105

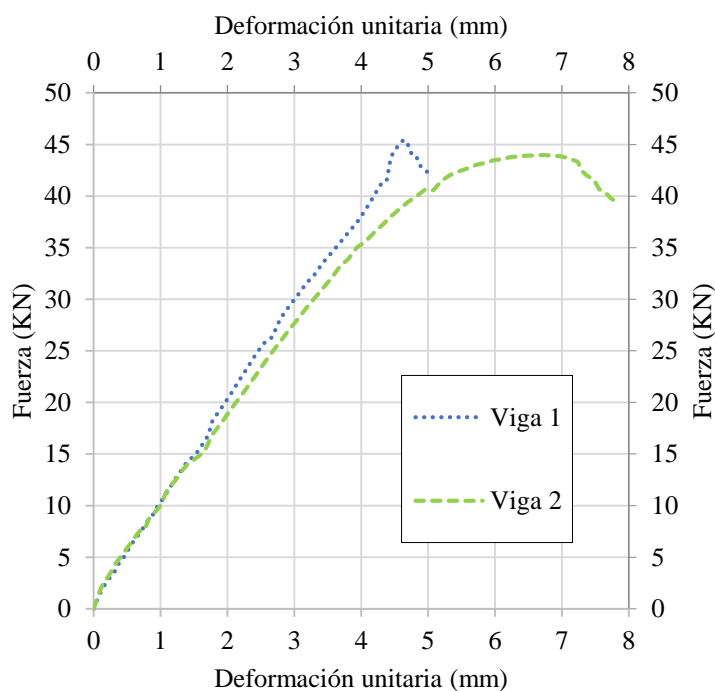
Nota: Datos correspondientes a la fuerza y al desplazamiento obtenidos para cada viga ensayada, elaborados por los investigadores.

Se evidencia que las vigas poseen una alta capacidad de carga debido a su mayor contenido de acero, lo que les otorga una resistencia superior a la habitual. No obstante, se observa que experimentan deformaciones sin mostrar fisuras en la zona de tracción, mientras que en la parte superior del bloque de compresión se inicia la ruptura del hormigón. Este comportamiento pone de manifiesto su capacidad para resistir fallos tanto dúctiles como cortantes, aunque de manera

excesiva, al punto en que el hormigón empieza a comportarse en compresión en la parte superior y finalmente falla.

La prueba se detuvo debido a restricciones de límites de servicio una vez que la viga había experimentado una falla frágil y el hormigón se fracturó. A partir de este punto, se mantuvo la carga y se incrementó la deformación, lo que llevó a que el acero de tracción en la parte inferior entrara en acción. Sin embargo, el equipo no pudo alcanzar deformaciones inferiores a los 50 mm. En consecuencia, el análisis del desplazamiento máximo está restringido a valores dentro del rango de 50 mm para el modelo numérico.

Figura 37 Gráfico de la relación entre fuerza y desplazamiento de las vigas sometidas a ensayo.



Nota: Se exhibe el gráfico que representa los resultados obtenidos de los ensayos de flexión realizados en cada una de las vigas. Elaborado por los autores.

4.2. Análisis de resultados del modelo numérico

La programación adecuada del comportamiento de los materiales, tanto para el concreto como para el acero, desempeña un papel fundamental en la correcta evolución de un modelo numérico. Por este motivo, se recurre a la utilización de modelos constitutivos simplificados que han sido previamente expuestos. En el contexto del concreto, se emplea el enfoque

metodológico desarrollado por Mander para la evaluación de los niveles de daño en situaciones de compresión y tracción. Los valores asociados a este daño se encuentran detallados en la Tabla 14 y Tabla 15 respectivamente. Además, en las representaciones gráficas, específicamente en la Figura 38 y Figura 39, se presenta de manera evidente tanto el deterioro en situaciones de compresión como de tracción. La correcta implementación de estas descripciones materiales resulta esencial para garantizar la fidelidad y precisión del modelo numérico en su conjunto.

Tabla 14 Desempeño y deterioro bajo carga de compresión del concreto.

Comportamiento a compresión		Daño a compresión	
σ (mpa)	$E_{c,in}$	Dc	$E_{c,in}$
4.5710	0.0002	0.00000	0.000000000
8.9260	0.0004	0.00000	9.45107e-06
12.859	0.0006	0.00000	3.73311e-05
16.221	0.0008	0.00000	9.02233e-05
18.935	0.0010	0.00000	0.000171493
20.993	0.0012	0.00000	0.000281416
22.445	0.0014	0.00000	0.000417913
23.368	0.0016	0.00000	0.000577502
23.856	0.0018	0.00000	0.000756144
24.000	0.0020	0.00000	0.000949851
23.882	0.0022	0.00493	0.001155036
23.570	0.0024	0.01791	0.001368666
23.122	0.0026	0.03659	0.001588285
22.580	0.0028	0.05915	0.001811969
21.980	0.0030	0.08417	0.002038245
21.345	0.0032	0.11061	0.002266011
20.695	0.0034	0.13769	0.002494453
20.043	0.0036	0.16486	0.002722985
19.399	0.0038	0.19172	0.002951191
18.768	0.0040	0.21800	0.003178785
2.4000	0.0050	0.90000	0.004894985

Nota: Se exponen los valores que se calcularon y posteriormente se introdujeron en Abaqus. Llevado a cabo por los investigadores.

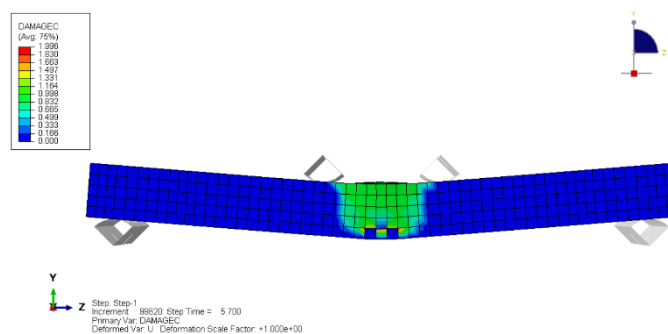
Tabla 15 Desempeño y deterioro bajo carga de tracción del concreto.

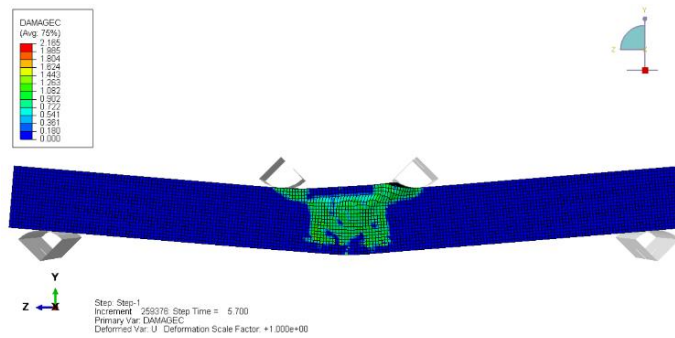
Comportamiento a tracción		Daño a tracción	
σ (mpa)	ϵ_{total}	Dt	ϵ_{cr}
3.429	0.00015	0.000	0.0000
2.286	0.00045	0.333	0.0003
1.285	0.00088	0.625	0.0007
0.571	0.00157	0.833	0.0014
0.000	0.00240	1.000	0.0022

Nota: Se exponen los valores que se calcularon y posteriormente se introdujeron en Abaqus. Llevado a cabo por los investigadores.

Es factible generar una representación gráfica para contrastar el deterioro bajo carga de compresión que se presenta en los modelos numéricos, utilizando la Figura 39, la cual ilustra el efecto de la máxima curvatura en la viga. La comparativa de los modelos esta generada en función del nivel de detalle del mallado. A continuación, en la Figura 38 se presenta el deterioro de los métodos numéricos causados por la compresión. La cantidad de información mostrada varía de acuerdo con la resolución de la malla utilizada. En la primera representación, se emplea una malla con una separación de 5 mm, mientras que en la segunda se utiliza una de 20 mm de mallado y se puede analizar que se produce la falla a compresión y se deforma la viga en la parte superior.

Figura 38 Deterioro bajo carga de compresión evaluado mediante ABAQUS.





Nota: Se exhibe el deterioro bajo carga de compresión en el modelo numérico y mayor detalle según el mallado. Realizado por los investigadores.

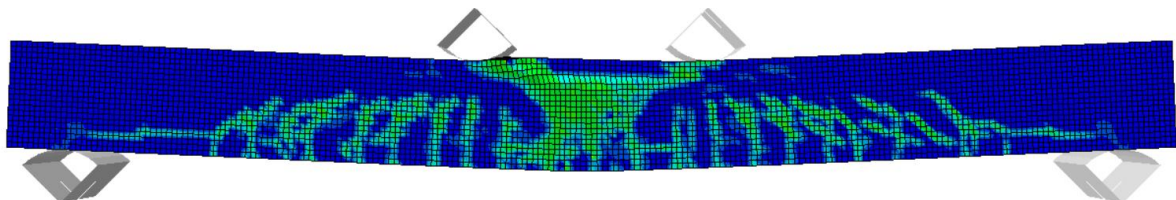
Figura 39 Deterioro bajo carga de compresión observado en la prueba del modelo físico



Nota: Se exponen los efectos de la carga en compresión y tracción en el modelo físico. Llevado a cabo por los investigadores.

De manera similar, en la Figura 40 es posible observar el deterioro causado por la tracción en la viga, se asimila como se empieza a exigir la viga a tracción sin embargo primero falla el hormigón a compresión, es claro notar que por el aplastamiento queda intacto la parte superior del hormigón que se encuentra entre los dos puntos de carga que empieza a sobresalir, se visualiza en la Figura 39 y Figura 40.

Figura 40 Deterioro bajo carga de tracción observado en la prueba del modelo en Abaqus.



Nota: Se muestra el deterioro por carga de tracción en el modelo numérico. Realizado por los investigadores.

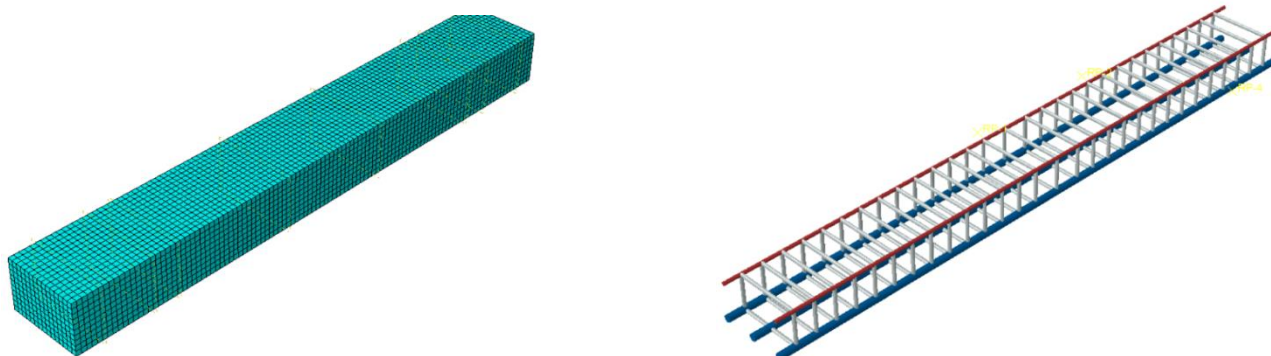
Con el objetivo de obtener resultados óptimos, se llevaron a cabo múltiples ensayos de discretización hasta llegar al modelo más adecuado. De los diversos modelos probados, se seleccionaron cuatro que demostraron mayor representatividad, tomando en consideración tanto los recursos computacionales disponibles como la evaluación de los resultados. La siguiente tabla presenta las propiedades más significativas de cada modelo. Además, en la Figura 41 se exhibe un mallado de 10mm como punto de referencia.

Tabla 16 Análisis de tiempo de ejecución en función del mallado de la cuadrícula

Modelo numérico	Cantidad de elementos	Tiempo de procesamiento
Mallado 50 mm	120	9min:29seg
Mallado 20 mm	2000	32min:24seg
Mallado 10 mm	15000	3h:12min:8seg
Mallado 5 mm	120000	2dias:0h:55min:9seg

Nota: La tabla exhibe los tiempos de ejecución del programa depende de la capacidad de cada ordenador, realizado por los autores.

Figura 41 Modelo de discretización de 10mm de mallado.



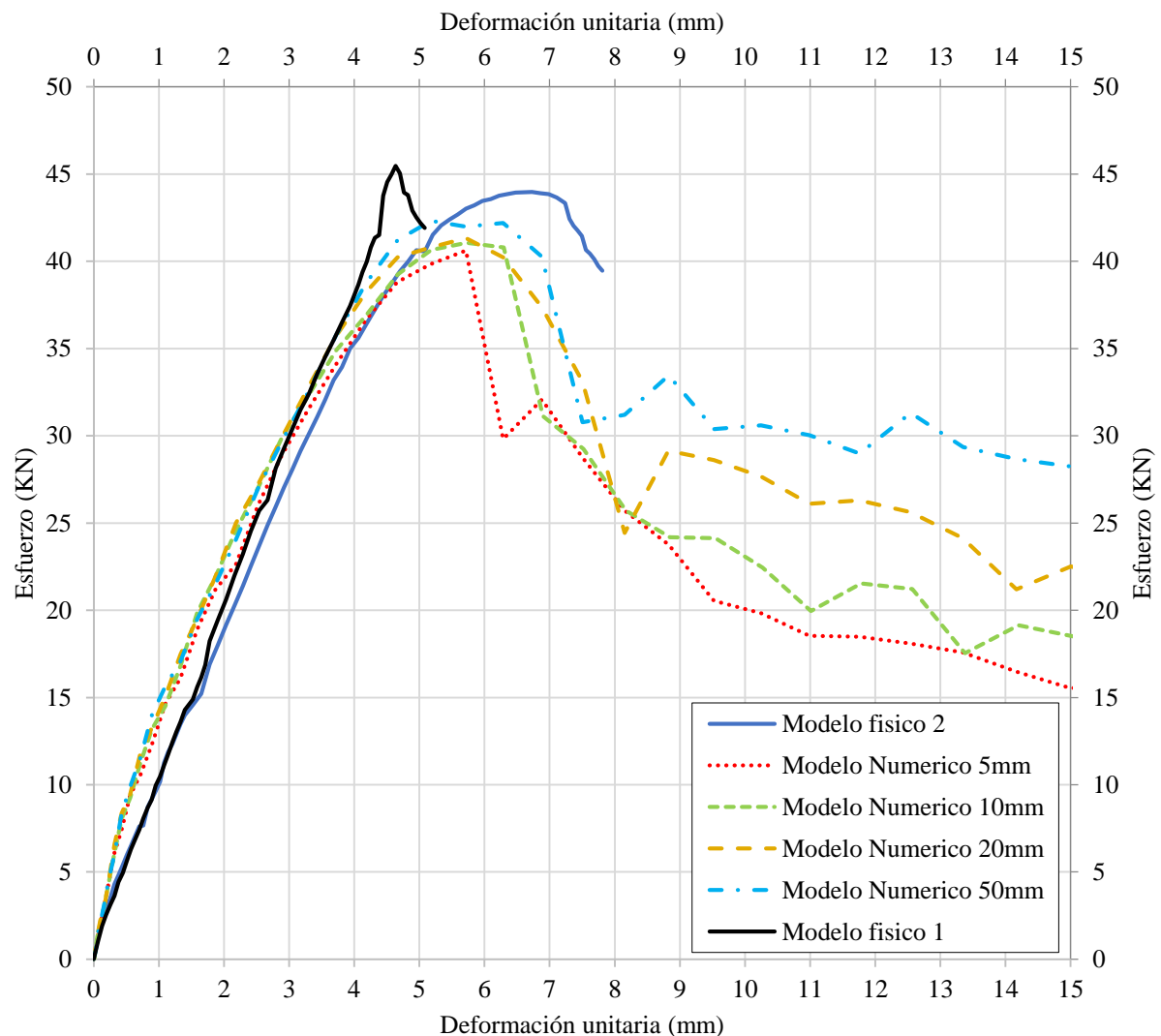
Nota: Se exponen los procesos de subdivisión efectuados en los modelos tanto de hormigón como de refuerzo. Llevado a cabo por los investigadores.

4.3. Concurrencia de resultados

A continuación, se exhibe la Figura 42 que describe la relación entre la fuerza aplicada y el desplazamiento correspondiente para cada uno de los modelos considerados. Estas representaciones gráficas exponen de manera evidente la tendencia hacia el punto de fallo, y destacan de manera notable la diferenciación de deformación entre ellos. En otras palabras, se observa una alta capacidad de carga en el modelo numérico y físico sobrepasando las 4 toneladas de carga.

Adicionalmente, en la Figura 42 se exhibe la variabilidad, comportamiento y tendencia de los resultados obtenidos de los modelos numéricos en comparación con el modelo físico. En resumen, estas representaciones gráficas sirven como punto de referencia para establecer la concordancia entre el modelo numérico y el modelo físico, y son fundamentales para verificar la adecuación del modelo numérico mediante la calibración. En la Tabla 17 que sigue, se detallan los porcentajes de error que permiten cuantificar la precisión de los modelos y su capacidad de calibración de manera precisa.

Figura 42 Gráficas de relación entre fuerza y desplazamiento para los modelos numéricos con una discretización de elementos de 50 mm, 20mm, 10mm y 5mm y el modelo físico.



Nota: Análisis del comportamiento numérico vs físico, desarrollado por los investigadores.

Se presenta la Tabla 17 el resultado de la calibración llevada a cabo en el modelo numérico de una viga construida con hormigón armado, con el propósito de demostrar un patrón de falla frágil. Se evaluó la discrepancia porcentual entre los resultados obtenidos de los modelos numéricos y los del modelo físico a través de un enfoque específico. Se consideró la capacidad de carga máxima de cada modelo, la cual fue confrontada con la capacidad máxima de carga exhibida por el modelo físico. Además, se llevó a cabo un análisis de las energías de deformación, y estas también fueron comparadas con las del modelo físico.

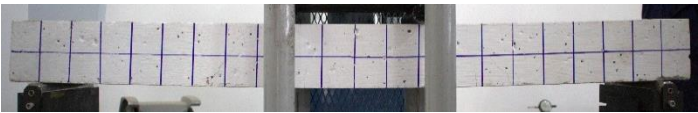

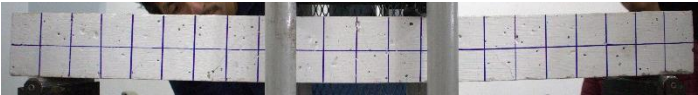



Tabla 17 Validación del modelo numérico.

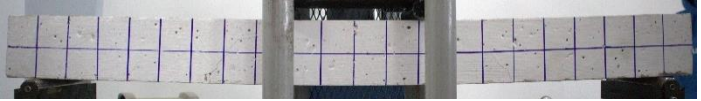

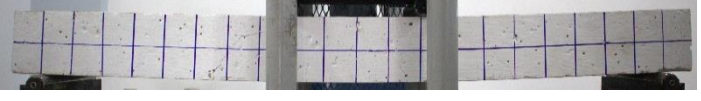







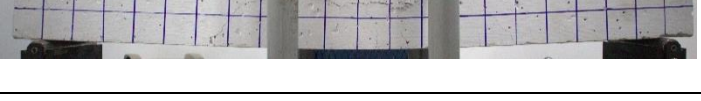



Modelo	Capacidad de carga (kN)	Energías de deformación (kNm)	Diferencia (cargas) %	Diferencia (energías de deformación) %
Mallado 50 mm	42.32	31.474	3.78	4.68
Mallado 20 mm	41.33	31.455	6.03	4.62
Mallado 10 mm	41.05	31.593	6.65	5.07
Mallado 5 mm	40.61	31.47	7.66	4.65
Promedio			6.34	4.66

Nota: La tabla exhibe la calibración y el porcentaje de error.

Adicionalmente, se exhiben los modelos de fisuración obtenidos de los ensayos realizados en las vigas, los cuales han sido digitalizados y cotejados con las imágenes originales capturadas por fotografías. Se procede a describir la carga aplicada en proporción al desplazamiento en un momento específico. Tal como se detalla en la Tabla 18 y Tabla 19, las imágenes fotográficas de los patrones de fisuración fueron seleccionadas de manera discrecional con el propósito de exponer de forma secuencial y precisa el deterioro causado por la compresión.





Tabla 18 Se exhiben los patrones de fisuración del ensayo de la viga 1.

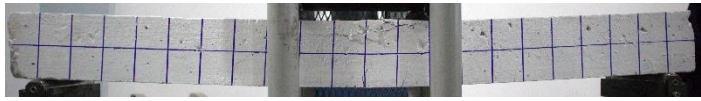
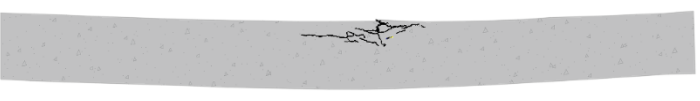


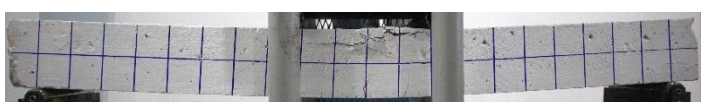
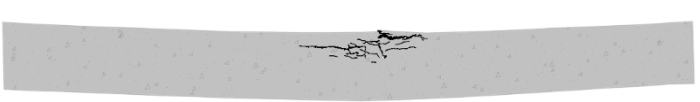
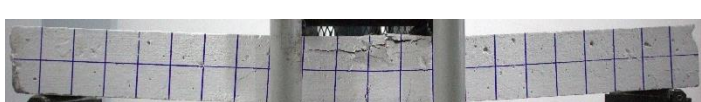

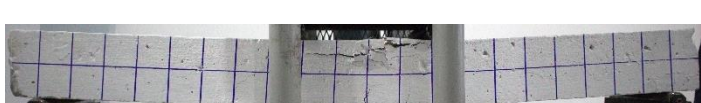
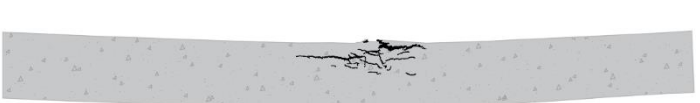
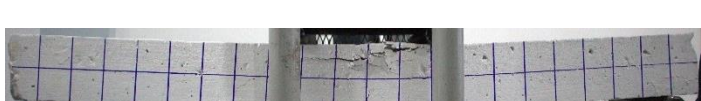

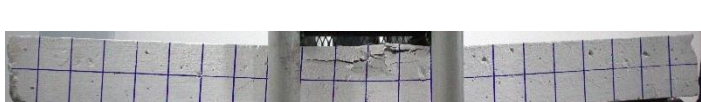



Ensayo 1	Abstracción del modelo físico	Δ (mm) p (kN)
		4,38 41.509
		4,445 43.763
		4,51 44.542

		4,57 44.988
		4,64 45.461
		4,7 45.043
		4,76 43.93
		4,83 43.8
		4,89 42.9
		4,95 42,51

Nota: Desarrollado por los autores.

Tabla 19 Se exhiben los patrones de fisuración del ensayo de la viga 2.

Ensayo 2	Abstracción del modelo físico	Δ (mm) p (kN)
		7,24 43.34
		7,30 42.43

		7.37 42.04
		7.43 41.77
		7.49 41.45
		7.56 40.66
		7.62 40.44
		7.68 40.12
		7.75 39.73
		7.81 39.46

Nota: Desarrollado por los autores.



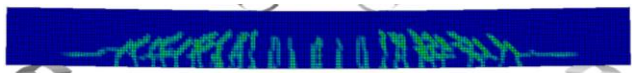
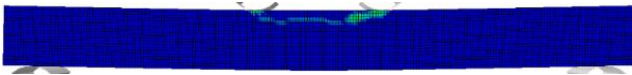

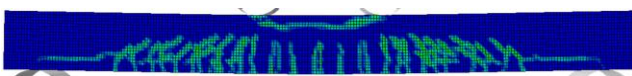
En sucesión, se lleva a cabo la confrontación y definición de los modelos de fisuración entre las versiones físicas y numéricas, lo cual aclara su grado de similitud, evidenciando que el patrón de fisuración contribuye al respaldo de la validación de la calibración.

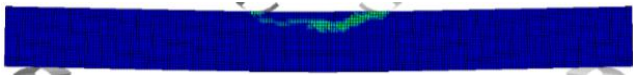
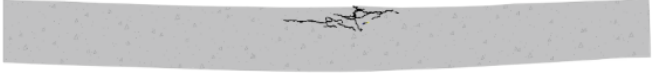
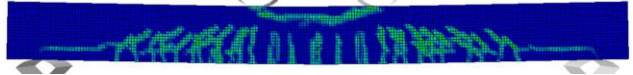
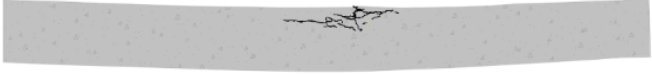
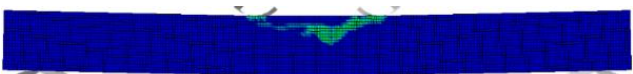

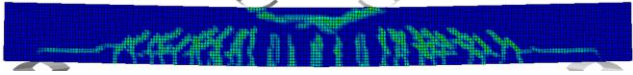

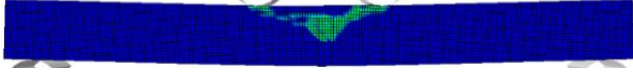

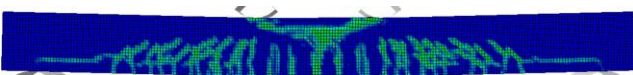
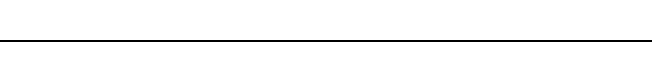
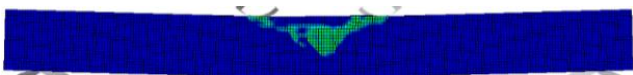

A continuación, en la Tabla 20 se visualiza la confrontación de los resultados de los modelos de fisuración de los modelos numéricos y físicos, exponiendo los daños a compresión y tensión del modelo numérico y las fisuras reales del modelo físico con el propósito de destacar

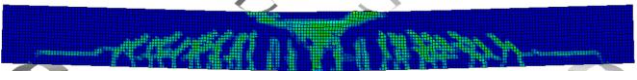
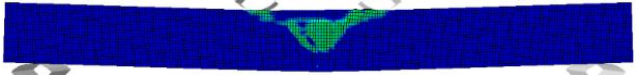
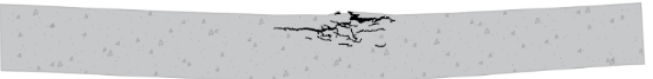

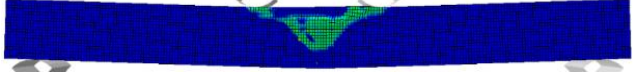
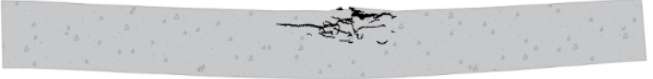
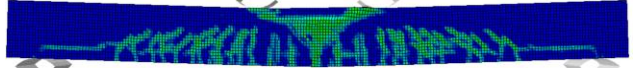
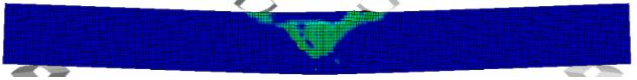

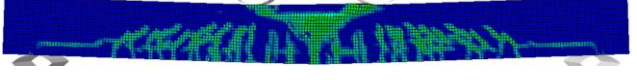
similitudes, donde δ es la deformación unitaria en mm y P es el esfuerzo en kN. En el modelo físico los patrones de fisuración se obtuvieron mediante fotografías de alta calidad tomadas en cada instante de carga y se compararon con las fisuras del modelo numérico.

Estos patrones de fisuración desempeñan un papel complementario para la ratificación del proceso de ajuste. En el proceso de cotejar las fisuras se toman los instantes de fisuración máxima como punto de partida para las fisuraciones. A partir de estos valores se comparan los dos modelos tanto el físico como el numérico. A pesar de ciertas discrepancias que pueden surgir debido al nivel de mallado y a los intervalos de iteración del programa, se registran una variación menor a los 6 mm en cada intervalo.

Tabla 20 Análisis comparativo de los modelos de formación de fisuras de los modelos numéricos y físicos.

MODELO NUMÉRICO Daño por compresión Daño por tensión	δ (mm) P (kN)	ABSTRACCIÓN DEL MODELO FÍSICO	δ (mm) P (kN)
	5.72 40.61		7.24 43.34
			
	6.88 32.07		7.30 42.43
			

			
	<p>7.5 28.74</p>		<p>7.37 42.04</p>
	<p>8.15 25.7</p>		<p>7.43 41.77</p>
			
	<p>9.52 20.55</p>		<p>7.49 41.45</p>
	<p>10.25 19.84</p>		<p>7.56 40.66</p>
	<p>10.99 18.54</p>		<p>7.62 40.44</p>

			
	11.76 18.48		7.68 40.12
			
	12.54 18.09		7.75 39.73
			
	13.35 17.57		7.81 39.46
			

Nota: Donde δ es la deformación unitaria en mm y P es el esfuerzo en kN, desarrollado por los autores.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

En el diseño del hormigón, se aplicó inicialmente el método ACI, sin embargo, dado que los áridos locales no cumplían con las franjas granulométricas requeridas, se optó por emplear el método Fuller Thompson en el proceso de diseño.

La prueba de compresión de los cilindros se realizó después de 28 días de inmersión en agua, y la resistencia promedio a la compresión obtenida fue de 24 MPa.

Se desarrollaron modelos constitutivos ideales para el hormigón y el acero, utilizando un enfoque bilineal. El acero de 12 mm de diámetro mostró una resistencia de 345 MPa, mientras que el acero de 6 mm de diámetro presentó una resistencia de 180 MPa. La metodología de equivalencias de energías de deformación se utilizó para verificar la precisión de los modelos conceptuales.

La creación de modelos numéricos, como en el caso de Abaqus, es una herramienta fundamental para el análisis de estructuras y ofrece ventajas en términos de tiempo y costos en comparación con enfoques experimentales. Mientras que el enfoque experimental toma 37 días (7 días de diseño y construcción de las vigas, más 28 días de fraguado, más 1 día de fundición y 1 de ruptura), el enfoque de software lleva 9 días (7 días de diseño en Abaqus y 2 días de ejecución del programa en nuestro caso específico debido a la velocidad de la computadora) un ahorro de 28 días.

Los cuatro modelos numéricos con diferentes mallas se acercan a la capacidad de carga y a las energías de deformación del modelo físico. Se concluye que la mejor opción es el mallado de 50 mm debido a su menor tiempo de cálculo. En cuanto a los patrones de fisuración, el mallado de 5 mm permite una visualización detallada de cada una de estas fisuras, lo que se compara con el modelo físico con mayor precisión.

En cuanto al tiempo de procesamiento, el mallado de 50 milímetros tomó 9 minutos y 29 segundos, mientras que el mallado más detallado de 5 milímetros requirió 2 días, 55 minutos y

9 segundos. Es relevante considerar que estos tiempos están influenciados por la capacidad del procesador y la memoria RAM de cada equipo. Para proporcionar una perspectiva más precisa, estos datos se obtuvieron utilizando un procesador de 2.8 GHz y 8 GB de RAM.

La calibración basada en el concepto de energía de desplazamiento muestra un margen de error del 4.66%, mientras que, al considerar la capacidad de carga, se observa un margen de error del 6.34%. Las variaciones observadas en este estudio se originaron debido a múltiples factores que influyen en el comportamiento del hormigón. Aunque se considera un material homogéneo en diseño, su homogeneidad real está sujeta a numerosas variables. Entre estas variables se incluyen los diferentes tipos de agregados, el varillado adecuado y el acomodamiento de las partículas, que son parámetros que pueden introducir incertidumbre en su comportamiento.

En el ensayo de flexión controlada por compresión, la viga alcanza una alta capacidad de carga, pero los daños en el hormigón se manifiestan de manera abrupta en la parte superior, lo que inutiliza la viga. Se evitó la falla por corte mediante refuerzos transversales, pero después de la falla, el acero fluye y prolonga el desplazamiento. El ensayo determinó que el modelo físico tiene una resistencia máxima de carga de 43.98 kN, y obteniendo curvas de fuerza-desplazamiento como resultado importante para la validación.

Los porcentajes de error del 4.66% y 6.34% obtenidos son adecuados para predecir el comportamiento de modelos a escala de laboratorio y validar modelos de diseño de vigas. Esto contribuye a la verificación de mecanismos de falla en el hormigón. Además, este trabajo se puede utilizar con fines educativos, permitiendo una representación gráfica por medio de los modelos numéricos de los tipos de falla en el hormigón, eliminando la necesidad de llevar a cabo ensayos de laboratorio, lo que ahorra tiempo y recursos.

Se recomienda seguir meticulosamente todos los métodos de construcción conforme a las normativas vigentes para asegurar la creación de un elemento de hormigón armado con la mayor homogeneidad posible.

Para una optimización eficiente del tiempo y recursos, se recomienda el uso del modelo numérico en Abaqus con una malla de 50 mm. Esta configuración no solo minimiza el tiempo de ejecución del programa, sino que también asegura un ajuste preciso a la carga máxima del modelo físico.

BIBLIOGRAFÍA

- ABAQUS, V. (2014). 6.14-1. *ABAQUS/standard user's manual and ABAQUS CAE manual*. Providence, RI, USA: Dassault Systemes Simulia Corp.
- ACI 318-19. (2019). 318-19 Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. American Concrete Institute. <https://doi.org/10.14359/51716937>
- AENOR. (2010). Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación. Genova, 6, 3–242. www.aenor.es
- Aguilar Robert, Mora David, & Rodríguez Michael. (2015). Diagrama momento-curvatura y momento-rotación para elementos de hormigón armado y acero con ASCE/SEI 41 y sistema de computación. *Revista CIENCIA*, 17, 201–239.
- Castadeña A, M. Y. (2016). Modelo constitutivo de Mander. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, 21(1), 45–59.
<https://www.researchgate.net/publication/291330464>
- Castellanos Bautista, G., & Carlos Camacho Bautista, J. (2018). Simulación y verificación experimental del diagrama esfuerzo-deformación a partir de la microestructura de un acero doble fase sae1045 tratado térmicamente.
<https://repository.unilibre.edu.co/bitstream/handle/10901/11032/Tesis%20con%20correcciones%20.pdf?sequence=1>
- Chambi Chuquichambi, J. L. (2010). 2. Estado del conocimiento 4 2. Estado del conocimiento. <https://upcommons.upc.edu/handle/2099.1/12349>
- Douglas, J., Rocha, B., Larrúa Quevedo, R., Arrizabala Enrique, & Recarey Carlos. (2005). Estudio de la influencia de la resistencia del hormigón en el comportamiento de conectores mediante simulación numérica y análisis experimental. *Ingeniería Civil*, 2–8.
<https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/192722/EstudiodelaInfluenci>

adelaResistenciadelHormignenelComportamientodeConectores....pdf?sequence=1&isAllowed=y

Fuller Thompson. (1897). Guía practica para el diseño de mezclas de hormigón.

González, V., Botero, J. C., Rochel, R., Vidal, J., & Alvarez, M. (2004). Propiedades mecánicas del acero de refuerzo utilizado en Colombia.

https://repository.eafit.edu.co/bitstream/handle/10784/14579/document%20%282%29.pdf?sequence=2&isAllowed=y

González Woge, O., Gaviño Ortiz, G., Omar González-Morán, C., Guadalupe Miranda Hernández, J., & López Chau, A. (2022). Análisis de tensión y desarrollo de una guía en Matlab aplicada a una estructura de exoesqueleto mediante el criterio Von Mises. 43(2), 278–294. <https://rev-inv-ope.pantheonsorbonne.fr/sites/default/files/inline-files/43222-11.pdf>

Gustavo, B., & Semanate, S. (2014). Modelos físicos experimentales reducidos de estructuras de puentes de acero (Puente en celosía sobre el río Muisne-Provincia de Esmeraldas). 5–140.

http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/3009/1/T-UCE-0011-134.pdf

Herrera Lina. (2011). Modelación numérica del concreto simple con elementos finitos usando un modelo constitutivo de daño Tesis de Maestría presentada por Herrera Lina.

https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/7674/294478.2011.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Hildemar Hernández¹, Jorge Bonilla, & Gilberto Rodríguez. (2014). Estudio del comportamiento de vigas compuestas de hormigón y acero mediante simulación numérica. *Revista Ingeniería de Construcción*, 29(1), 5–21.

- Jack McCormac, R. B. (2011). Diseño de Concreto reforzado. - *Jack C. McCormac - Russell H. Brown - 8Ed.pdf*
- Javier García Ruiz. (2019). Escuela Politécnica Nacional facultad de ingeniería civil y ambiental Proyecto previo a la obtención del título de ingeniero civil mención estructuras. <https://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/20465>
- Jorge Bonilla, Luciano M. Bezerra, Rafael Larrúa, Carlos Recarey, & Enrique Mirambell. (2015). Modelación numérica con validación experimental aplicada al estudio del comportamiento de conectores tipo perno de estructuras compuestas de hormigón y acero. *Revista Ingeniería de Construcción*, 30, 53–68.
- Kachanov Lazar M. (1999). Rupture time under creep conditions. *International Journal of Fracture*, 97(8), 26–31.
- Martha Guerrero, Sergio Valderrábano S, Rolando Campos R., & Miren Ainhoa Isasi Larrea. (1999). Aplicación del método de elemento finito al análisis nodal. *Ingenierías*, 11(3), 1–7.
https://ingenierias.uanl.mx/anteriores/3/pdf/3_Martha_Guerrero_et_al_Aplicacion_metodo.pdf
- Nilson, A. H., & Darwin, David. (1997a). Design of concrete structures. McGraw-Hill.
<https://marodyc.files.wordpress.com/2014/06/disec3b1o-de-estructuras-de-concreto-nilson-arthur.pdf>
- Norma Ecuatoriana de la Construcción. (2014). Estructuras de hormigón armado.
<https://www.habitatyvivienda.gob.ec/wp-content/uploads/2023/03/8.-NEC-SE-HM-Hormigon-Armado.pdf>
- Oswaldo Martínez Jorge. (2015). Modelación del comportamiento estático de un rajo minero usando software de elementos finitos Abaqus. Análisis de Resultados y estudio geo mecánico de éstos. <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/137486>

- Otero Pereiro, L. L. (2006). Aprendiendo sobre el Método de los Elementos Finitos. *Ingeniería Mecánica*, 9(3), 7–13.
<https://www.redalyc.org/pdf/2251/225117945001.pdf>
- PCA- Asociacion. (2016). Requisitos para hormigón estructural. ACI.
- Robert Cook, D. M. M. P. (1989). Método de elementos Finitos. John Wiley & Sons, 10–600.
- Rodríguez, L., & Linero, D. (2012). Modelación numérica del concreto simple con elementos finitos. *In Revista Ingeniería de Construcción (Vol. 27, Issue 3)*.
- Rodríguez Plasencia, G., Douglas Bonilla Rocha, J., José Hernández Santana, J., & Titular, P. (2018). Introducción application of numerical simulation to study the behavior of deep beams of reinforced concrete. 2–17.
- Tania Alexia Pamies. (2015). Universidad politécnica de Madrid escuela técnica superior de ingenieros de caminos, canales y puertos evolución del conocimiento del hormigón estructural hasta 1973. <https://oa.upm.es/39010/>
- Torres Vela, I. (2011). Análisis de un modelo numérico para el estudio de elementos tubulares sometidos a impacto. https://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/13661/ISMAEL%20TORRES%20VELA_PFC.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Zabaleta Hernán. (1988). Compendio de tecnología del hormigón.

Glosario

a	Profundidad del bloque rectangular equivalente de esfuerzos, mm.
A_s	Área del acero de refuerzo longitudinal a tracción, mm ² .
A'_s	Área del acero de refuerzo longitudinal a compresión, mm ² .
A_{smin}	Área mínima de acero de refuerzo a flexión, mm ² .
A_v	Área de acero de refuerzo a cortante, mm ² .
sA_{vmax}	Área máxima de refuerzo de cortante, mm ² .
b	Ancho de la sección del elemento estructural, mm.
b_w	Ancho del alma del elemento estructural, mm.
c	Distancia medida desde la fibra extrema en compresión al eje neutro de la viga, mm.
c_c	Recubrimiento libre del refuerzo, mm.
c_u	Distancia medida desde la fibra extrema en compresión al eje neutro de la viga en estado último, mm.
c_y	Distancia medida desde la fibra extrema en compresión al eje neutro de la viga en estado de fisuración, mm.
C	Fuerza de compresión del concreto, N.
C_s	Fuerza de compresión del acero de refuerzo, N.
d	Distancia medida desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tracción, mm.
d'	Distancia medida desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal en compresión, mm.
d_b	Diámetro del acero de refuerzo longitudinal, mm.
d_d	Diámetro interior mínimo de doblado para estribos, mm.
d_f	Abertura de los tamices empleados para ensayos granulométricos.
D	Tamaño máximo del agregado empleado en la mezcla de hormigón.
E_a	Módulo de Elasticidad de los agregados, MPa.
E_c	Módulo de elasticidad del concreto de acuerdo a la ACI, MPa.
E_{cc}	Módulo de elasticidad del concreto.
E_{cn}	Módulo de elasticidad del concreto de acuerdo a la NEC, MPa.
E_s	Módulo de elasticidad del acero de refuerzo, MPa.
E_{sec}	Módulo de elasticidad secante del hormigón.
E_ϵ	Módulo de elasticidad tangente del hormigón.

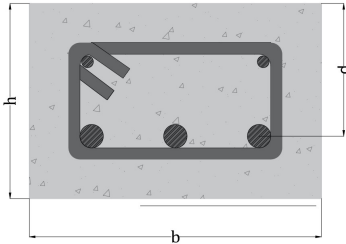
f_c	Resistencia a la compresión del concreto, MPa.
f'_c	Resistencia máxima a la compresión del concreto, MPa.
f_r	Módulo de ruptura del concreto, MPa.
f_s	Esfuerzo en el acero de refuerzo a tracción, MPa.
f'_s	Esfuerzo en el acero de refuerzo a compresión, MPa.
f_{cu}	Fuerza de compresión última.
f_t	Esfuerzo en tracción del concreto, MPa.
f_y	Resistencia a la fluencia del acero de refuerzo, MPa.
h	Altura de la sección del elemento estructural, mm.
L	Longitud de la viga medida desde centro a centro de los apoyos.
l_d	Longitud de desarrollo en tracción para barras corrugadas, mm.
l_{ext}	Extensión recta en el extremo de un gancho estándar, mm.
M_n	Resistencia nominal a flexión en la sección, N·mm.
M_u	Momento último en la sección, N·mm.
M_y	Momento de fluencia en la sección, N·mm.
n	Razón modular entre el acero y concreto.
P	Carga de servicio aplicada a la viga, N.
r	Relación de deformación.
s	Espaciamiento medido centro a centro de los estribos, mm.
s_{max}	Espaciamiento máximo entre estribos, mm.
T	Fuerza de tracción del acero, N.
V_c	Esfuerzo cortante proporcionado por el concreto, MPa.
V_n	Resistencia nominal a cortante en la sección, N·mm.
V_s	Esfuerzo cortante proporcionado por el acero de refuerzo, MPa.
V_{smax}	Esfuerzo cortante máximo proporcionado por el acero de refuerzo, MPa.
V_u	Cortante último en la sección, N·mm.
w_c	Densidad, peso unitario, del concreto de peso normal, kg/m ³ .
x	Distancia máxima medida desde el centro de apoyo de la viga hasta el punto de aplicación de la carga, para el cálculo de las deflexiones, mm.
y_t	Distancia desde el eje que pasa por el centroide de la sección bruta a la cara en tracción, sin considerar el refuerzo, mm.

Y	Porcentaje en peso de los áridos que pasan el tamiz de abertura d , obtenido mediante ensayos granulométricos.
β_1	Factor que relaciona la profundidad de bloque rectangular equivalente de esfuerzos de compresión con la profundidad del eje neutro.
ε	Deformación unitaria del hormigón.
ε_c	Deformación unitaria del concreto a compresión.
ε'_c	Deformación unitaria correspondiente a f'_c .
ε_{cr}	Deformación de fisuración del concreto a tracción.
ε_{co}	Deformación unitaria del hormigón.
ε_{cu}	Máxima deformación unitaria utilizable en la fibra extrema de concreto a compresión.
ε_{cy}	Deformación de fluencia del concreto.
ε_o	Deformación unitaria inicial del concreto.
ε_s	Deformación unitaria neta en tracción del acero de refuerzo longitudinal.
ε_t	Deformación unitaria del concreto a tracción.
ε_y	Deformación unitaria en fluencia del acero de refuerzo longitudinal.
σ	Esfuerzo a la compresión del hormigón.
ρ	Cuantía de refuerzo.
ϕ	Factor de reducción de resistencia.
φ	Curvatura de la sección, rad/mm.
φ_{cr}	Curvatura de fisuración, rad/mm.
φ_y	Curvatura de fluencia, rad/mm.
φ_u	Curvatura última, rad/mm.
Δ_{max}	Deflexión máxima de la viga debido a cargas de servicio, mm.
ψ_c	Factor de modificación para la longitud de desarrollo con base en la resistencia del concreto.
ψ_e	Factor de modificación para la longitud de desarrollo con base en el recubrimiento del refuerzo.
ψ_o	Factor utilizado para modificar la longitud de desarrollo de barras con gancho o cabeza con base en el recubrimiento lateral y el confinamiento.
ψ_r	Factor de modificación para la longitud de desarrollo con base en el refuerzo de confinamiento.

- λ Factor de modificación que tiene en cuenta las propiedades mecánicas reducidas del concreto de peso liviano, relativa a los concretos de peso normal de igual resistencia a la compresión
- μ Ductilidad del elemento estructural.

Diseño de la Viga de Hormigón

1. Propiedades del Hormigón



1.1 Propiedades del hormigón:

$f'c := 24$	($E_a = 67.9 \text{ GPa}$ - caliza Guayas / flechas)
$E_{c,ACI} := 4700 \cdot \sqrt{f'c} = 23025.2$	ACI 318-19 19.2.2.1-b (sismo)
$\epsilon_{c,max} := 0.003$	ACI 318-19 22.2.2.1
$\lambda := 1$	(hormigón de peso normal)
$f_r := 0.62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'c} = 3.04$	ACI 318-19 19.2.3.1
$\gamma_c := 23.56$	
$\nu := 0.2$	
$d_{50} := 1 \cdot 25.4 = 25.4$	

1.2 Propiedades del bloque de compresión del hormigón:

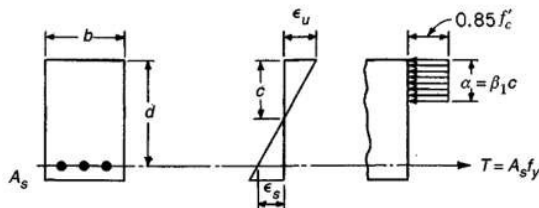
$$\beta_1 := \begin{cases} \text{if } f'c > 55 & = 0.85 \\ \quad \left| \begin{array}{l} 0.65 \\ 0.85 \end{array} \right| & \\ \text{if } 17 \leq f'c \leq 28 & \\ \quad \left| \begin{array}{l} 0.85 \\ 0.85 - (0.05 \cdot (f'c - 28) \div 7) \end{array} \right| & \end{cases}$$

1.3 Propiedades del acero de refuerzo:

$E_s := 200000$	$\epsilon_s := 0.0016735$	ACI 318-19 21.2.2.1
		ACI 318-19 20.2.2.2
$f_y := 420 \text{ MPa}$		

2. SECCIÓN DE DISEÑO

2.1 Dimensiones y detalles de refuerzo de la sección de hormigón:



$L := 1$	m
$b := 150$	mm
$h := 100$	mm
$rec := 20$	mm
$\phi_v := 12$	mm
$\phi_e := 6$	mm
$T = A_s f_y$	
$rec.mec := rec + \frac{\phi_v}{2} + \phi_e = 32$	mm
$d := h - rec.mec = 68$	mm

3. ACERO REQUERIDO Y CUANTÍAS MÁXIMAS - MÍNIMAS

3.1 Calculo de Aceros Mínimos

$$As_{min} := \frac{1.4}{fy} \cdot b \cdot d = 34 \quad mm^2$$

3.2 Calculo de Aceros Máximos

As max

$$c_1 := d \cdot \frac{0.003}{0.008} = 25.5 \quad mm \quad a_1 := 0.85 \cdot c_1 = 21.675 \quad mm$$

$$As_{max} := \frac{0.85 \cdot f'c \cdot a_1 \cdot b}{fy} = 157.918 \quad mm^2$$

3.3 Acero requerido para que no fluya el acero.

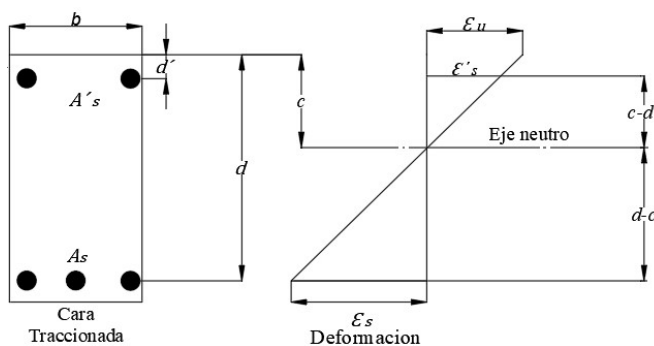
$$As_{col} := 339.292 \quad mm^2 \quad 3 \text{ v } 12mm \quad \phi_v = 12 \quad mm$$

$$a_2 := \frac{fy \cdot As_{col}}{0.85 \cdot f'c \cdot b} = 46.569 \quad c_2 := \frac{a_2}{0.85} = 54.788$$

$$Mn_1 := \frac{fy \cdot As_{col} \cdot \left(d - \frac{a_2}{2}\right)}{1000000} = 6.372 \quad KN*m$$

$$\xi_{s1} := \frac{0.003 \cdot (d - c_2)}{c_2} = 0.00072 \quad \text{No fluye}$$

3.4 Simplemente Armada Comprobación y comparación con el Sap2000



$$fs = fy = 420 \quad fy = 420$$

Acero colocado

$$As := 339.292 \quad mm^2$$

$$As \cdot fy = 0.85 \cdot f'c \cdot a \cdot c$$

$$f'c = 24 \quad \text{MPa} \quad b = 150 \quad \text{mm}$$

$$a := \frac{As \cdot fy}{0.85 \cdot f'c \cdot b} = 46.569 \quad \text{mm}$$

$$c := \frac{a}{0.85} = 54.788$$

$$\frac{0.003}{c} = \frac{\xi_s}{d - c}$$

$$\xi_s := \frac{0.003 \cdot (d - c)}{c} = 0.00072$$

$$\xi_s \geq 0.002 \quad \text{No fluye}$$

3.5 Ajustes

$$Es := 200000$$

$$As \cdot Es \cdot \xi_s = 0.85 \cdot f'c \cdot a \cdot c$$

$$\frac{3349.292 \cdot 200 \cdot 10^2 \cdot 0.003 \left(68 - \frac{a}{0.85}\right)}{\frac{a}{0.85}} - (0.85 \cdot 24 \cdot a \cdot c) = 0$$

$$a1 := 37.1051 \quad \text{mm}$$

$$c1 := \frac{a1}{0.85} = 43.653$$

$$\xi_{s2} := \frac{0.003 \cdot (d - c1)}{c1} = 0.00167 \quad \text{No fluye}$$

$$Es = \frac{fs}{\xi_s}$$

$$fs1 := Es \cdot \xi_{s2} = 334.642 \quad \text{MPa}$$

$$As_{min1} := \frac{1.4}{fs1} \cdot b \cdot d = 42.672$$

$$As_{max1} := \frac{0.85 \cdot f'c \cdot a1 \cdot b}{fs1} = 198.198$$

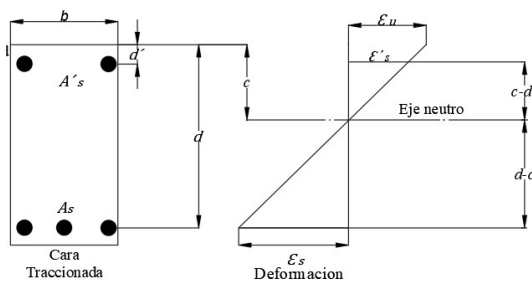
$$A_{s_{col1}} := 339.292 \quad mm^2 \qquad 3 \text{ v } 12mm \qquad \phi_v = 12 \quad mm$$

$$a_3 := \frac{f_y \cdot A_{s_{col}}}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 46.569 \qquad c_3 := \frac{a_2}{0.85} = 54.788$$

$$Mn_2 := \frac{f_s \cdot A_{s_{col}} \cdot \left(d - \frac{a_3}{2}\right)}{1000000} = 5.077 \quad KN*m$$

$$\xi_{s3} := \frac{0.003 \cdot (d - c_3)}{c_3} = 0.00072 \quad \text{No fluye}$$

4. Diseño de la Doblemente Armada



$$A's = 2 \phi 6mm = 56.549 \quad mm^2$$

$$A's_{col} := 56.549 \quad mm^2$$

$$d' := 20 + 6 + 3 = 29 \quad mm$$

$$c_4 := \frac{a_4}{0.85}$$

$$\xi_{s4} := \frac{0.003 \cdot (c_4 - d')}{c_4}$$

$$F_s := E_s \cdot \xi_{s4} \qquad A_{s_{col}} = 339.292 \quad mm^2$$

Valores de prueba	$a_4 := 30$
Restricciones	$95001.9 - 2677.5 \cdot a_4 - \frac{\left(60318.6 \cdot \left(\left(\frac{a_4}{0.85}\right) - 32\right)\right)}{\left(\frac{a_4}{0.85}\right)} = 0$
Solver	$\text{find}(a_4) = 32.064$

$$a_4 := 32.064$$

$$c_4 := \frac{a_4}{0.85} = 37.722$$

$$\xi_{s4} := \frac{0.003 \cdot (c_4 - d')}{c_4} = 0.00069 \quad \text{No fluye}$$

$$F_{s1} := E_s \cdot \xi_{s4} = 138.735$$

$$Mn_3 := \frac{0.85 \cdot f'_c \cdot a_4 \cdot b \cdot \left(d - \frac{a_4}{2}\right) + (A'_{s_{col}} \cdot F_{s1}) \cdot (d - d')}{1000000} = 5.405 \quad \text{KN*m}$$

5. Longitud de Desarrollo varillas longitudinales

$$\Psi_c := \frac{f'_c}{105} + 0.6 = 0.829$$

$$\Psi_r := 1.6$$

$$\Psi_o := 1.25$$

$$L_{dh1} := \frac{\left(\left(\frac{f_{s1} \cdot \Psi_c \cdot \Psi_r \cdot \Psi_o}{23 \cdot \sqrt{f'_c}}\right) \cdot (\phi_v)^{1.5}\right)}{10} = 20.459 \quad \text{cm}$$

$$L_{dh2} := \frac{8 \cdot \phi_v}{10} = 9.6 \quad \text{cm}$$

$$L_{dh3} := 15 \quad \text{cm}$$

$$L_{dh} := \max(L_{dh1}, L_{dh2}, L_{dh3}) = 20.459 \quad \text{cm}$$



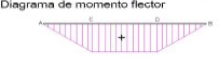
$$Lg1 := \frac{L_{dh}}{2} = 10.2 \quad \text{cm} \quad \text{Longitud de gancho a cada lado}$$

6. Geometría de Gancho estándar para el Desarrollo de Barras Corrugadas a Tracción.

Diametro interior min doblado

$$Diam := 6 \cdot \phi_v = 72 \quad \text{mm}$$

$$M_{umax} := Mn_2 = 5.077 \quad \text{KN} \cdot \text{m}$$

<p>Viga sobre dos apoyos simples con dos cargas puntuales en dos secciones</p> <p>Esfuerzos aplicados</p>  <p>Diagrama de esfuerzos cortantes</p>  <p>Diagrama de momento flector</p> 	Reacciones	$R_A = R_B = P$
	Esfuerzos cortantes	$T_{AC} = -T_{DB} = P$
	Momentos Flectores	$M_{AC} = Px$ $M_{CD} = Pa$ $M_{DB} = P(L-x)$
	Ángulos de giro	$\theta_A = -\theta_B = \frac{Pa(L-a)}{2EI}$ $\theta_C = -\theta_D = \frac{Pa(L-2a)}{2EI}$
	Ecuación de la elástica	$w_{AC}(x) = \frac{Px}{6EI} (3aL - 3a^2 - x^2)$ $w_{CD}(x) = \frac{Pa}{6EI} (3Lx - 3x^2 - a^2)$
Flecha	$\Delta_{máx} = \frac{Pa(3L^2 - 4a^2)}{24EI}$ $x = \frac{L}{2}$	

$$\frac{4.5965}{39} \cdot 100 = 11.7859$$

$$L_a := 39 \quad cm \qquad M_{umax} = P \cdot L_a \qquad P := \frac{M_{umax}}{L_a} \cdot 100 = 13.018 \quad KN$$

7. Esfuerzo cortante máximo

$$Vu_{AC} := P = 13.018 \quad kN \qquad Vu_{CB} := P = 13.018 \quad kN$$

8. Cortante.

$$\lambda = 1$$

$$\phi_c := 0.75 \qquad ACI 318-19 21.2.1$$

8.1 Comprobación.

$$\sqrt{f'_c} = 4.899 \quad \text{menor a } 8.31 \text{ Mpa} \qquad ACI 318-19 22.5.3.1$$

$$Nu := 0$$

$$Ag := b \cdot h = 1.5 \cdot 10^4 \quad m^2$$

$$\frac{Nu}{6 Ag} = 0 \quad \text{menor que } 0.003 \cdot f'_c = 0.072$$

8.2 Valores de Vc y Vs maximos

$$V_{cmax} := \frac{0.42 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 20.987 \quad ACI 318-19 22.5.5.1.1 / ACI 318-19 22.5.1.2$$

$$V_{smax} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 32.98 \quad ACI 318-19 22.5.5.1.1 / ACI 318-19 22.5.1.2$$

8.3 Valores de A_v 's minimos y Separacion Maxima

$$Vud_{max} := 13.018 \quad cond := \frac{0.33 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{1000} = 16.49$$

$$Sep := \begin{cases} \text{if } Vud_{max} \leq cond \\ \quad \left\| \begin{array}{l} \text{“Menor entre (d/2 ; 600mm)”} \\ \text{else} \\ \text{“Menor entre (d/4 ; 300mm)”} \end{array} \right\| \\ \text{“Menor entre (d/2 ; 600mm)”} \end{cases} \quad \text{ACI 318-19 9.7.6.2.3}$$

$$fy = 420 \quad s_{asum} := 35 \quad mm \quad \frac{d}{2} = 34$$

$$\frac{Av}{s} \quad Av_{max} := \frac{0.66 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b}{fs1} = 1.449 \quad \frac{mm^2}{mm} \quad \text{ACI 318-19 9.6.3.4}$$

$$\frac{Av}{s} \quad Av_{min1} := \frac{0.062 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b}{fs1} = 0.136 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min2} := \frac{0.35 \cdot b}{fs1} = 0.157 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Av_{min} := \max(Av_{min1}, Av_{min2}) = 0.157 \quad \frac{mm^2}{mm}$$

$$Avmin := Av_{min} \cdot s_{asum} = 5.491 \quad mm^2$$

$$Av_{col} := 56.549 \quad mm^2 \quad 2 \phi 6mm$$

$$Av_{scol} := \frac{Av_{col}}{s_{asum}} = 1.616$$

$$Vs_{col} := \frac{Av_{scol} \cdot fs1 \cdot d}{1000} = 36.766 \quad kN$$

8.4 Calculo V_c

$$V_c := \frac{\left(0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + \frac{Nu}{6Ag}\right) \cdot b \cdot d}{1000} = 8.495$$

$$V_{scol} := \phi_c \cdot (V_c + Vs_{col}) = 33.946$$

kN

Tabla 22.5.5.1 — V_c para miembros no preesforzados

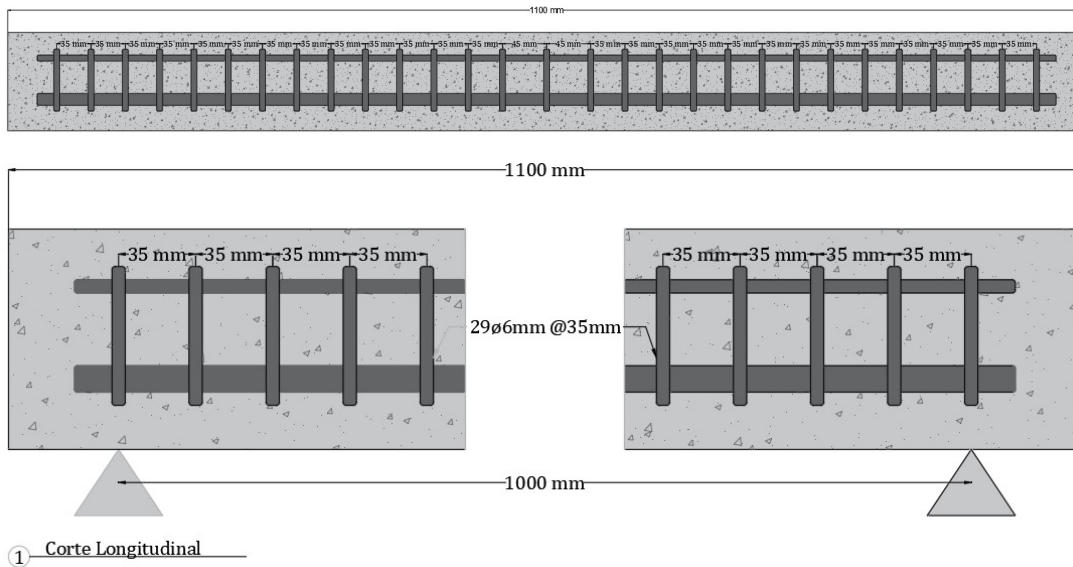
Criterio	V_c		
$A_v \geq A_{v,min}$	Cualquiera de los dos	$\left(0.17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{Nu}{6Ag}\right)b_w d$	(a)
		$\left(0.66\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{Nu}{6Ag}\right)b_w d$	(b)
$A_v < A_{v,min}$		$\left(0.66\lambda_s\lambda(\rho_w)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{Nu}{6Ag}\right)b_w d$	(c)

8.5 Calculo V_{sreq}

$$L_n := 1000 \quad mm \quad Vu1 := 13.018 \quad kN$$

$$V_{ud1} := \frac{\left(\left(\frac{L_n - d}{1000} \right) \cdot Vu1 \right)}{\frac{L_n}{1000}} = 12.133 \quad kN$$

$$V_{sreq} := \frac{V_{ud1}}{\phi_c} - V_c = 7.682$$



9. Ganchos para estribos

$$L_{ext} := 6 \cdot \phi_e = 36 \quad mm$$

$$D_{doblado} := 4 \cdot \phi_e = 24 \quad mm$$

$$\alpha_o := 90 \text{ deg}$$

$$L_{arco} := \alpha_o \cdot \left(\frac{D_{doblado}}{2} + \frac{D_{doblado}}{4} \right) = 28.274 \quad mm$$

$$L_g := L_{ext} + \frac{D_{doblado}}{2} + \frac{D_{doblado}}{4} = 54 \quad mm$$

$$L_g = 54 \quad mm$$

$$LT_{est} := 10 \text{ cm} \cdot 2 + 15 \text{ cm} \cdot 2 + 5.4 \text{ cm} \cdot 2 = 60.8 \text{ cm}$$

$$longitudT := LT_{est} \cdot 60 = 36.48 \text{ m} \quad \frac{longitudT}{6} = 6.08 \text{ m}$$

GRANULOMETRIA DEL AGREGADO GRUESO

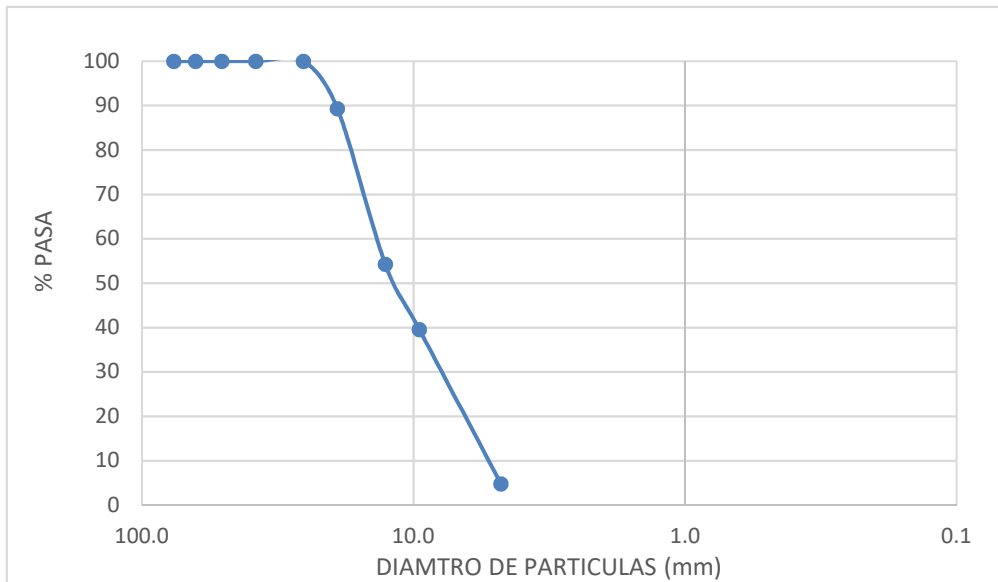
Tamaño Numero de Tamiz	Estandar (mm- μ m)		Peso Retenido	Peso Ret.Acum	% Ret	% Pasa
3"	76.2	mm	0	0	0	100
2 1/2"	63.5	mm	0	0	0.00	100.00
2"	50.8	mm	0.00	0.00	0.00	100.00
1 1/2"	38.1	mm	0.00	0.00	0.00	100.00
1"	25.4	mm	0.00	0.00	0.00	100.00
3/4"	19.1	mm	1225.00	1225.00	10.71	89.29
1/2"	12.7	mm	4007.00	5232.00	45.75	54.25
3/8"	9.5	mm	1680.00	6912.00	60.44	39.56
N°4	4.8	mm	3976.00	10888.00	95.20	4.80
FONDO			532.50			

Peso de la muestra inicial

11436.5

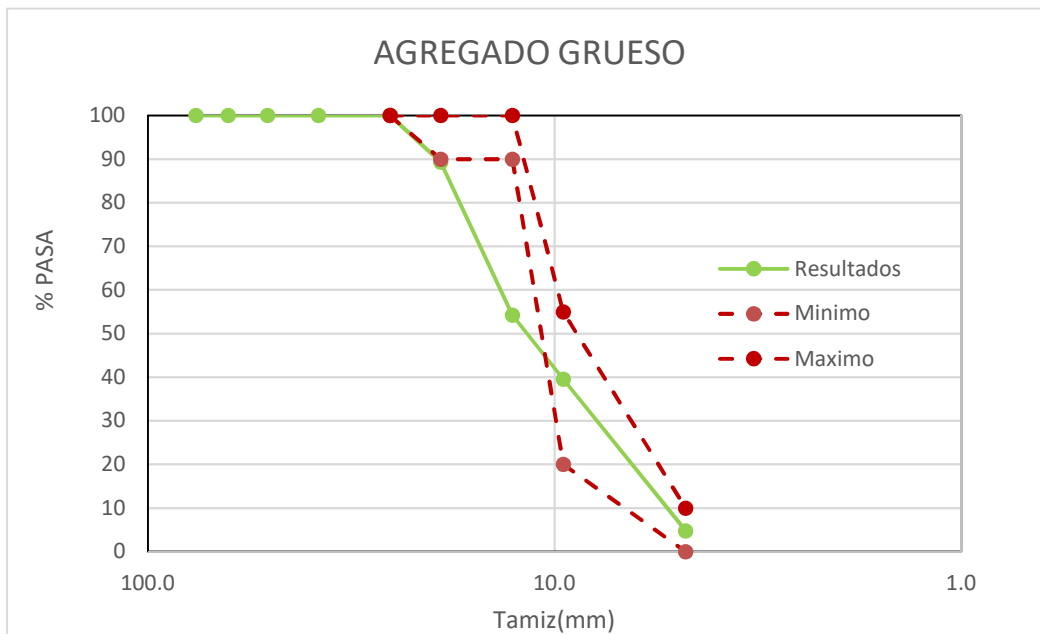
Humedad

8.12101605



COMPARATIVA CON GRANULOMETRIA PROPUESTA POR EL ACI

TAMIZ		AGREGADO GRUESO		Resultados
in	mm	Maximo	Minimo	
11/2	37.5			
1	25.4	100	100	100
3/4	19.1	100	90	89.288681
1/2	12.7	100	90	54.2517379
3/8	9.5	55	20	39.5619289
Nro 4	4.8	10	0	4.79604774



GRANULOMETRIA AGREGADO FINO

Tamaño Numero de Tamiz	Estandar (mm- μ m)		Peso Retenido	Peso Ret.Acum	% Ret	% Pasa
1"	25.400	mm	0	0	0	100
3/4"	19.100	mm	0	0	0.00	100.00
1/2"	12.700	mm	0.00	0.00	0.00	100.00
3/8"	9.520	mm	0.00	0.00	0.00	100.00
N°4	4.760	mm	61.80	61.80	12.36	87.64
N°8	2.380	mm	84.50	146.30	29.26	70.74
N°16	1.190	mm	81.50	227.80	45.56	54.44
N°30	0.580	mm	127.60	355.40	71.08	28.92
N°50	0.300	mm	93.70	449.10	89.82	10.18
N°100	0.150	mm	32.80	481.90	96.38	3.62
N°200	0.075	mm	11.30	493.20	98.64	1.36
FONDO			5.30			

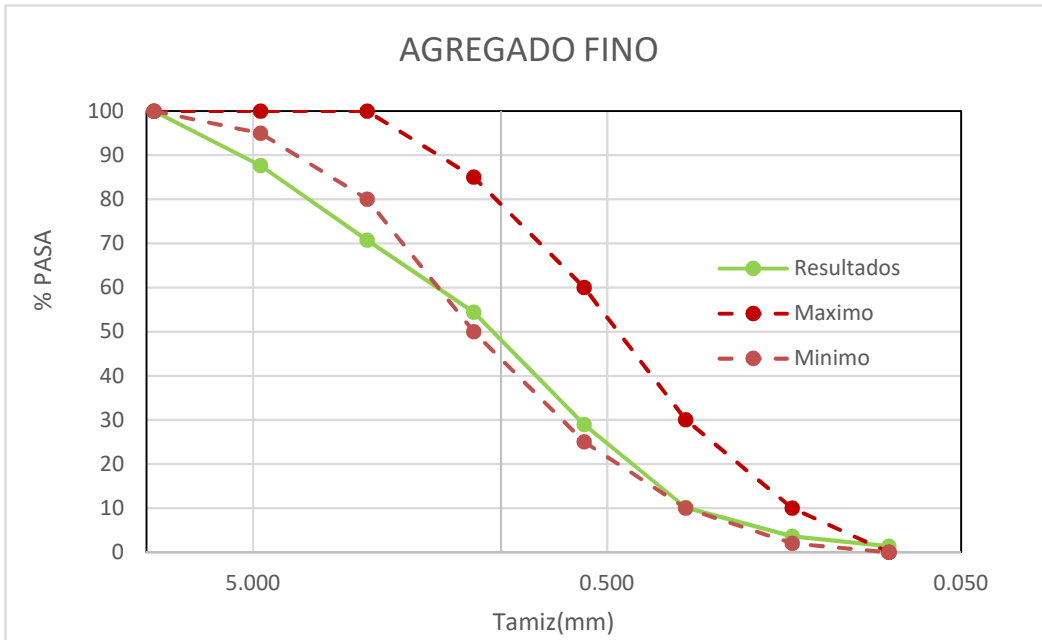
PESO ANTES 500

Humedad 4.43



COMPARATIVA CON GRANULOMETRIA PROPUESTA POR EL ACI

TAMIZ		AGREGADO GRUESO		Resultados
in	mm	ACI (ASTM C33)		
		Maximo	Minimo	
3/8	9.520	100	100	100
Nr 4	4.760	100	95	87.64
Nr 8	2.380	100	80	70.74
Nr 16	1.190	85	50	54.44
Nr 30	0.580	60	25	28.92
Nr 50	0.300	30	10	10.18
Nr 100	0.150	10	2	3.62
Nr 200	0.080	0	0	1.36



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CUENCA
FACULTAD CDE INGENIERÍA CIVIL
LABORATORIO DE SUELOS

ENSAYO PARA LA DETERMINACION DEL PESO UNITARIO DE LOS AGREGADOS

(Método de la ASTM - C 20)

Material _____

Procedencia _____

Fecha _____ de _____ del 20019

PESO VOLUMÉTRICO DE LA GRAVA SUELTA

D A T O S		ENSAYOS		
PESO DEL RECIPIENTE	gr	5767	5767	5767
VOLUMEN DEL RECIPIENTE	cm3	9256.12	9256.12	9256.12
RECIPIENTE + MATERIAL	gr	19319.5	19319.5	19194.5
PESO DEL MATERIAL	gr	13552.5	13552.5	13427.5
PESO VOLUMÉTRICO	gr/cm3	1.464166411	1.464166411	1.450661832
PESO VOLUMÉTRICO PROMEDIO	gr/cm4	1.459664885		

PESO VOLUMÉTRICO DE LA GRAVA COMPACTADA

D A T O S		ENSAYOS		
PESO DEL RECIPIENTE	gr	5767	5767	5767
VOLUMEN DEL RECIPIENTE	cm3	9256.12	9256.12	9256.12
RECIPIENTE + MATERIAL	gr	20279.5	20436.5	20203.5
PESO DEL MATERIAL	gr	14512.5	14669.5	14436.5
PESO VOLUMÉTRICO	gr/cm3	1.567881575	1.584843325	1.559670791
PESO VOLUMÉTRICO PROMEDIO	gr/cm4	1.570798564		

PESO VOLUMÉTRICO DE LA ARENA SUELTA

D A T O S		ENSAYOS		
PESO DEL RECIPIENTE	gr	3402	3402	3402
VOLUMEN DEL RECIPIENTE	cm3	2904.89	2904.89	2904.89
RECIPIENTE + MATERIAL	gr	8112.5	8076	8074.5
PESO DEL MATERIAL	gr	4710.5	4674	4672.5
PESO VOLUMÉTRICO	gr/cm3	1.621576032	1.609011012	1.608494642
PESO VOLUMÉTRICO PROMEDIO	gr/cm3	1.613027229		

Observaciones : _____

 JEFE DEL LABORATORIO

 LABORATORISTA

PESO VOLUMÉTRICO DE LA ARENA COMPACTADA

D A T O S	ENSAYOS		
PESO DEL RECIPIENTE	3402	3402	3402
VOLUMEN DEL RECIPIENTE	2904.89	2904.89	2904.89
RECIPIENTE + MATERIAL	8436.5	8444	8438
PESO DEL MATERIAL	5034.5	5042	5036
PESO VOLUMÉTRICO	1.733112097	1.735693951	1.733628468
PESO VOLUMÉTRICO PROMEDIO	1.734144839		



Universidad
Católica
de Cuenca

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

LABORATORIO DE SUELOS Y MATERIALES DE CONSTRUCCIÓN

GRAVEDAD ESPECÍFICA DE LOS AGREGADOS (GRUESOS Y FINOS)

GRAVEDAD ESPECÍFICA DE LA GRAVA: MÉTODO VOLUMÉTRICO

A=	767.5	g.	PESO DEL MATERIAL SUPERFICIALMENTE SECO Y
B=	3312	g.	PESO DEL PICNOMETRO + AGUA + MUESTRA
C=	2847	g.	PESO DEL PICNOMETRO + AGUA
D=	741.5	g.	PESO DEL MATERIAL SECO
Gravedad Especifica Seca al Horno			2.447194719
Gravedad Especifica Saturada Superficialmente Seco			2.5330033
Gravedad Especifica Aparente			0.260449596
% De Absorción			3.506405934

GRAVEDAD ESPECÍFICA DE LA ARENA: MÉTODO GRAVIMÉTRICO

Material Pasante en el Tamiz No. 4

A=	300	g.	PESO DEL MATERIAL SUPERFICIALMENTE SECO Y
B=	3026	g.	PESO DEL PICNOMETRO + AGUA + MUESTRA
C=	2847	g.	PESO DEL PICNOMETRO + AGUA
D=	289.3	g.	PESO DEL MATERIAL SECO
Gravedad Especifica Seca al Horno			2.390909091
Gravedad Especifica Saturada Superficialmente Seco			2.479338843
Gravedad Especifica Aparente			0.101615736
% De Absorción			3.698582786

DISEÑO DE HORMIGÓN - FULLER

Propiedades del Cemento - Atenas

$$\gamma_{cem} := 3100 \frac{kgf}{m^3}$$

$$PUC_{suelto} := 1120 \frac{kgf}{m^3}$$

Propiedades de la Arena

$$\gamma_{are} := 2479 \frac{kgf}{m^3}$$

$$PUA_{suelto} := 1613 \frac{kgf}{m^3}$$

$$Ab_{are} := 3.69$$

Propiedades de la Grava

$$\gamma_{gra} := 2533 \frac{kgf}{m^3}$$

$$PUA_{suelto} := 1460 \frac{kgf}{m^3}$$

$$Ab_{grav} := 3.51$$

Propiedades del Aguas

$$\gamma_{H_2O} := 1000 \frac{kgf}{m^3}$$

Consistencia del Hormigón

Según la tabla 16 de la guía práctica de diseño de hormigones para este diseño se considera:

TABLA 16. Selección de la consistencia del hormigón según la compactación.

Tipo Compactación	Consistencia	Utilización
Picado con barra	Blanda y fluida	Bombeo y hormigón fuertemente armado
Vibrocompactación	Seca	Prefabricados, estructuras masivas
Vibración normal	Plástica	Hormigón normal

Tipo de compactación: Vibración normal.

Consistencia: Blanda.

Utilización: Hormigón normal

Asentamiento en el cono de Abrams

Tipo de consistencia del hormigón	Asentamiento en el cono de Abrams
(1)	(cm)
Muy seca	0
Seca	0
Semiseca	1
Plástica	2 - 4
Blanda	5 - 9
Fluída	10 - 15
Líquida	> 15

$A_{sen} := 7.5 \text{ mm} = 7.5 \text{ mm}$

Tamaño máximo del agregado

Se considera como tamaño máximo al tamiz de mayor abertura que retiene al menos el 15% del peso total del agregado, es igual a método de la ACI

$TMA := 19 \text{ mm}$

Cantidad de agua en la mezcla

Se considera la cantidad de agua por metro cúbico de hormigón.

TABLA 18. Cantidad de agua en Kgf por metro cúbico de hormigón.

Tamaño Máximo del Agregado mm (pulg)	Agua en Kgf para diferentes agregados	
	Agregado Redondeado	Agregado Triturado
	Kgf	Kgf
12,7 (1/2")	199	214
19,1 (3/4")	184	199
25,4 (1")	178	193
38,1 (3/2")	166	181
50,8 (2")	157	172
76,2 (3")	148	163
152,4 (6")	131	145

$H_2O := 199 \text{ kgf}$

TABLA 19. Corrección de Tabla 18.

Cambio en las condiciones de la Tabla 16	Modificación en la cantidad de agua
Por cada 25mm de aumento o disminución en el asentamiento	± 3%*
Arenas trituradas	+ 6,8%
Hormigones poco trabajables	- 3,6%

* El signo + indica aumento y el - disminución, del contenido de agua en la mezcla.

$$H_2O := 199 \text{ kgf} \cdot 1.1 = 218.9 \text{ kgf}$$

Factor de resistencia

$$f'c := 170 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Para el cálculo del $f'cr$: (Tabla 4)

- Si $f'c \leq 210 \text{ Kgf/cm}^2$ $f'cr = f'c + 70 \text{ Kgf/cm}^2$

- Si $210 \text{ Kgf/cm}^2 < f'c \leq 350 \text{ Kgf/cm}^2$ $f'cr = f'c + 85 \text{ Kgf/cm}^2$

- Si $f'c > 350 \text{ Kgf/cm}^2$ $f'cr = f'c + 100 \text{ Kgf/cm}^2$

$$f'cr := f'c + 70 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = 240 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Relación aguas - cemento A/C

Relación por durabilidad

TABLA 6. Relaciones A/C máximo por durabilidad. Ref. (1)

Tipo de Estructura	Continua o frecuentemente húmeda, sometida a hielo-deshielo ²	Exposición a sulfatos o al agua de mar
Secciones delgadas ¹	0,45	0,40 ³
Otras Estructuras	0,50	0,45 ³

$$AC_1 := 0.45$$

Relación por resistencia

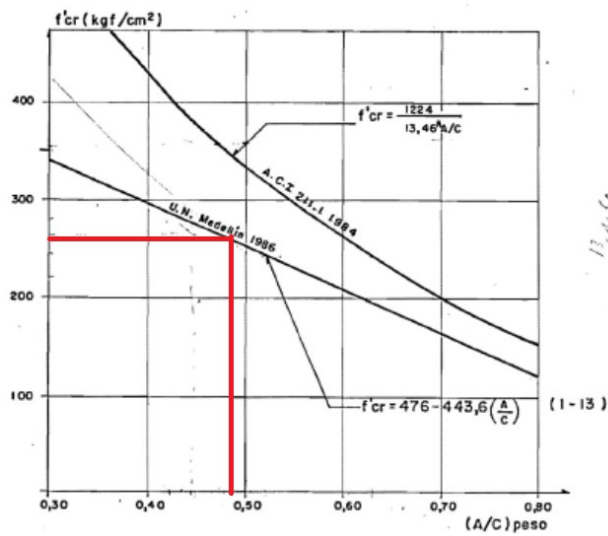


FIGURA 14. Relación entre f'_{cr} y (A/C) . Vibración normal. Mezclas sin adiciones.

$$AC_2 := 0.48$$

Según la ACI se toma el menor valor de la relación aguas / cemento

$$AC := \min(AC_1, AC_2) = 0.45$$

Contenido de cemento por metro cúbico

$$C := \frac{H_2O}{AC} = 486.444 \text{ kgf}$$

Proporciones de los agregados, método gráfico

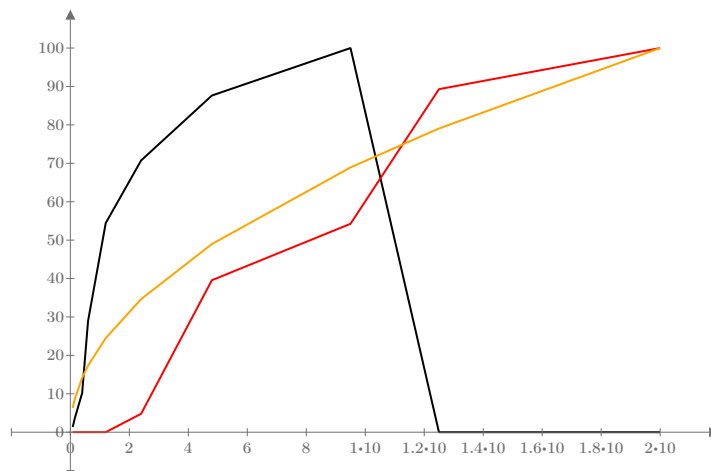
$$F := \begin{bmatrix} 100 \\ 81 \\ 71 \\ 50 \\ 35 \\ 25 \\ 18 \\ 12.5 \\ 8.8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$T := \begin{bmatrix} 20 \\ 12.5 \\ 9.5 \\ 4.8 \\ 2.4 \\ 1.2 \\ 0.6 \\ 0.4 \\ 0.15 \\ 0.08 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \\ 87.64 \\ 70.74 \\ 54.44 \\ 28.92 \\ 10.18 \\ 3.62 \\ 1.36 \end{bmatrix}$$

$$G := \begin{bmatrix} 100 \\ 89.29 \\ 54.25 \\ 39.56 \\ 4.8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F_u := \begin{bmatrix} 100 \\ 79.056 \\ 68.9202 \\ 48.98 \\ 34.64 \\ 24.49 \\ 17.32 \\ 14.14 \\ 8.66 \\ 6.32 \end{bmatrix}$$



A
G
F_u

T

ECUACIONES para dos áridos:
 $a + G = 100$
 $MG_a \cdot a + MG_g \cdot G = MG_{fu} (a + G)$

$$MG_a := 4.43 \quad MG_g := 8.12 \quad MG_{fu} := 5.98$$

$$Por_a + Por_g = 100$$

$$MG_a \cdot Por_a + MG_g \cdot Por_g = MG_{fu} \cdot (Por_a + Por_g)$$

resolviendo el sistema de ecuaciones

$$porAre := 42$$

$$porGrava := 100 - porAre = 58$$

Volumen por metro cúbico

$$VT := 1 \text{ m}^3$$

$$Vol_{cem} := \frac{C}{\gamma_{cem}} = 0.157 \text{ m}^3$$

$$Vol_{H2O} := \frac{H2O}{\gamma_{H2O}} = 0.219 \text{ m}^3$$

$$VT_{aridos} := VT - Vol_{cem} - Vol_{H2O} = 0.624 \text{ m}^3$$

$$V_{arena} := VT_{aridos} \cdot \frac{porAre}{100} = 0.262 \text{ m}^3$$

$$V_{grava} := VT_{aridos} \cdot \frac{porGrava}{100} = 0.362 \text{ m}^3$$

$$VT - Vol_{cem} - Vol_{H2O} - V_{arena} - V_{grava} = (5.551 \cdot 10^{-17}) \text{ m}^3$$

Pesos por metro cúbico en kg

$$Pe_A := \gamma_{are} \cdot V_{arena} = 649.886 \text{ kgf}$$

$$Pe_G := \gamma_{gra} \cdot V_{grava} = 917.011 \text{ kgf}$$

$$Pe_{agua} := H2O = 218.9 \text{ kgf}$$

$$Pe_{cemento} := C = 486.444 \text{ kgf}$$

$$Pe_A + Pe_G + Pe_{agua} + Pe_{cemento} = 2272.242 \text{ kgf}$$

Pesos para cono de Abrams en kg

$$Cili := 10 \text{ L} = 0.01 \text{ m}^3$$

$$A_7 := \frac{Pe_A \cdot Cili}{VT} = 6.499 \text{ kgf}$$

$$G_7 := \frac{Pe_G \cdot Cili}{VT} = 9.17 \text{ kgf}$$

$$H2O_7 := \frac{Pe_{agua} \cdot Cili}{VT} = 2.189 \text{ kgf}$$

$$Ce_7 := \frac{Pe_{cemento} \cdot Cili}{VT} = 4.864 \text{ kgf}$$

$$PT := A_7 + G_7 + H2O_7 + Ce_7 = 22.722 \text{ kgf}$$

Pesos para todos en kg

$$Vi := (2 \cdot (0.15 \text{ m} \cdot 0.10 \text{ m} \cdot 1.1 \text{ m})) \cdot 1.15 = 0.038 \text{ m}^3$$

$$VV := (Vi + V_C + Cili) \cdot 1.05 = 0.055 \text{ m}^3$$

$$A := \frac{Pe_A \cdot VV}{VT} = 35.802 \text{ kgf}$$

$$G := \frac{Pe_G \cdot VV}{VT} = 50.518 \text{ kgf}$$

aumentamos un 15% por desperdicio

$$V_C := \left(\frac{\pi \cdot (0.1 \text{ m})^2}{4} \cdot 0.25 \text{ m} \cdot 2 \right) \cdot 1.15 = 0.005 \text{ m}^3$$

$$H2O := \frac{Pe_{agua} \cdot VV}{VT} = 12.059 \text{ kgf}$$

$$Ce := \frac{Pe_{cemento} \cdot VV}{VT} = 26.798 \text{ kgf}$$

$$PT := A + G + H2O + Ce = 125.176 \text{ kgf}$$

Corrección de humedad

GRAVA

$$HG := 3.65\%$$

$$WH_G := G \cdot \left(1 + \frac{HG}{100} \right) = 50.536 \text{ kgf}$$

$$Agua_G := \frac{(HG - Ab_{grav}) \cdot WH_G}{100} = -1.755 \text{ kgf}$$

ARENA

$$HA := 5.69\%$$

$$WH_A := A \cdot \left(1 + \frac{HA}{100} \right) = 35.822 \text{ kgf}$$

$$Agua_A := \frac{(HA - Ab_{are}) \cdot WH_A}{100} = -1.301 \text{ kgf}$$

Agua Efectiva

$$A_{efe} := H2O - (-Agua_G - Agua_A) = 9.002 \text{ kgf}$$

RESUMEN

$$A := WH_A = 35.822 \text{ kgf}$$

$$H2O := A_{efe} = 9.002 \text{ kgf}$$

$$G := WH_G = 50.536 \text{ kgf}$$

$$C_e := \frac{P_{cemento} \cdot VV}{VT} = 26.798 \text{ kgf}$$

$$PT := A + G + H2O + C_e = 122.158 \text{ kgf}$$

Momento Curvatura

Propiedades Geométricas

$$b := 150 \text{ mm}$$

$$\phi := 12 \text{ mm}$$

$$\phi' := 8 \text{ mm}$$

$$H := 100 \text{ mm}$$

$$\phi_{est} := 5.5 \text{ mm}$$

$$rec := 20 \text{ mm}$$

$$d := H - rec - \phi_{est} - \frac{\phi}{2} = 68.5 \text{ mm}$$

$$A_s := 3 \left(\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \right) = 339.292 \text{ mm}^2$$

$$d' := H - d = 31.5 \text{ mm}$$

$$A'_s := 2 \left(\frac{\pi \cdot \phi'^2}{4} \right) = 100.531 \text{ mm}^2$$

Propiedades Mecánicas

$$f_c := 24 \text{ MPa}$$

$$f_y := 420 \text{ MPa}$$

$$E_c := 4700 \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} = 23025.2 \text{ MPa}$$

$$E_s := 200000 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{cmax} := 0.003$$

$$\varepsilon_y := 0.0021$$

$$\lambda := 1$$

$$n := \frac{E_s}{E_c} = 8.686$$

$$f_r := 0.62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c \cdot \text{MPa}} = 3.04 \text{ MPa}$$

Sección Transformada sin Agrietar

$$c_{tr} := \frac{(b \cdot c_{tr}^2)}{2} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c_{tr} - d') - (n-1) \cdot A_s \cdot (d - c_{tr}) - \frac{(b \cdot (H - c_{tr})^2)}{2} \text{ solve, } c_{tr} \rightarrow \frac{60.042857142857136074 \cdot \text{mm}^3 + 221.85816285546527831 \cdot \text{mm}^3}{\text{mm}^2 + 4.4371632571093055661 \cdot \text{mm}^2}$$

$$c_{tr} = 51.847 \text{ mm}$$

$$I_{tr} := \frac{(b \cdot c_{tr}^3)}{3} + \frac{(b \cdot (H - c_{tr})^3)}{3} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c_{tr} - d')^2 + (n-1) \cdot A_s \cdot (d - c_{tr})^2 = (1.359 \cdot 10^{-5}) \text{ m}^4$$

$$I_{tr} = (1.359 \cdot 10^3) \text{ cm}^4$$

$$Mr_{T_{tr}} := \frac{(f_r \cdot I_{tr})}{(H - c_{tr})} = 0.857 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varepsilon_{c1} := \frac{f_r}{E_c} = 0.000132$$

$$Mr_{C_{tr}} := \frac{(f_c \cdot I_{tr})}{c_{tr}} = 6.293 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_{tr} := \frac{\varepsilon_{c1}}{(H - c_{tr})} = (2.7394991698 \cdot 10^{-3}) \frac{1}{\text{m}}$$

Sección Fisurada

$$c_{cr1} := \frac{(b \cdot c_{cr1}^2)}{2} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c_{cr1} - d) - n \cdot A_s \cdot (d - c_{cr1}) \stackrel{\text{solve } c_{cr1}}{=} \left[\frac{0.013333333333333333 \cdot (3459284.2374455902171 \cdot \text{mm}^4 + 16966400.710825785658 \cdot \text{mm} \cdot \text{mm}^3)^{0.5} - 24.79886820874637404 \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}} \right. \\ \left. \frac{-0.013333333333333333 \cdot (3459284.2374455902171 \cdot \text{mm}^4 + 16966400.710825785658 \cdot \text{mm} \cdot \text{mm}^3)^{0.5} - 24.79886820874637404 \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}} \right]$$

$$c_{cr1} = \begin{bmatrix} 35.461 \\ -85.059 \end{bmatrix} \text{mm}$$

$$c_{cr} := c_{cr1_0} = 35.461 \text{ mm}$$

$$I_{cr} := \frac{(b \cdot c_{cr}^3)}{3} + (n-1) \cdot A'_s \cdot (c_{cr} - d)^2 + n \cdot A_s \cdot (d - c_{cr})^2 = 545.872 \text{ cm}^4$$

$$\varphi_{cr} := \frac{Mr_{T_{tr}}}{E_c \cdot I_{cr}} = 0.007 \frac{1}{\text{m}}$$

Sección Fisurada - Compresión 0.6*f_c

$$\varepsilon_{c45} := \frac{0.6 \cdot f_c}{E_c} = 0.000625$$

$$Mrc_{cr45} := \frac{(\varepsilon_{c45} \cdot E_c \cdot I_{cr})}{c_{cr}} = 2.217 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_{cr3} := \frac{Mrc_{cr45}}{E_c \cdot I_{cr}} = 0.018 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\varepsilon_{s45} := \varepsilon_{c45} \cdot \frac{(d - c_{cr})}{c_{cr}} = 5.827 \cdot 10^{-4}$$

$$f_{s45} := E_s \cdot \varepsilon_{s45} = 116.538 \text{ MPa}$$

Sección Fisurada - Compresión f_c - Acero inicia a Fluir

$$\varepsilon_{cfl} := \frac{1 \cdot f_c}{E_c} = 0.001042$$

$$Mrc_{cr_fl} := \frac{(\varepsilon_{cfl} \cdot E_c \cdot I_{cr})}{c_{cr}} = 3.694 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_{cr_fl} := \frac{Mrc_{cr_fl}}{E_c \cdot I_{cr}} = 0.029 \frac{1}{\text{m}}$$

$$\varepsilon_{s4} := \varepsilon_{cfl} \cdot \frac{(d - c_{cr})}{c_{cr}} = 0.000971$$

$$f_{s4} := E_s \cdot \varepsilon_{s4} = 194.231 \text{ MPa}$$

Resistencia Última ACI

$$c := A_s \cdot f_y - 0.85 \cdot f_c \cdot 0.85 \cdot c \cdot b \xrightarrow{\text{solve, } c} \frac{54.787636588555568627 \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}}$$

$$c = 54.788 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s := \varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(d - c)}{c} = 0.000751$$

$$c_2 := (A_s \cdot E_s) \cdot \left(\varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(d - c_2)}{c_2} - 0.85 \cdot f_c \cdot 0.85 \cdot c_2 \cdot b \xrightarrow{\text{solve, } c_2} \left[\frac{-5361.3615804515081199 \cdot (0.00005327934359848688842 \cdot \text{mm}^4 + 0.00018651978326665757233 \cdot \text{mm} \cdot \text{mm}^3)^{0.5} - 39.13402613468254902 \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}} \right. \right.$$

$$\left. \frac{5361.3615804515081199 \cdot (0.00005327934359848688842 \cdot \text{mm}^4 + 0.00018651978326665757233 \cdot \text{mm} \cdot \text{mm}^3)^{0.5} - 39.13402613468254902 \cdot \text{mm}^2}{\text{mm}} \right]$$

$$c_2 = \begin{bmatrix} -122.157 \\ 43.889 \end{bmatrix} \text{ mm}$$

$$c := c_{2_1} = 43.889 \text{ mm}$$

$$a := 0.85 \cdot c = 37.306 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s := \varepsilon_{cmax} \cdot \frac{(d - c)}{c} = 0.001682$$

$$Tension := A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s = 114.155 \text{ kN}$$

$$Compression := 0.85 \cdot f_c \cdot 0.85 \cdot c \cdot b = 114.155 \text{ kN}$$

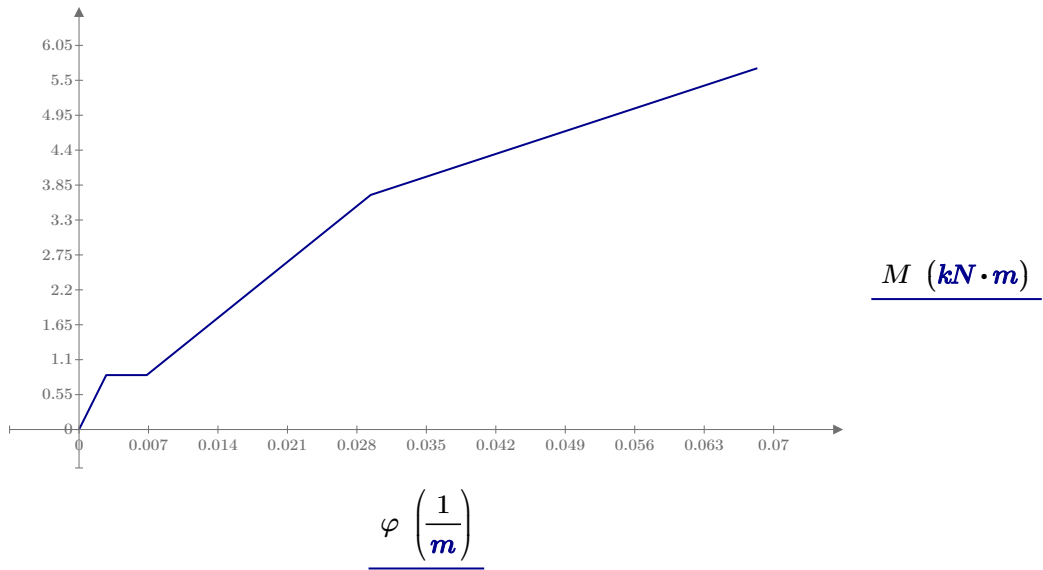
$$Mr_{ru} := Tension \cdot \left(d - 0.85 \cdot \frac{c}{2} \right) = 5.69 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\varphi_3 := \frac{\varepsilon_s}{(d - c)} = 0.0683541568 \frac{1}{\text{m}}$$

Diagrama Momento - Curvatura

$$\varphi := \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi_{tr} \\ \varphi_{cr} \\ \varphi_{cr3} \\ \varphi_{cr_fl} \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.003 \\ 0.007 \\ 0.018 \\ 0.029 \\ 0.068 \end{bmatrix} \frac{1}{\text{m}}$$

$$M := \begin{bmatrix} 0 \\ Mr_{T_tr} \\ Mr_{T_tr} \\ Mrc_{_cr45} \\ Mrc_{cr_fl} \\ Mr_{ru} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.857 \\ 0.857 \\ 2.217 \\ 3.694 \\ 5.69 \end{bmatrix} \text{ m} \cdot \text{kN}$$



AUTORIZACION DE PUBLICACION EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Nosotros, **David Hernán Montenegro Palacios** y **Ariel Sebastian Morales Pacheco** portadores de las cédulas de ciudadanía N.º 0107138786 y 0107153926. En calidad de autores y titulares de los derechos patrimoniales del trabajo de titulación **“CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO DE UNA VIGA DE HORMIGÓN ARMADO DEFINIDA PARA FALLA POR COMPRESIÓN”** de conformidad a lo establecido en el artículo 114 Código Orgánico de la Economía Social de los Conocimientos, Creatividad e Innovación, reconocemos a favor de la Universidad Católica de Cuenca una licencia gratuita, intransferible y no exclusiva para el uso no comercial de la obra, con fines estrictamente académicos, Así mismo; autorizamos a la Universidad para que realice la publicación de este trabajo de titulación en el Repositorio Institucional de conformidad a lo dispuesto en el artículo 144 de la Ley Orgánica de Educación Superior.

Cuenca, **12 de octubre de 2023**

F: 

David Hernán Montenegro Palacios

0107138786

F: 

Ariel Sebastian Morales Pacheco

0107153926